

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE CHAPAS METÁLICAS EM TRAÇÃO BIAIXIAL¹

Thaysa Tavares Vieira da Silva²
Luciano Pessanha Moreira³

Resumo

O comportamento biaxial de chapas metálicas é analisado através de simulações numéricas por elementos finitos. Para tal, adotou-se corpo de prova cruciforme usado no dispositivo de tração biaxial proposto na literatura. Este corpo de prova tem um desenho especial composto por oblongos nos braços e uma zona central rebaixada para assegurar flexibilidade transversal e uma deformação irrestrita da zona de medidas. As previsões numéricas foram comparadas com as medidas experimentais obtidas para o alumínio 1050A. Embora as previsões numéricas apresentem uma concordância qualitativa com as tensões de escoamento experimentais, verificou-se que o critério quadrático de Hill adotado nas simulações não é adequado para descrever o comportamento em tração biaxial do alumínio 1050A. Na verdade, este material apresenta um comportamento anômalo caracterizado na literatura por ter razões entre o limite de escoamento em tração biaxial simétrica e o limite em tração uniaxial, $(\sigma_b/\sigma_u) > 1$, para um valor médio do coeficiente de anisotropia normal $R < 1$.

Palavras-chave: Dispositivo experimental; Tração biaxial; Conformação de chapas.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE BEHAVIOR OF METALLIC SHEETS IN BIAIXIAL TENSION

Abstract

The biaxial behavior of thin metallic sheets is analyzed by means of finite element numerical simulations. The cruciform specimen used in the experimental device proposed in the literature is adopted for this purpose. This specimen has a special design composed by slots along the arms and a thinned central region to ensure transversal flexibility and an unrestricted deformation of the gauge part. The numerical predictions are compared to the experimental measurements obtained for aluminum 1050A. Although the numerical predictions agree qualitatively with the experimental flow stress data, it has been verified that the Hill's quadratic yield criterion is inadequate to describe the biaxial tension behavior of the aluminum 1050A. In fact, this material is known to present an anomalous behavior characterized in the literature by the ratio between the yield stresses in equibiaxial and uniaxial tension, $(\sigma_b/\sigma_u) > 1$, whereas the mean value of the Lankford coefficient, R , is less than unity.

Key words: Experimental device; Biaxial tension; Sheet metal forming.

¹ Contribuição técnica ao 62º Congresso Anual da ABM – Internacional, 23 a 27 de julho de 2007, Vitória – ES, Brasil.

² Engenheiro Mecânico, PSA Peugeot-Citroën Centro de Produção de Porto Real, thaysa.silva@mpsa.com

³ Engenheiro Mecânico, D.Sc., Professor Adjunto, Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica, Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda, Universidade Federal Fluminense, luciano.moreira@metal.eeimvr.uff.br

1 INTRODUÇÃO

A caracterização experimental do comportamento plástico de chapas representa um dos pré-requisitos à simulação numérica do processo de conformação de chapas. Esta etapa é necessária à identificação do modelo de plasticidade para descrever os fenômenos associados com o processo de deformação da chapa metálica, a saber, o encruamento e a anisotropia. Nas operações usuais de conformação de chapas finas, os principais modos ou trajetórias de deformação se situam a região de estiramento biaxial ($\varepsilon_1 > 0$ e $\varepsilon_2 > 0$) e estampagem ($\varepsilon_1 > 0$ e $\varepsilon_2 < 0$), onde ε_1 e ε_2 são as deformações principais no plano da chapa. Recentemente, Kuwabara⁽¹⁾ realizou uma revisão dos principais ensaios experimentais empregados na avaliação do comportamento biaxial de chapas e tubos para fins de modelamento e simulação numérica. Entre estes, o ensaio de tração biaxial de chapas que faz uso de um corpo cruciforme possibilita a obtenção de tensões de escoamento na região de estiramento biaxial ($\sigma_1 > 0$ e $\sigma_2 > 0$), conforme superfície de escoamento esquematizada na Figura 1 para uma orientação angular α em relação direção de laminação da chapa.

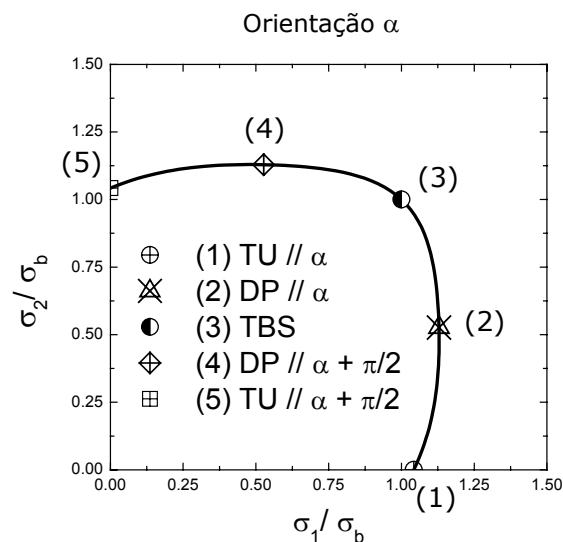


Figura 1 – Superfície de escoamento representada no espaço de tensões principais normalizadas pela tensão de escoamento em tração biaxial simétrica, onde TU = Tração Uniaxial e DP = Deformação Plana.

A metodologia do presente trabalho está estabelecida em três etapas. Na primeira, é apresentado o princípio do dispositivo experimental de ensaios de tração biaxial. Em seguida, são apresentados os detalhes para fins de depuração dos resultados dos ensaios de tração biaxial, sobretudo a passagem de esforços e deslocamentos atuantes no corpo de prova em tensões e deformações principais. Finalmente, são descritos os modelos adotados nas simulações numéricas por elementos finitos do corpo de prova de cruciforme e comparados às previsões numéricas com medidas experimentais obtidas por Makinde e Ferron⁽²⁾ para o alumínio 1050A. A análise de tensões do corpo de prova cruciforme usado neste tipo de ensaio possibilita tanto a verificação da existência de um campo de tensões homogêneas quanto à determinação numérica das áreas efetivas dos braços do corpo de prova e, portanto, as tensões efetivas de escoamento.^(3,4)

2 DISPOSITIVO DE TRAÇÃO BIAIXIAL

O dispositivo de tração biaxial de chapas proposto por Ferron e Makinde⁽⁵⁾ pode ser adaptado a uma máquina universal de ensaios. Este dispositivo consiste em um mecanismo de braços horizontais e verticais pivotados dispostos simetricamente. Os braços são posicionados de tal forma que o dispositivo converte o esforço uniaxial fornecido pela máquina universal de ensaios, tanto em tração quanto em compressão, em duas solicitações perpendiculares a um corpo de prova cruciforme promovendo, deste modo, um estado biaxial de tensões trativas. A Figura 2 esquematiza as montagens do dispositivo para os estados de tensões de tração biaxial simétrica e tração plana. Estes, por sua vez, são definidos admitindo-se um comportamento isotrópico por $\sigma_1 = \sigma_2$ e $\sigma_1 = 2\sigma_2$ respectivamente, onde σ_1 e σ_2 são as tensões principais ao longo dos eixos do corpo de prova.

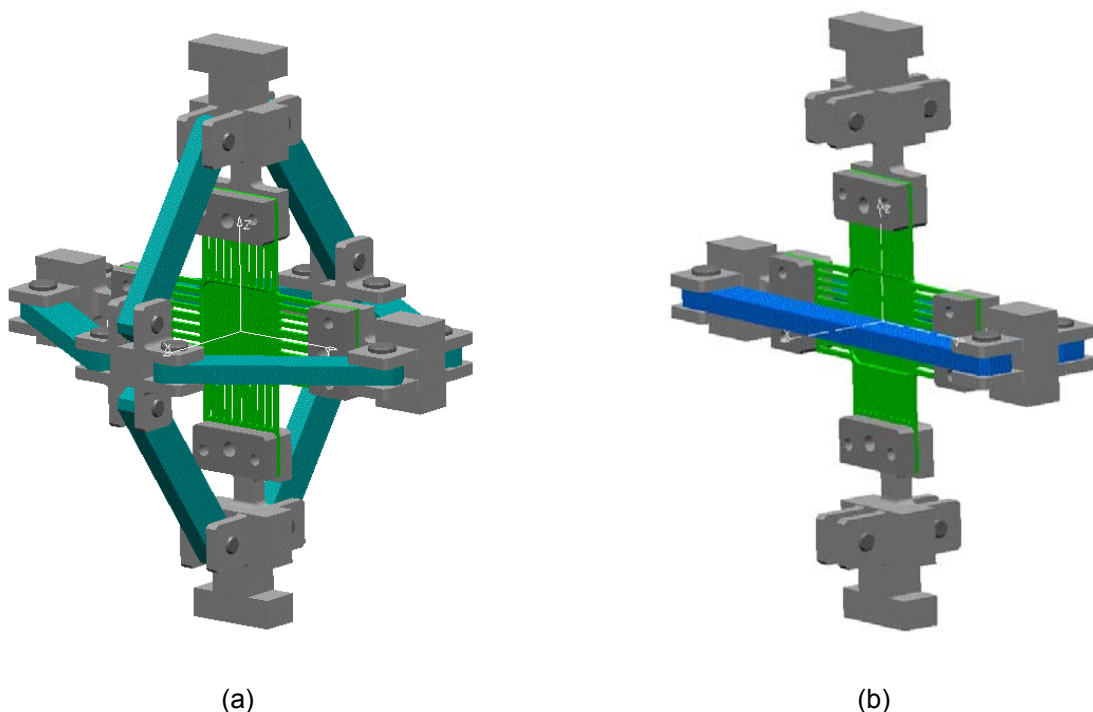


Figura 2 – Montagens do dispositivo de tração biaxial: (a) tração biaxial simétrica e (b) tração plana.

O ensaio de tração biaxial é realizado utilizando-se um corpo de prova cruciforme, especialmente projetado com um rebaixo central de maneira a produzir uma zona de tensões homogêneas, sem que haja uma influência das regiões do corpo de prova situadas sob as garras do dispositivo de ensaio. A geometria com detalhes e dimensões do corpo de prova cruciforme está mostrada na Figura 3. Este corpo de prova possui dois detalhes em particular, a presença de oblongos nos braços verticais e horizontais e uma zona central rebaixada. Os oblongos e os rebaixos foram adicionados no intuito de garantir uma região central de deformação homogênea e minimizar a concentração de tensões entre esta região e os braços do corpo de prova respectivamente. O rebaixo central é obtido por processo de eletroerosão ora em ambos os lados ora até a metade da espessura da chapa.

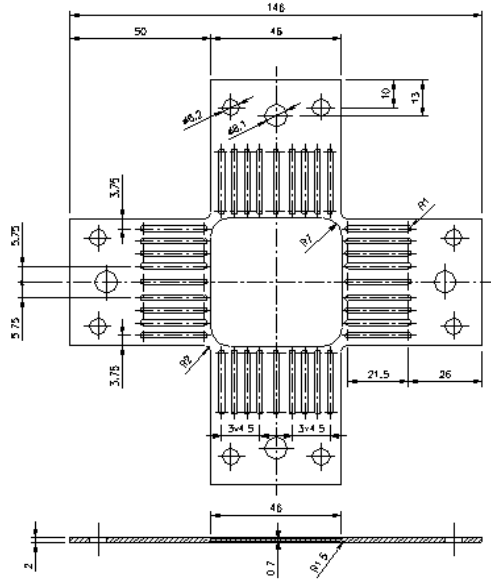


Figura 3 – Corpo de prova do ensaio de tração biaxial de chapas proposto por Ferron e Makinde ⁽⁵⁾.

2.1 Depuração de Resultados

Durante o ensaio de tração biaxial são medidos os esforços aplicados aos braços vertical e horizontal e os deslocamentos da travessa de máquina universal de ensaios. Portanto, é preciso determinar de forma indireta as tensões e deformações atuantes no corpo de prova cruciforme. As tensões na região do rebaixo são obtidas a partir do cálculo da seção efetiva do corpo de prova, conforme proposto por Makinde. ⁽⁶⁾ Primeiramente, é admitido que as distâncias $|AB| = |CD|$ situadas nas regiões entre as concordâncias dos braços, vide esquema na Figura 3, permaneçam constantes durante os carregamentos, ou seja, que estas regiões se encontrem sob um estado plano de deformações. Em seguida, estabelecendo-se o equilíbrio de forças segundo a direção 1, vide detalhe na Figura 4,

$$2S'(\ell e)\cos(\pi/4) + S_1(\ell_R e_R) = F_1 \quad (1)$$

onde $\ell = |AB| = |CD|$, $\ell_R = |AC|$, e e e_R são as espessuras iniciais do corpo de prova e da região do rebaixo respectivamente. Introduzindo a razão entre as tensões principais $\alpha_1 = S'/S_1$, é possível reescrever a Eq. (1) por:

$$S_1 = \frac{F_1}{\ell_R e_R + \sqrt{2} \ell e \alpha_1} \quad (2)$$

ou seja, a área efetiva normal a tensão principal de engenharia segundo a direção 1 é $A_1^e = \ell_R e_R + \sqrt{2} \ell e \alpha_1$. De modo equivalente, a tensão segundo o eixo 2 é definida por:

$$S_2 = \frac{F_2}{\ell_R e_R + \sqrt{2} \ell e \alpha_2} \quad (3)$$

onde $\alpha_2 = S'/S_2$.

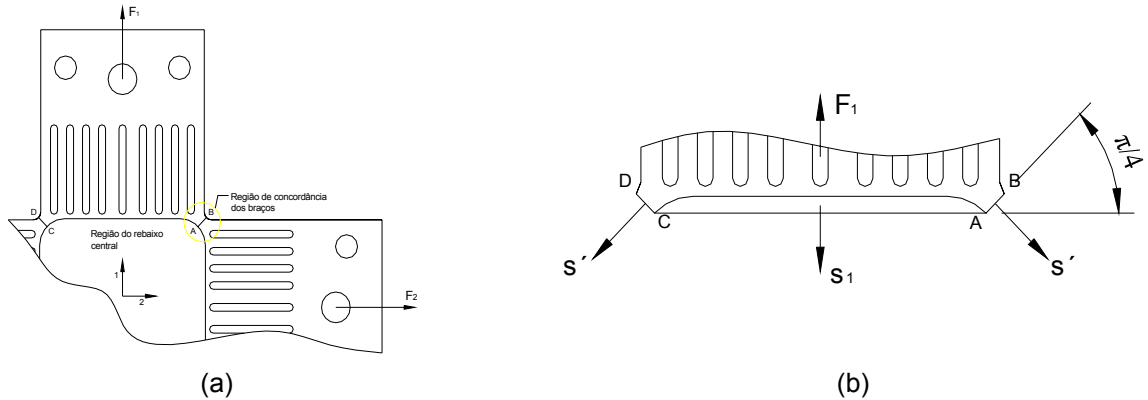


Figura 4 – Seção efetiva do corpo de prova cruciforme: (a) esquema e (b) detalhe do equilíbrio de forças.

Segundo as Eqs. (2) e (3) as tensões atuantes no corpo de prova dependem do modo de deformação. Portanto, os valores das razões α_1 e α_2 podem ser calculados admitindo-se um comportamento isotrópico descrito pelo critério de von Mises onde S' é a maior componente de tensão principal em deformação plana. A título de exemplo, para o caso de uma tração plana segundo o eixo 1, o critério de von Mises no estado plano de tensões fornece que $\alpha_1 = 1$ e $\alpha_2 = 2$ respectivamente.

Por outro lado, a determinação da deformação é baseada na decomposição do alongamento total do corpo de prova em uma parcela elástica e outra parcela plástica. No ensaio de tração biaxial, o comportamento elástico segundo cada eixo do corpo de prova cruciforme depende tanto da razão imposta de deformações principais, $\rho = \varepsilon_2/\varepsilon_1$, quanto do sistema de montagem do dispositivo. Admitindo-se então que o alongamento elástico da máquina universal de ensaios incorpore de certa forma os comportamentos elásticos do dispositivo de ensaios e de sua montagem, é possível estabelecer que o alongamento total no corpo de prova cruciforme seja composto pelas parcelas dos seus alongamentos elástico (e) e plástico (p) acrescidos do alongamento elástico da máquina de ensaios (m), isto é:

$$\Delta l = \Delta l_e + \Delta l_p + \Delta l_m \quad (4)$$

O comportamento elástico da máquina universal de ensaios pode ser aproximado considerando-se que esta se comporte como uma mola linear em série com o corpo de prova. Neste caso, o alongamento da máquina é dado por:

$$\Delta l_m = F/k_m \quad (5)$$

onde F é a força medida pela célula de carga e k_m é a constante de rigidez da máquina de ensaios. Esta relação pode ainda ser escrita em termos da "flexibilidade", $S_m=1/k_m$, introduzindo igualmente a tensão nominal atuante no corpo de prova σ_n na seção efetiva inicial do corpo de prova, ou seja:

$$\Delta l_m = S_m F = S_m S_i A_0^e \quad (6)$$

Ademais, a deformação plástica segundo cada eixo do corpo de prova definida como medida verdadeira é dada por:

$$\varepsilon_p = \int_{l_0}^{l_p} \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l_p}{l_0}\right) \quad (7)$$

onde $l_p = l_0 + \Delta l_p$ é o comprimento sob carregamento da base de medida inicial l_0 do corpo de prova. Deste modo, o alongamento plástico do corpo de prova é obtido por:

$$\Delta l_p = l_0 \left[\exp(\varepsilon_p) - 1 \right] \quad (8)$$

A deformação elástica do corpo de prova é aproximada pela medida convencional de deformação, isto é, $e_e = \varepsilon_e$. Esta hipótese é razoável visto que as medidas verdadeira e convencional são muito próximas no domínio de pequenas deformações elásticas. Admitindo-se um processo de descarregamento puramente elástico, ou seja, tomando como comprimento inicial a configuração deformada, l_p , e aplicando então a lei de elasticidade linear isotrópica de Hooke:

$$\Delta l_e = l_p \frac{\sigma}{E} \quad (9)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal e σ representa uma medida verdadeira de tensão normal. Ainda, a relação desta medida com a tensão de engenharia é obtida a partir da conservação de volume no regime plástico, a saber:

$$\sigma_i = S_i \exp(\varepsilon_p) \quad (10)$$

onde o índice i designa a direção da componente principal de tensão no plano ($i=1,2$). Portanto, retornando a Eq. (4) com as Eqs. (8-10) e resolvendo para ε_p tem-se que:

$$\varepsilon_p^i = \ln \left[\frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{S_i}{E} \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0} - S_m S_i \frac{A_0}{l_0} \right)}}{2 \left(S_i / E \right)} \right] \quad (11)$$

Por fim, as forças F_1 e F_2 atuantes nos braços do corpo de prova cruciforme são obtidas a partir de quatro extensômetros de 120 Ω em circuito de ponte de Wheatstone, montados nos suportes vertical e horizontal dos corpos de prova conforme esquema mostrado na Figura 5.

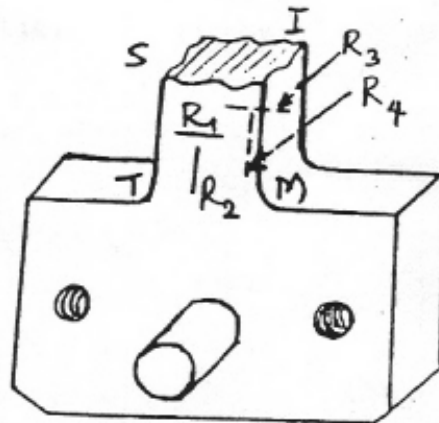


Figura 5 – Posicionamento dos extensômetros proposto por Makinde ⁽⁶⁾.

2.2 Simulações Numéricas

As simulações numéricas do corpo de prova de tração biaxial de chapas metálicas foram realizadas com o programa comercial de elementos finitos ABAQUS/Standard. Para tal, foram descartadas as regiões do corpo de prova situadas sob as garras de fixação no dispositivo onde é assumido que ocorre somente movimento de corpo rígido. Foram desenvolvidos dois modelos de elementos finitos. Inicialmente, considerando-se tanto a simetria do corpo de prova quanto às direções de simetria ortotrópica da chapa, ou seja, admitindo-se um modelo de simetria de $\frac{1}{4}$ mostrado na Figura 6. Em seguida, foi considerado um modelo com geometria completa para fins de análise do efeito da anisotropia plástica do material chapa em função de carregamentos realizados fora dos eixos de simetria ortotrópica. Em todos os casos, foram adotados elementos sólidos lineares com integração completa, C3D8 de acordo com a terminologia do programa ABAQUS. As condições de contorno adotadas nos modelos de elementos finitos foram de corpo rígido nos nós correspondentes às regiões das garras e deslocamentos nulos nos nós localizados na metade da espessura nas regiões dos braços do corpo de prova. Por outro lado, os carregamentos foram impostos por deslocamentos aplicados aos nós situados nas faces normais aos eixos 1 e 2 mostrados na Figura 6.

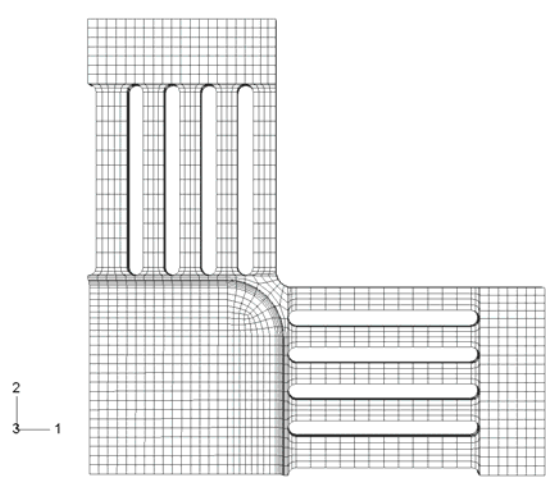


Figura 6 – Modelo para o corpo de prova cruciforme com simetria de $\frac{1}{4}$ (7.242 elementos sólidos).

O material adotado nas simulações é o alumínio comercial 1050A caracterizado experimentalmente por Makinde e Ferron,⁽²⁾ para o qual as propriedades elásticas são definidas pelo módulo de Young $E = 69.000$ MPa e pelo coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$ respectivamente. O comportamento plástico foi descrito a partir de ensaios de tração uniaxial, tração biaxial simétrica e tração plana segundo a lei de encruamento de Swift definida por:

$$\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon_p)^N \quad (12)$$

onde K , ϵ_0 e N são o coeficiente de resistência, a pré-deformação e o expoente de encruamento respectivamente. As propriedades plásticas obtidas experimentalmente para o alumínio 1050A estão apresentadas nas tabelas a seguir, onde R e σ_e designam o coeficiente de anisotropia plástica determinado em tração uniaxial e a tensão de escoamento respectivamente.

Tabela 1 – Propriedades plásticas do Al 1050A determinadas em tração uniaxial ⁽²⁾.

Orientação (⁰)	σ_e (MPa)	K (MPa)	ϵ_0	N	R
0	17,25	117,43	0,0001	0,2084	0,80
45	37,66	144,14	0,0118	0,3023	0,32
90	15,82	117,84	0,0001	0,2180	0,98

Tabela 2 – Propriedades plásticas do Al 1050A determinadas em tração biaxial simétrica ⁽²⁾.

Tensão	K (MPa)	ϵ_0	N
σ_1	127,03	0,0003	0,2068
$\sigma_2 // 0^0$	124,49	0,0001	0,2137

Tabela 3 – Propriedades plásticas do Al 1050A determinadas em tração plana ⁽²⁾.

Tensão	K (MPa)	ϵ_0	N
$\sigma_1 // 0^0$	114,93	0,0005	0,2404
σ_2	72,85	0,0001	0,3096
σ_1	113,39	0,0004	0,2090
$\sigma_2 // 0^0$	49,96	0,0001	0,1771

A anisotropia plástica inicial da chapa é descrita através do critério de escoamento quadrático de Hill ⁽⁷⁾, o qual para o estado plano de tensões é definido por:

$$2F(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_{11}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (F + H)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (13)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensões de Cauchy e os parâmetros F , G , H e N são calculados a partir da tensão de escoamento em tração uniaxial na direção de laminação da chapa (σ_0) e dos valores do coeficiente de anisotropia plástica (R_0 , R_{45} e R_{90}). No programa ABAQUS, este critério é definido através do comando *POTENTIAL em conjunto com a opção *ORIENTATION, a qual leva em consideração a orientação inicial dos eixos de simetria ortotrópica da chapa por meio de um referencial co-rotacional que gira com a taxa do tensor spin. Deste modo, as simulações do modelo completo do corpo de prova cruciforme podem ser realizadas para carregamentos fora dos eixos de simetria ortotrópica ativando a opção *ORIENTATION com uma rotação inicial em torno do eixo 3 normal a chapa, vide Figura 5, que reproduza a orientação dos eixos materiais da chapa em relação aos eixos globais 1 e 2 indicados nesta figura.

Em relação aos carregamentos, foram analisados os casos correspondentes aos ensaios de tração biaxial simétrica e tração plana paralela e perpendicular à direção de laminação para fins de comparação com os resultados experimentais obtidos por Makinde e Ferron. ⁽²⁾ Em todos os casos, os deslocamentos impostos as regiões correspondentes as garras foram iguais a 8 mm.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 7 mostra as previsões numéricas de distribuições de tensões normais e deformações totais determinadas para o carregamento em tração biaxial simétrica. Em primeiro lugar, é possível observar uma concentração de tensões na região onde a

distância entre os oblongos é maior. Isto se dá em razão da maior rigidez do oblongo central em comparação aos demais. Por outro lado, a região central do corpo de prova apresenta uma extensa zona de tensões e deformações homogêneas e apresentam os maiores valores devido a menor espessura em comparação com as regiões dos braços.

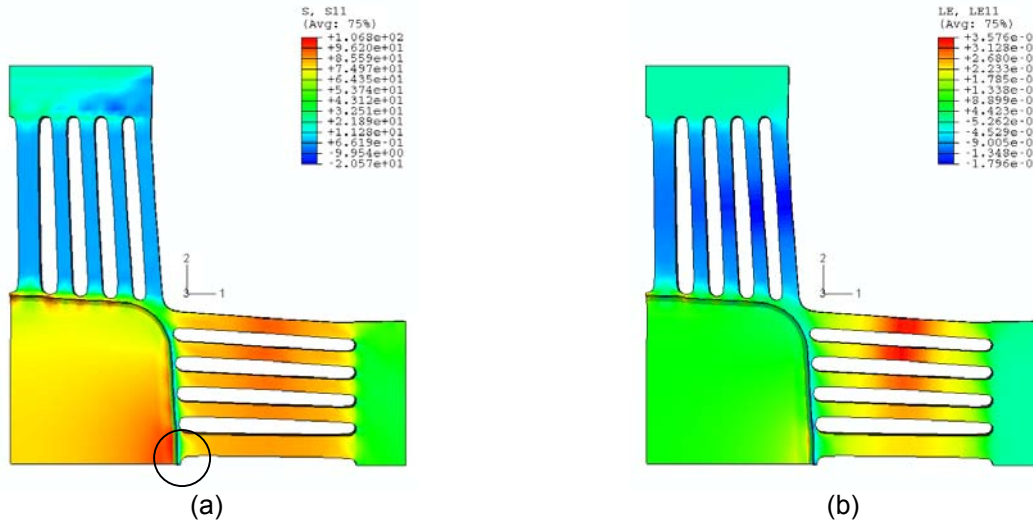


Figura 7 – Previsões numéricas do Al 1050-A para um carregamento em tração biaxial simétrica: (a) tensões normais (MPa) e deformações totais verdadeiras segundo o eixo 1.

A Figura 8 compara as previsões numéricas obtidas para o Al 1050A com as tensões determinadas experimentalmente a partir de ensaios de tração biaxial simétrica e tração plana paralela à direção de laminação. Os resultados indicados por “Iso” representam as simulações realizadas considerando-se um comportamento isotrópico. Os resultados numéricos foram obtidos a partir de elementos situados na superfície superior próximos ao oblongo central. O critério de Hill quadrático⁽⁷⁾ superestima as tensões em todos os casos, o que pode ser confirmado na comparação feita na Figura 9 entre as superfícies de escoamento e os valores experimentais das tensões de escoamento. Ademais, as tensões previstas segundo a direção de laminação (σ_{11}) são muito próximas aos valores numéricos obtidos pelo modelo isotrópico de von Mises, o que pode ser atribuído aos valores de R próximos de 1 para as orientações 0 e 90° , vide Tabela 1. Do mesmo modo, a maior tensão prevista para a tração plana coincide com aquela fornecida pelo comportamento isotrópico e, em geral, se situam abaixo dos valores obtidos em tração biaxial simétrica em concordância com os experimentos.

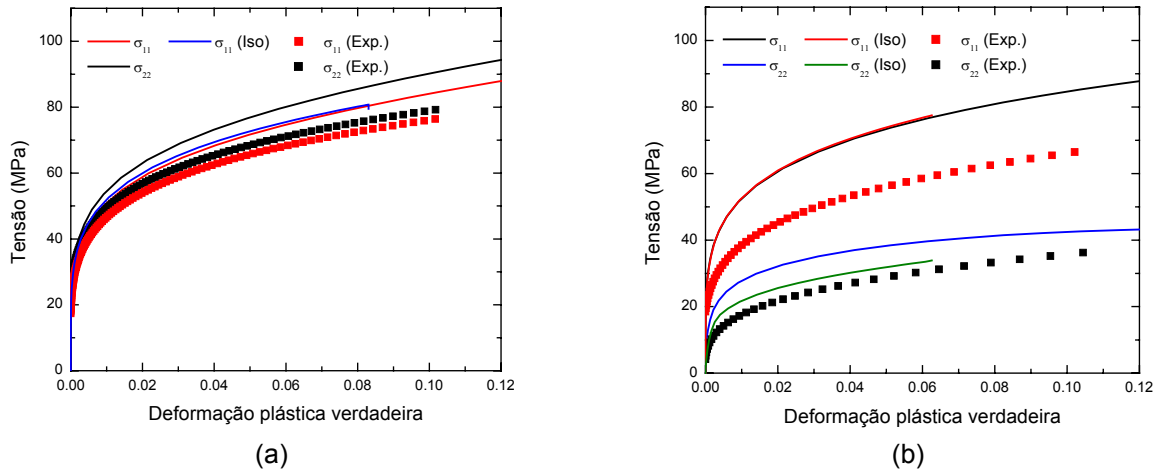


Figura 8 – Comparações entre as previsões numéricas e os resultados experimentais do Al 1050-A: (a) tração biaxial simétrica e (a) tração plana.

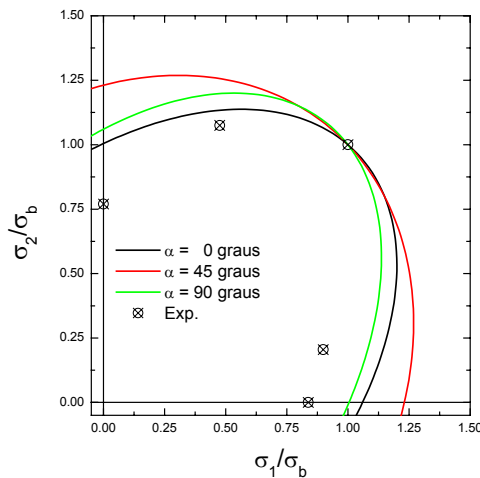


Figura 9 – Comparação entre as superfícies de escoamento previstas pelo critério de Hill ⁽⁷⁾ e as tensões de escoamento experimentais do Al 1050A. Representação no espaço de tensões principais (σ_1 , σ_2) normalizadas pela tensão de escoamento em tração biaxial simétrica (σ_b).

A previsão da maior componente de tensão em deformação plana em função da orientação angular α em relação à direção de laminação é apresentada na Figura 10. As orientações $\alpha = 0$ e 90 graus apresentam as mesmas tendências que as medidas experimentais da tensão de escoamento mostradas Figura 10(b) para os ensaios realizados nas orientações paralela e perpendicular a direção de laminação de chapa. De acordo com as previsões determinadas através do critério quadrático de Hill,⁽⁷⁾ os níveis da maior tensão em deformação plana a 45 graus são superiores em comparação as orientações situadas nos eixos de simetria ortotrópica.

É interessante observar que a anisotropia plástica do alumínio comercial 1050-A é bastante acentuada, principalmente nas orientações angulares próximas a 45 graus. Ademais, o comportamento anisotrópico previsto pelo critério quadrático de Hill⁽⁷⁾ fornece uma razão entre as tensões de escoamento em tração biaxial simétrica, σ_b , e

em tração uniaxial a uma orientação α qualquer, σ_{α} , ou seja, $(\sigma_b/\sigma_{\alpha}) < 1$ enquanto que o alumínio 1050A apresenta um comportamento experimental inverso, isto é, $(\sigma_b/\sigma_{\alpha}) > 1$.

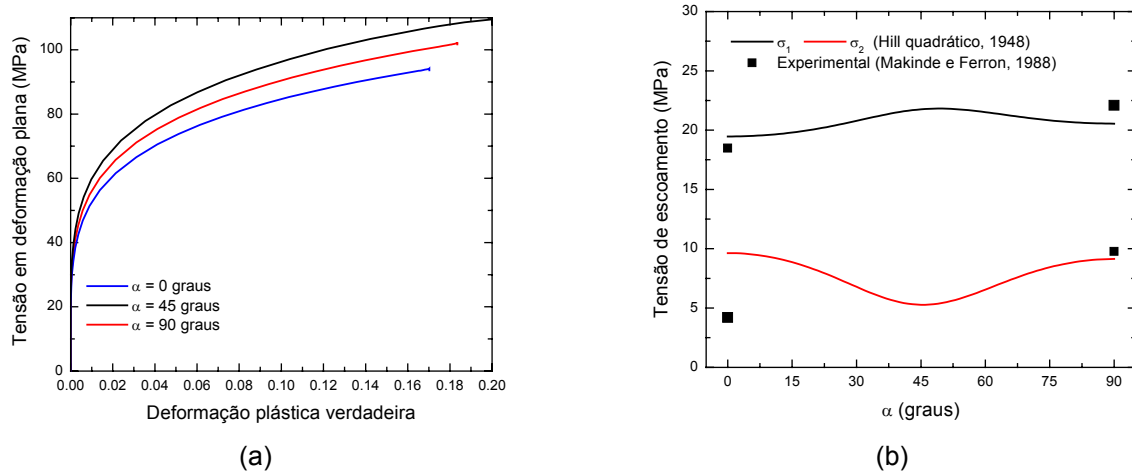


Figura 9 – Tração plana para o Al 1050A: (a) previsões da maior componente de tensão normal (MPa) e (b) tensão em deformação plana em função da orientação angular em relação a direção de laminação α .

4 CONCLUSÕES

Inicialmente, foram descritos os métodos necessários para a depuração dos resultados do dispositivo original de tração biaxial de chapas metálicas proposto por Ferron e Makinde⁽⁵⁾, a saber, a obtenção dos valores das tensões e deformações a partir dos deslocamentos e forças medidos durante o ensaio.

As simulações numéricas por elementos finitos do corpo de prova cruciforme, por um lado, indicaram a presença de concentrações de tensões nas regiões junto às extremidades dos oblongos e, por outro lado, que o rebaixo central representa a região mais homogênea deste corpo de prova. Portanto, comprova-se a importância tanto do rebaixo central como dos oblongos para garantir a homogeneidade de tensões e deformações na região de interesse.

Finalmente, as previsões obtidas a partir das análises não-lineares realizadas adotando-se o critério quadrático de Hill⁽⁷⁾ para descrever a anisotropia inicial do alumínio 1050A, mostraram tanto para a tração biaxial simétrica como para os modos de deformação plana que este critério superestima os valores experimentais determinados por Makinde e Ferron⁽²⁾. Na realidade, o critério quadrático de Hill⁽⁷⁾ não é adequado para o comportamento do alumínio 1050A, o qual se caracteriza por ter razões entre o limite de escoamento em tração biaxial simétrica e o limite em tração uniaxial, $(\sigma_b/\sigma_{\alpha}) > 1$ e um valor do coeficiente de anisotropia normal $R < 1$.

Agradecimentos

O presente trabalho teve suporte do auxílio à pesquisa tipo APQ junto a FAPERJ (E 26/170.566/2004). Os autores gostariam de agradecer ao Professor Gérard Ferron do Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, Université Paul-Verlaine Metz, França, por ter cedido gentilmente os desenhos do dispositivo de tração biaxial de chapas metálicas e participado nas discussões dos resultados obtidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- 1 Kuwabara, T., Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. **International Journal of Plasticity**, Vol.23, N. 3 pp. 385-419, 2007.
- 2 Makinde, A. e Ferron, G., Strain-hardening characteristics of aluminum-1050A, α -(70/30) brass, and austenitic stainless steel under biaxial loading, **Journal of Testing Evaluation**, Vol.16, N. 5, pp. 461-469, 1988.
- 3 Demmerle, S. e Boehler, J.P., Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Vol. 41, N. 1, pp. 143-181, 1993.
- 4 Lin, S. B. e Ding, J. L., Experimental study of the plastic yielding of rolled sheet metals with cruciform plate specimen. **International Journal of Mechanical Sciences**, Vol. 11, N. 5, pp. 583-604, 1995.
- 5 Ferron, G. e Makinde, A., Design and development of a biaxial strength testing device. **Journal of Testing Evaluation**, Vol.16, N. 3, pp. 253-256, 1988.
- 6 Makinde, A., Mise au point d'un dispositif original de traction biaxiale. Application à l'étude expérimentale de l'érouissage des métaux sous différents chemins de déformations, Tese de doutorado, Université de Poitiers, França, 1986.
- 7 Hill, R., A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals. **Proceedings of the Royal Society of London**, A 193, pp. 281-297, 1948.