



ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM ESTRUTURAS SUJEITAS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS BASEADA NA MECÂNICA DA FRATURA E EM MÉTODOS NUMÉRICOS¹ PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

Marcelo Lopes Martins Borges²
Gabriel de Oliveira Ribeiro³

Resumo

Apresenta-se uma metodologia que consiste na aplicação dos fundamentos da Mecânica da Fratura, com o auxílio de métodos numéricos, para a análise de propagação de trincas em componentes mecânicos sujeitos à fadiga, visando subsidiar os planos de inspeção e manutenção de equipamentos sujeitos a carregamentos cíclicos. Esta metodologia consiste de duas etapas, sendo que a primeira corresponde à análise global linear elástica da estrutura sem a presença de trincas por meio do Método dos Elementos de Finitos, através do programa ANSYS, ou o Método de Elementos de Contorno, através do programa FRANC3D, quando é feita uma análise das partes críticas em termos de sollicitação. A segunda etapa consiste da análise tridimensional detalhada das partes críticas com presença de trincas por meio do FRANC3D, ou o método proposto por Murakami e Endo, para cálculo dos fatores de intensidade de tensão durante a propagação da trinca. Apresentam-se aplicações de problemas típicos da Mecânica da Fratura, visando à validação da metodologia proposta. A metodologia apresentada mostrou-se viável para a estimativa da propagação de trinca em elementos estruturais.

Palavra-chave: Mecânica da fratura; Fadiga; Propagação de trincas.

ANALYSIS OF CRACK PROPAGATION IN STRUCTURES SUBJECTED TO CYCLIC LOADINGS BASED ON THE FRACTURE MECHANICS AND NUMERICAL METHODS

Abstract

A methodology is presented, consisting of application of Fracture Mechanics fundamentals, aided by numeric methods, for analysis of crack propagation on mechanical components subject to fatigue, aiming at supporting inspection and maintenance plans of equipment subjected to cyclic loadings. This methodology consists of two stages. The first stage, corresponding to global linear elastic analysis of the structure, without the presence of cracks, by means of Finite Element Method and using ANSYS programme or Boundary Element Method, through programme FRANC3D, when the analysis of the critical parts is carried out in terms of request. The second stage consists of a detailed tri-dimensional analysis of the critical parts with the presence of cracks, by means of FRANC3D, or method proposes by Murakami and Endo, for calculation of stress strength factors during crack propagation. Applications to typical Fracture Mechanics problems are presented, with the goal of validating the methodology as proposed. The methodology presented has proven viable for estimating crack propagation on structural elements.

Key words: Fracture mechanics; Fatigue; Crack propagation.

¹ Contribuição técnica ao 66º Congresso Anual da ABM, 18 a 22 de julho de 2011, São Paulo, SP, Brasil.

² Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais.

³ Depto. de Engenharia de Estruturas – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

1 INTRODUÇÃO

O crescente aumento de produção das indústrias, observado nas últimas décadas, tem exigido maior eficiência da manutenção. Conseqüentemente, a manutenção evoluiu tecnicamente através da adoção de novos métodos para assegurar sua missão de garantir o funcionamento dos equipamentos. No cenário atual, a expectativa da manutenção é de aumentar a disponibilidade dos equipamentos, de modo a atender ao processo de produção, com confiabilidade, segurança, preservação do meio ambiente, qualidade do produto, maior vida útil do equipamento e, sobretudo, custo adequado. As técnicas de inspeção existentes podem ser inviáveis devido à necessidade da interrupção da produção, tendo em vista a margem de ganho dos produtos. Para esta situação, é importante a criação de um método de controle para orientar as ações da manutenção.

Neste sentido, este trabalho trata do cálculo dos valores do fator de intensidade de tensão relativos à solicitação na ponta da trinca e à análise de propagação de trincas em componentes sujeitos à fadiga com base na Mecânica da Fratura. A Mecânica da Fratura será utilizada para analisar, explicar e prever o comportamento de trincas e fazer previsões sobre a vida restante do componente. Serão utilizados os dados relativos à geometria do componente em estudo, o comprimento inicial e final da trinca, e os valores máximo e mínimo do fator de intensidade de tensão correspondente às situações extremas de carregamento, além das propriedades do material.

O objetivo principal deste trabalho é o estudo de uma metodologia que consiste na aplicação dos fundamentos da Mecânica da Fratura para a análise de propagação de trincas em componentes mecânicos sujeitos à fadiga, visando subsidiar os planos de inspeção e manutenção de equipamentos sujeitos a carregamentos variáveis com o tempo ou carregamentos cíclicos.

A trinca em uma placa plana pode ser solicitada conforme três modos básicos: modo I, abertura; modo II, cisalhamento no plano ou deslizamento; modo III, rasgamento. O modo I é o mais importante com inúmeras aplicações práticas nos projetos de engenharia, sendo, portanto, o mais estudado. O fator de intensidade de tensões no modo I, K_I , é expresso como:

$$K_I = \beta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (1)$$

onde β é o fator de correção dependente da geometria da trinca e do componente estrutural, bem como da forma como é carregado.

Segundo Broek,⁽¹⁾ na prática, os modos II e III não ocorrem separadamente, mas sempre combinados com o modo I, por exemplo: I-II ou I-III ou I-II-III. Richards et al.⁽²⁾ propõem o fator de intensidade de tensão cíclico equivalente para descrever o crescimento da trinca à fadiga:

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta K_I^2 + 4(1,155\Delta K_{II})^2 + 4(\Delta K_{III})^2} \quad (2)$$

A vida de um componente estrutural contendo uma trinca pode ser estudada a partir da taxa de propagação da trinca em relação ao número de ciclos de carga. Conhecendo-se essa taxa, é possível estimar a vida restante do componente e estabelecer um plano de inspeções periódicas. Paris⁽³⁾ concluiu que a taxa de

propagação da trinca (da/dN) em determinadas condições é regida pela variação do fator de intensidade de tensão ΔK da seguinte forma:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (3)$$

onde $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, K_{max} e K_{min} são os fatores de intensidade de tensão máximo e mínimo correspondentes às situações extremas de carregamento, C e m são constantes de material, sendo que os valores de m usualmente variam entre 2 e 4 para os aços em geral. A Eq. (3) é conhecida como a Lei de Paris.

Outra expressão para descrever a taxa de crescimento da trinca foi desenvolvida por Walker, e leva em conta o efeito da razão R entre as tensões máxima e mínima ($R = K_{min} / K_{max}$) sobre a curva da/dN versus ΔK . Segundo Dowling,⁽⁴⁾ Walker propôs a expressão:

$$\frac{da}{dN} = C_1 \left(\frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\gamma}} \right)^{m_1} \quad (4)$$

onde C_1 , m_1 e γ são constantes. Para $R \geq 0$, a constante γ para vários metais situa-se entre 0,3 a 1,0. Quando $R < 0$, a constante γ iguala-se a zero, exceto para aços dúcteis, onde $\gamma = 0,22$.

Comparando-se a Eq. (3) e a Eq. (4), as constantes C e m tornam-se:

$$C = \frac{C_1}{(1-R)^{(1-\gamma)m_1}} \quad m = m_1 \quad (5)$$

2 METODOLOGIA

A análise da propagação de trinca em uma estrutura será realizada em duas etapas. A primeira etapa corresponde à análise global linear elástica da estrutura sem a presença da trinca. Ela será desenvolvida baseada em métodos numéricos, tais como o Método de Elementos Finitos, MEF, e o Método de Elementos de Contorno, MEC. Neste trabalho, para a primeira etapa, adota-se o MEF por meio da utilização do programa ANSYS (versão 11.0) e o MEC por meio da utilização do programa FRANC3D (versão F3D), desenvolvida pelo Grupo de Fratura da Universidade de Cornell, Estados Unidos. A primeira etapa visa à obtenção das distribuições de tensão e de deformação, por meio das quais podem ser determinadas as regiões críticas em termos de sollicitação, onde há maior probabilidade da ocorrência de trincas.

Inicia-se a segunda etapa a partir dos resultados da primeira etapa, com a trinca já introduzida na estrutura, ou numa parte dela. A análise de propagação é realizada considerando-se os valores extremos dos fatores de intensidade de tensão que podem ser obtidos por meio dos manuais de mecânica da fratura, como por exemplo, Tada, Paris e Irwin,⁽⁵⁾ ou por meio da utilização de métodos numéricos. Neste trabalho adota-se o MEC, com base na utilização do programa FRANC3D, e o método proposto por Murakami e Endo,⁽⁶⁾ para a obtenção dos fatores de intensidade de tensão, à medida que a trinca se propaga. Dependendo do tamanho e da complexidade da estrutura, a análise de propagação é efetuada numa parte da estrutura na qual a trinca está inserida.

Para a análise de propagação numa parte da estrutura usando o MEC, considera-se a análise global da estrutura por meio do MEF sem a presença da trinca, partindo do princípio que a matriz de rigidez global não se altera significativamente. Entretanto, à medida que a trinca se propaga, serão efetuadas novas análises globais pelo MEF com a presença da trinca, visando avaliar e incorporar a possível deterioração da rigidez da estrutura devido à propagação da trinca.

2.1 Análise da Propagação de Trincas

Com base na Lei de Paris, Eq. (3), o número de ciclos N_f necessários para propagar uma trinca a partir de um comprimento inicial a_i até o seu comprimento crítico a_f pode ser obtido pela integração da respectiva equação, ou seja:

$$N_f = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta K)^m} \quad (5)$$

A variação do fator de intensidade de tensão ΔK poderá ser substituída pela variação do fator de intensidade equivalente ΔK_{eq} , Eq. (2), para carregamentos nos modos combinados.

Neste trabalho, a avaliação de N_f com base na Eq. (5) será efetuada de forma iterativa, utilizando-se o algoritmo proposto por Bannantine, Comer e Handrock,⁽⁷⁾ considerando que os valores de K_{max} e K_{min} dependem do comprimento atualizado da trinca.

A análise da propagação de trinca é baseada nos valores do fator de intensidade de tensão obtidos por meio do programa MEC/FRANC3D, ou através do método empírico proposto por Murakami e Endo.⁽⁶⁾

Através do programa MEC/FRANC3D, a geometria da frente pode ser modificada automaticamente à medida que a trinca se propaga. Segundo Teixeira,⁽⁸⁾ a simulação da propagação da trinca é um processo incremental, no qual uma série de passos é repetida para a propagação da mesma. Cada iteração do processo representa uma configuração de trinca e depende dos resultados anteriores. Os valores dos fatores de intensidade de tensão são calculados, no âmbito do MEC/FRANC3D, em pontos discretos ao longo da frente da trinca, a partir do campo de forças e deslocamentos no contorno. Neste trabalho são adotados 24 pontos distribuídos uniformemente ao longo da frente de trinca, e o incremento máximo é determinado pelo analista.

Os valores do fator de intensidade de tensão também podem ser determinados pelo método proposto por Murakami e Endo,⁽⁶⁾ método empírico que permite calcular os fatores de intensidade de tensão em trincas, utilizando equações simples. Este método se fundamenta na relação entre o fator de intensidade de tensão máximo no modo I e a raiz quadrada da área projetada da trinca no plano, cuja normal coincide com a direção da tensão principal máxima de tração:

$$K_{I_{max}} \cong c_1 \sigma \sqrt{\pi \sqrt{area}} \quad (7)$$

onde $K_{I_{max}}$ é o fator de intensidade de tensão máximo no modo I, c_1 é igual a 0,65 para trincas superficiais ou igual a 0,50 para trincas internas, σ é a tensão remota

normal à área projetada, *area* é a área projetada da trinca. A Eq. (7) é utilizada para materiais cujo coeficiente de Poisson é igual a 0,3.

O parâmetro \sqrt{area} pode ser utilizado como um meio rápido de estimar o fator de intensidade de tensão de trincas em modelos de geometria complexa em duas e três dimensões.⁽⁹⁾

3 APLICAÇÕES E RESULTADOS

A metodologia é apresentada em três aplicações de problemas típicos da Mecânica da Fratura.

3.1 Placa com Trinca Lateral

Visando à validação da metodologia proposta, analisa-se a propagação de trinca numa placa de aço SAE 4140, com 320 mm de comprimento, 150 mm de largura e 10 mm de espessura, tracionada axialmente, sob carregamento cíclico com amplitude de carga constante. Considera-se tensão longitudinal remota, σ , máxima igual a 100 MPa, e a mínima igual a 50 MPa. Os resultados obtidos a partir dos fatores de intensidade de tensão, FIT, gerados por meio do MEC/FRANC3D ao longo do processo de propagação para o modelo tridimensional são comparados com a solução obtida com base nos valores do fator de intensidade de tensão apresentados por Tada, Paris e Irwin⁽⁵⁾ para o problema bidimensional. Em ambas as análises o esquema de integração numérica é o mesmo e se baseia na regra do trapézio, considerando-se incrementos de trinca constantes ao longo da propagação.

Inicialmente, efetua-se a análise linear elástica da placa sem a presença de trincas por meio do MEC/FRANC3D. Numa segunda etapa é introduzida uma trinca de borda de comprimento inicial, $a = 5$ mm, localizada na metade do comprimento da placa representada na FIG. 1 a. O valor do comprimento de trinca é incrementado a partir de 5 mm até atingir o comprimento crítico de 65,7 mm, tendo sido adotado um incremento constante de 5 mm. Para cada comprimento, o MEC/FRANC3D gera os valores do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de trinca, a partir dos quais é feita a integração numérica, resultando numa análise de propagação de trinca onde a amplitude do fator cíclico de intensidade de tensão, ΔK , é crescente. Para a integração da Eq. (5) adotou-se o valor médio do fator de intensidade de tensão obtido a partir dos 24 valores de FIT correspondentes aos 24 pontos ao longo da frente de trinca. No MEC/FRANC3D, a modelagem é realizada utilizando-se a combinação dos elementos de contorno triangulares e quadriláteros.

Para a análise de propagação de trincas do modelo em estudo, consideram-se as seguintes propriedades do aço ferrítico-perlítico, segundo Barsom e Rolfe:⁽¹⁰⁾

$C_1 = 6,89 \times 10^{-12} (\text{m/ciclo}) / (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^m$ e $m = 3,0$, sendo C e m parâmetros do material conforme Lei de Paris. Adotou-se ainda conforme DOWLING⁽⁴⁾, o valor da tenacidade à fratura do aço, $K_{Ic} = 110 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

O FIT é calculado através da Eq. (1), sendo o valor de β , conforme Tada, Paris e Irwin,⁽⁵⁾ expresso por:

$$\beta = 0,265 \cdot \left(1 - \frac{a}{b}\right)^4 + \frac{0,857 + 0,265 \cdot \frac{a}{b}}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

(8)

onde b é a largura da placa de aço.

A propagação ocorre até que a trinca atinja o tamanho crítico, quando K_I máximo terá igualado à tenacidade a fratura do material, K_{Ic} . Na Figura 1 b é apresentado o gráfico do número de ciclos acumulados na propagação versus o comprimento da trinca, para as duas análises efetuadas. Por meio do MEC/Franc3D e do esquema de integração numérica adotado, obteve-se o número de ciclos para propagação, $N_f = 2,198 \times 10^6$ ciclos, enquanto a análise baseada no fator de intensidade de tensão para o problema bidimensional conforme Tada, Paris e Irwin⁽⁵⁾ e no mesmo esquema de integração numérica, $N_f = 2,060 \times 10^6$ ciclos, indicando uma diferença de 6,7 %.

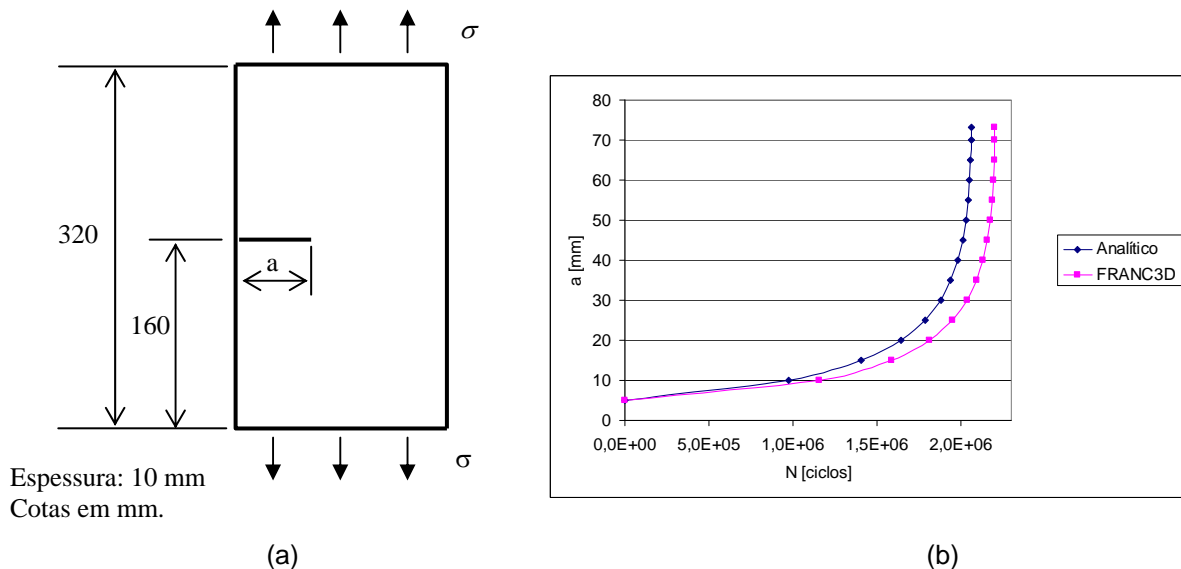


Figura 1 – (a) Placa de aço com trinca na lateral; (b) Gráfico da profundidade da trinca a versus o número de ciclos N .

Comparando-se o número de ciclos acumulados observa-se que a diferença encontrada entre as duas análises é relativamente pequena e aceitável para este tipo de análise. A análise de propagação baseada no modelo bidimensional, a partir dos valores de FIT baseados nas equações disponíveis nos manuais da Mecânica da Fratura, teve como objetivo a validação e a calibragem da análise de propagação de trinca para o modelo tridimensional.

3.2 Corpo de Prova Compacto de Tração

Um corpo de prova padronizado, tipo compacto de tração (CT), ensaiado em laboratório por Dias⁽¹¹⁾ e ilustrado na Figura 2, é carregado ciclicamente com amplitude de carga constante. O carregamento máximo é igual a 7,7 kN, o carregamento mínimo 2,3 kN, a variação cíclica do carregamento $\Delta P = 5,4$ kN, e $R = 0,3$. O corpo de prova CT é constituído de ferro fundido nodular austemperado (*Austempered Ductile Iron* – ADI). Os resultados obtidos a partir dos FIT proporcionados pelo MEC/Franc3D são comparados com os resultados

experimentais apresentados por Dias,⁽¹¹⁾ cuja tese de doutorado, desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da UFMG, trata do comportamento do ADI à fadiga.

Inicialmente efetua-se a análise linear elástica do corpo de prova CT sem a presença de trincas para comparar os resultados obtidos por meio do MEF/ANSYS e do MEC/FRANC3D, e, numa segunda etapa é introduzida uma trinca, com tamanho de 2,5 mm a partir do final do entalhe, e então, efetua-se uma análise de propagação desta trinca, com amplitude do fator de intensidade de tensão, ΔK , crescente. No MEF/ANSYS, a modelagem é realizada utilizando-se o elemento tridimensional SOLID45. No MEC/FRANC3D, a modelagem é realizada utilizando-se a combinação dos elementos de contorno triangulares e quadrilaterais.

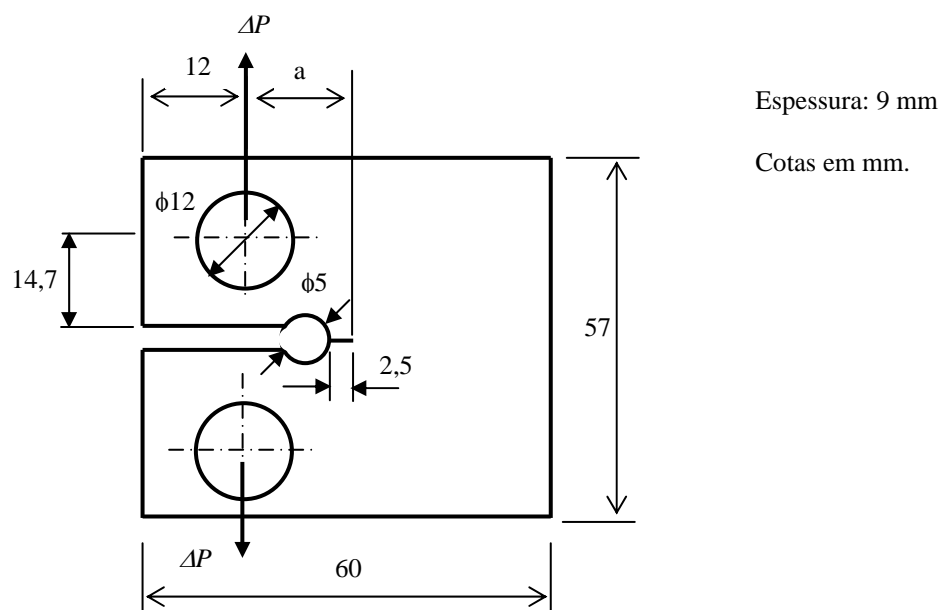


Figura 2 – Corpo de prova CT com a presença de uma descontinuidade plana.

Para a análise de propagação de trincas do modelo em estudo consideram-se as seguintes propriedades do ferro fundido nodular austemperado: $C_1 = 7,1433 \times 10^{-12} (\text{m}/\text{ciclo}) / (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^m$ e $m = 3,0753$, constantes da Lei de Paris, conforme Dias.⁽¹¹⁾

No modelo experimental, Dias⁽¹¹⁾ trabalharam com três corpos de prova, com a dimensão inicial, $a = 9$ mm. Durante os ensaios, os FIT foram considerados após a amplitude da carga (ΔP) estabilizar-se em 5,4 kN, correspondendo à dimensão $a \cong 15,7$ mm. A dimensão final corresponde ao valor $a \cong 34,3$ mm. O FIT é calculado através da equação de Srawley.⁽⁴⁾

Na Figura 3 a é apresentado o gráfico do FIT máximo obtido por meio do MEC/FRANC3D, observando-se uma diferença média de 12,3% em comparação com os resultados experimentais. Na Figura 3 b é apresentado o gráfico da taxa de crescimento de trinca em função de ΔK , notando-se que os valores gerados pelo MEC/FRANC3D encontram-se dentro do intervalo de variação de resultados apresentados por Dias.⁽¹¹⁾ Na Figura 4 é apresentado o gráfico do número de ciclos acumulados na propagação a partir da dimensão $a \cong 15,7$ mm em função do comprimento de trinca.

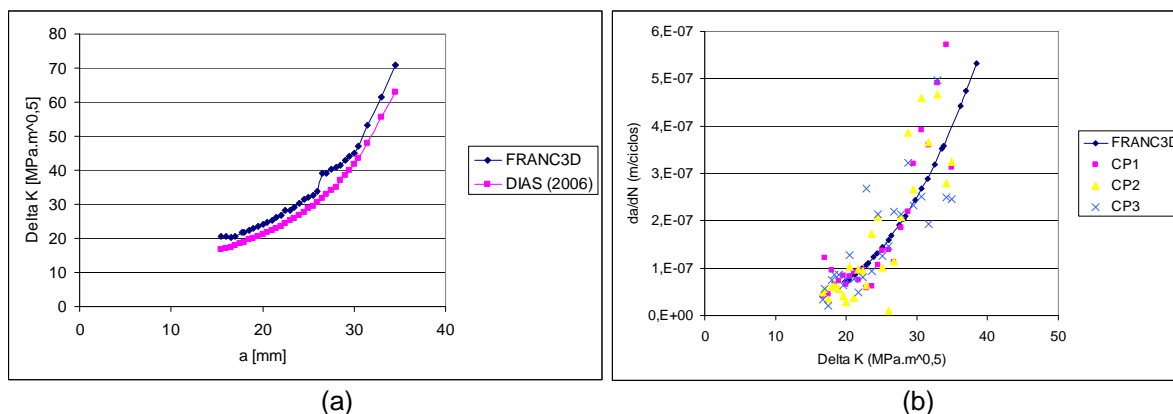


Figura 3 – (a) Gráfico de ΔK [MPa \times m^{1/2}] versus a [mm] para os modelos MECFRANC3D e Dias⁽¹¹⁾ (b) Gráfico de da/dN [m/ciclos] versus ΔK [MPa \times m^{1/2}] para os modelos MEC/FRANC3D e Dias⁽¹¹⁾ (CP1, CP2 e CP3).

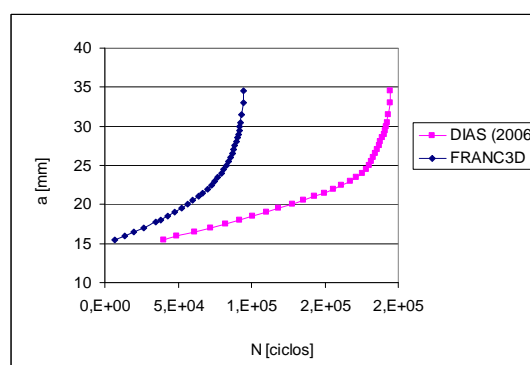


Figura 4 – Gráfico de N [ciclos] versus a [mm] para os modelos MEC/FRANC3D e Dias⁽¹¹⁾.

Comparando-se o número de ciclos acumulados, observa-se que os valores experimentais superam os valores obtidos numericamente, com tendência de aumento da diferença à medida que a trinca se propaga. Uma possível explicação para as diferenças observadas no número de ciclos acumulado durante a propagação é a provável ocorrência do fenômeno de fechamento da trinca, que não foi considerado na análise efetuada numericamente neste trabalho, enquanto na pesquisa experimental desenvolvida por Dias⁽¹¹⁾ este fenômeno foi automaticamente incorporado, contribuindo para o prolongamento da vida do corpo de prova.

O fenômeno de fechamento da trinca foi pesquisado por Elber⁽¹²⁾ após observar anomalias na flexibilidade elástica de diversos materiais solicitados à fadiga. Elber propôs que o fechamento da trinca reduzia a taxa de crescimento, através da redução do fator cíclico efetivo de intensidade de tensão, ΔK_{eff} , e propôs uma relação U entre os fatores de intensidade de tensão, $U = \Delta K_{eff} / \Delta K = (0,5 + 0,4 \times R)$. Comparando-se os valores do fator de intensidade de tensão, observa-se que U é, em média, igual a 0,88, superior ao valor sugerido por Elber, $U = 0,62$ para $R = 0,3$.

3.2 Caso Analisado – Eixo de Mandril

Apresenta-se a análise do eixo de mandril, que faz parte da desbobinadeira da linha de recozimento contínuo, da empresa ArcelorMittal Inox Brasil. O eixo em estudo foi projetado no ano de 1990 para sustentar bobinas de 22,5 toneladas e transmitir o torque proveniente do acionamento. No ano de 1994, o eixo passou a ser utilizado com bobinas de 30 toneladas. Após 11 anos e 8 meses em operação, a partir de

1990, ocorreu a fratura em uma seção transversal com rasgo de chave em 2001, conforme ilustrado na Figura. 5.

O eixo de mandril, constituído de aço SAE 4140, ilustrado na Figura. 6 por meio de uma vista longitudinal, possui 254 mm de diâmetro externo na seção A, 282 mm de diâmetro externo na seção B, 100 mm de diâmetro do furo interno em toda a sua extensão. É apoiado sobre dois mancais, destinando-se a suportar na extremidade em balanço uma bobina de 30 toneladas, que é desenrolada no processo de desbobinamento. O desbobinamento ocorre pela ação de uma força de tração de 4 kN.

Inicialmente efetua-se a análise linear elástica do eixo de mandril sem a presença de trincas para comparar os resultados obtidos por meio do MEF/ANSYS e do MEC/FRANC3D. Através do MEF/ANSYS são identificadas as regiões críticas em termos de sollicitação, onde há maior probabilidade da ocorrência de trincas, com destaque para a seção B, localizada na região do rasgo de chave e referenciada na Figura 6. No MEF/ANSYS, a modelagem é realizada utilizando-se o elemento tridimensional SOLID45. No MEC/FRANC3D, a modelagem é realizada utilizando-se a combinação dos elementos de contorno triangulares e quadrilaterais.

Numa segunda etapa é gerado, por meio do MEC/FRANC3D, o modelo da parte em balanço do eixo, com as mesmas dimensões do modelo desenvolvido por meio do MEF/ANSYS, de modo que as posições dos nós coincidam em ambos os modelos. Os valores de deslocamento obtidos no MEF/ANSYS são transferidos ao modelo do MEC/FRANC3D. É introduzida uma trinca semi-circular no modelo gerada no MEC/FRANC3D, com tamanho inicial de 1 mm a partir da seção A, e incrementos de 1 mm.

Efetua-se uma análise de propagação desta trinca, com amplitude do fator de intensidade de tensão, ΔK_{eq} , crescente, calculado através da Eq. (2). Considera-se que a princípio, tendo em conta que a trinca é muito pequena em comparação com as dimensões do eixo, a matriz de rigidez global do MEF não se altera significativamente, permanecendo válida a análise global inicial do eixo com base no MEF/ANSYS ao longo de todo o processo. Por meio do MEC/FRANC3D e do esquema de integração numérica adotado, obteve-se o número de ciclos para propagação, $N_f = 3,987 \times 10^6$ ciclos.

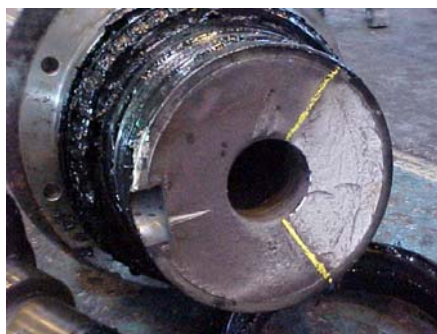


Figura 5 - Detalhe da fratura do eixo de mandril, localizada na seção com rasgo de chaveta.⁽¹³⁾

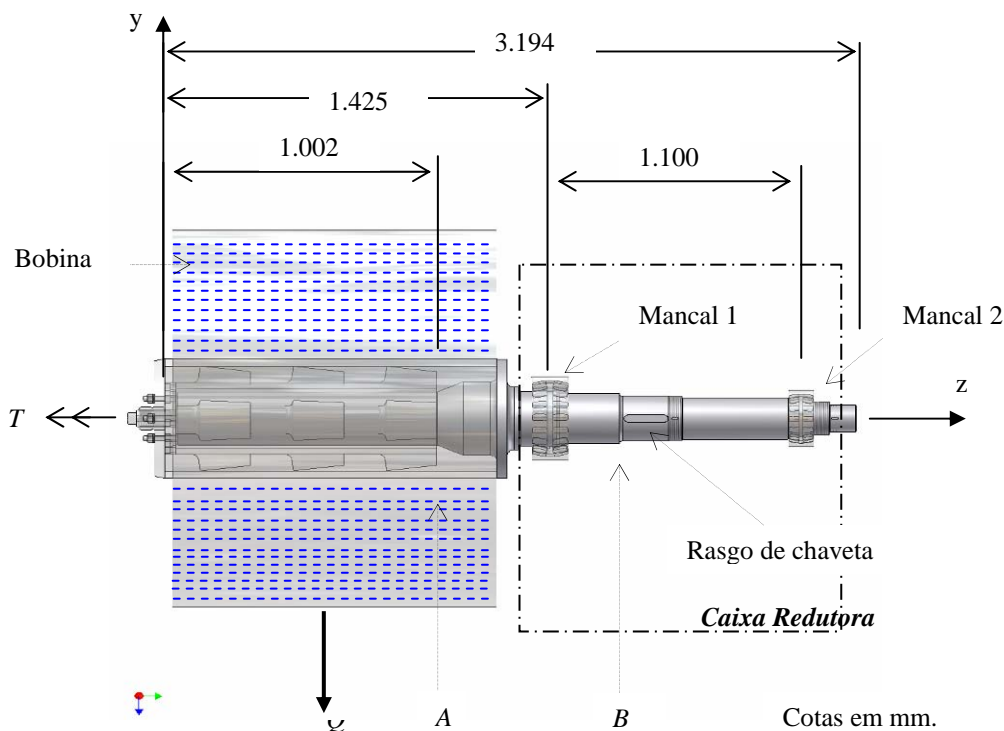


Figura 6 – Disposição geral dos componentes.

Para efeito de comparação, efetua-se uma análise alternativa baseada no método empírico de Murakami e Endo⁽⁶⁾ para cálculo dos valores do fator de intensidade de tensão de trincas semi-circulares introduzidas na seção A, a partir de $a = 1$ mm, com incremento de 1 mm, até atingir a superfície de contorno do furo interno. A tensão remota normal à área projetada é igual a $\sigma = 109,7$ MPa, obtida pelo MEF/ANSYS. Comparam-se os valores de K_I máximo obtidos pelo MEC/FRANC3D e por meio do método proposto por Murakami e Endo,⁽⁶⁾ observando-se que os resultados apresentam um erro médio de 14,3%. Dias, Teixeira e Ribeiro⁽⁹⁾ compararam os resultados dos FIT obtidos por meio MEC/FRANC3D com os respectivos resultados obtidos com base no método de Murakami e Endo,⁽⁶⁾ encontrando diferenças de $\pm 20\%$ para valores de K_{max} dentre todos os valores obtidos na frente de trinca no âmbito do MEC/FRANC3D, e de $\pm 10\%$ quando se considera a média de todos os valores dos FIT obtidos para os pontos da frente de trinca. Segundo estes autores, para parâmetro $\sqrt{\text{area}}$ inferior a $1.000 \mu\text{m}$, que equivale a uma área projetada de $1,0 \text{ mm}^2$, a diferença foi de $\pm 10\%$, dentro da margem de erro determinada por Murakami e Endo.⁽⁶⁾

A deterioração da rigidez do eixo de mandril devido à propagação de trinca foi avaliada com a inserção, na seção A do modelo do eixo com base no MEF/ANSYS, das profundidades de trinca: $a = 0$ mm, $a = 7,36$ mm, $a = 17,67$ mm, $a = 37,09$ mm e $a = 77,06$ mm. A comparação dos valores de deslocamento da extremidade em balanço do eixo de mandril analisado, nas condições $a = 0$ mm e $a = 37,09$ mm, mostra diferenças na faixa de 2,0% a 9,2%. Uma nova análise é efetuada no MEC/FRANC3D, aplicando-se como condição de contorno os deslocamentos obtidos por meio do MEF/ANSYS, considerando a deterioração de rigidez, e novos valores do FIT são calculados. A comparação dos valores de ΔK_{eq} obtidos considerando a deterioração de rigidez mostra diferenças na faixa de $-0,2\%$ a $+7,2\%$. A comparação do número de ciclos obtido anteriormente com o valor obtido

após a atualização dos FIT mostrou uma diferença de 0,9%, significando que a degradação da matriz de rigidez global do MEF não alterou de forma significativa os resultados do número de ciclos. Por meio do MEC/FRANC3D e do esquema de integração numérica adotado, obteve-se o número de ciclos para propagação, $N_f = 3,953 \times 10^6$ ciclos.

O trecho do eixo que contém a seção B foi modelado no MEC/FRANC3D com as mesmas dimensões do modelo desenvolvido por meio do MEF/ANSYS, de modo que as posições dos nós coincidem em ambos os modelos, e os valores de deslocamento transferidos ao modelo do MEC/FRANC3D. Utilizando-se o MEC/FRANC3D, uma trinca com frente semi-circular é inserida no rasgo de chaveta. A propagação com base no MEC/FRANC3D foi possível até a trinca atingir a superfície externa de contorno do eixo, a partir daí, a modelagem não foi possível por meio do MEC/FRANC3D, interrompendo-se então o estudo de propagação da trinca.

Para estimar o valor final da trinca, é utilizado o método proposto por Murakami e Endo⁽⁶⁾ para calcular o FIT. A tensão remota normal à área projetada é igual a $\sigma = 336,2$ MPa, obtida por meio do MEF/ANSYS. A trinca inicial tem a forma semi-circular, com profundidade inicial a igual a 1 mm. A área projetada da trinca é obtida através do programa computacional AutoCAD. A propagação ocorre até que a trinca atinja o tamanho crítico, quando K_I máximo terá igualado K_{Ic} .

Para a análise de propagação de trincas do modelo em estudo consideram-se as seguintes propriedades do aço martensítico utilizado na fabricação de eixos de mandril com base em Barsom e Rolfe;⁽¹⁰⁾ $C_1 = 1,36 \times 10^{-10} (\text{m}/\text{ciclo}) / (\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^m$ e $m_1 = 2,25$, sendo C_1 e m_1 parâmetros do material conforme equação de Walker. Adotou-se ainda conforme Dowling,⁽⁴⁾ o valor da tenacidade à fratura do aço, $K_{Ic} = 110 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

O número de ciclos N_f para se atingir o tamanho crítico de trinca a partir da trinca inicial é obtido com base na integração da equação de Walker, com $R < 0$. Na Figura 7 é apresentado o gráfico do número de ciclos acumulados na propagação, a partir da trinca inicial até K_I máximo atingir o valor crítico K_{Ic} , onde $N_f = 2,528 \times 10^5$ ciclos.

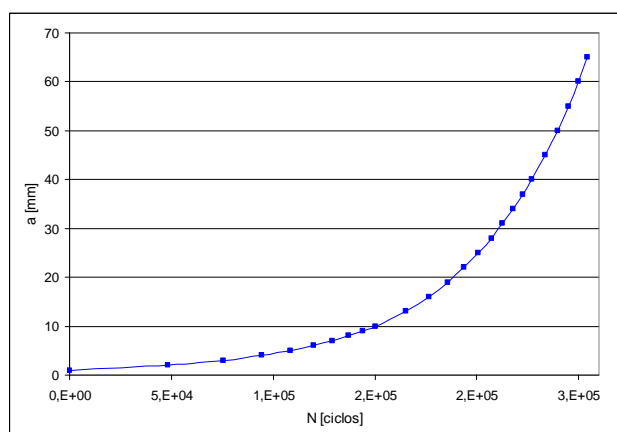


Figura 7 - Gráfico a [mm] versus N [ciclos].

Comparando-se as áreas resistentes transversais para se atingir o tamanho crítico da trinca, o valor baseado nos dados obtidos no MEC/FRANC3D é 2,9 vezes menor que o valor medido na fratura real ilustrada na Figura 7. Uma possível explicação para a diferença observada é o fato da análise apresentada neste trabalho ser



baseada no carregamento cíclico com amplitude de carga constante, enquanto no caso real o carregamento de fato tem amplitude variável ao longo do tempo. Além disto, o fechamento não foi considerado nas análises efetuadas neste trabalho e sua consideração pode causar diferenças significativas.

4 CONCLUSÃO

A metodologia apresentada e testada neste trabalho, baseada exclusivamente em análise linear utilizando-se o MEF e o MEC, mostrou-se viável para a estimativa da propagação de trincas em componentes estruturais com base na fundamentação da Mecânica da Fratura, tendo proporcionado estimativas de número de ciclos de propagação, que podem ser valiosas no estabelecimento de planos de inspeção e manutenção de equipamentos mecânicos submetidos a carregamentos variáveis. Além disto, o método proposto por Murakami e Endo pode ser utilizado como um meio rápido e prático para estimar o fator de intensidade tensão de trincas, especialmente em caso de geometria, condições de contorno e carregamentos complexos. A incorporação do fenômeno de fechamento de trinca decorrente da plasticidade na ponta da trinca parece ser um fator importante no sentido de buscar respostas mais precisas, quando se realizam as análises numéricas baseadas no MEC ou no MEF.

REFERÊNCIAS

- 1 BROEK, D.. Elementary engineering fracture mechanics, 4 ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. 516 p.
- 2 RICHARD, H. A., SANDER, M., FULLAND, M. KULLMER, G.. Development of fatigue crack growth in real structures. *Engineering Fracture Mechanics* 75. Elsevier, 2008, pp. 331-340.
- 3 PARIS, P. C. *The growth of fatigue cracks due to variations in load*. Ph. D. Thesis, Lehigh University, 1962.
- 4 DOWLING, N. E.. Mechanical behavior of materials. Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue; 2 ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. 833 p.
- 5 TADA, H., PARIS, P. C., IRWIN, G.. The stress analysis of cracks handbook, Del Research Corporation, Missouri, USA, 2000.
- 6 MURAKAMI, Y., ENDO, M., Quantitative evaluation of fatigue strength of metals containing various small defects or cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 17, n. 1, pp. 1-15, 1983.
- 7 BANNANTINE, J. A., COMER, J. J., HANDROCK, J. L.. Fundamentals of metal fatigue analysis. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1990, 273 p.
- 8 TEIXEIRA, R. S.. Metodologia de análise de fadiga em componentes estruturais de aço baseada na mecânica da fratura. Dissertação (Mestrado em engenharia de estruturas). Belo Horizonte: UFMG, 2004. 92 p.
- 9 DIAS, J. F., TEIXEIRA, R. S., RIBEIRO, G. O.. Avaliação numérica do fator de intensidade de tensão em componentes contendo defeitos. In: XXIV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2003, Ouro Preto, Brasil. Anais... Ouro Preto: Núcleo de Tecnologia da Informação da Universidade Federal de Ouro Preto, 2003.
- 10 BARSOM, J. M., ROLFE, S. T.. Fracture and fatigue control in structures – Applications of fracture mechanics. 3rd ed. Philadelphia: ASTM, 1999, 515 p.
- 11 DIAS, J.F.. Estudo do comportamento à fadiga de elementos estruturais e de máquinas em ferro fundido nodular austemperado (ADI) sujeito a carregamentos de amplitude variável. Tese (Doutorado em engenharia de estruturas). Belo Horizonte: UFMG, 2006. 122 p.



- 12 ELBER, W.. The significance of fatigue crack closure in damage tolerance in aircraft structures. ASTM STP 486, American Society for Testing and Materials. Philadelphia, 1971, pp. 230-242.
- 13 GUIMARÃES, S. R.. Desenvolvimento e aplicação de uma metodologia para previsão de vida de eixos de mandris de bobinadeiras de laminação a frio submetidas a danos acumulados por fadiga. Dissertação em Engenharia Mecânica. Belo Horizonte: UFMG, 2009.