

DESENVOLVIMENTO DE NOVO MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DO TAMANHO DE LOTE MÍNIMO EM AMOSTRAGEM ALEATÓRIA PARA MATERIAIS FRÁGEIS EMPREGANDO A DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL¹

*José Antônio Maciel Pereira²
 Eduardo Atem de Carvalho³*

Resumo

Para materiais frágeis, onde algumas propriedades podem ser representadas pela Distribuição de Weibull, destaca-se a necessidade de que um método seja apresentado para a determinação de lotes mínimos. Modelo foi construído a partir de um método já aplicado para Distribuição Normal, com o auxílio de ferramentas estatísticas, desenvolvida em metodologia quantitativa e exploratória. Realizada a coleta números verdadeiramente aleatórios, em Distribuição Normal, conforme Coeficientes de Variação pré-estabelecidos para quatro faixas de numéricas simulando também uma dispersão aleatória. Estes números foram desdobrados em distribuições menores simulando tamanho de lotes. Utilizou-se a Metodologia de Cochran, com a adoção de critérios específicos para a Distribuição de Weibull. Produzidas tabelas numéricas que relacionam os Coeficientes de Variação de Weibull, Faixa Numérica e Parâmetros de Weibull para a determinação de lotes mínimos em função do número máximo de amostras.

Palavras-chave: Lotes mínimos; Materiais frágeis; Weibull.

DEVELOPMENT OF NEW METHOD TO DETERMINATION OF MINIMUM SAMPLE SIZE FROM RANDOM NUMBERS FOR BRITTLE MATERIALS APPLYING WEIBULL DISTRIBUTION

Abstract

Regarding brittle materials where some properties can be represented by Weibull Distribution, the necessity of a new method of minimum sample be presented must be highlighted. Thus, a model has been built as baseline from a method already applied to Normal Distribution supported by statistical tools. Applying Cochran Methodology new model was built starting from numbers truly random, under Normal Distribution and using Variation Coefficients by four chosen numerical ranges faking the brittle materials randomly dispersion. Such numbers packs were deployed into new smaller distributions. Ensuring Normal and Distribution distribution compliance. Adopting specific criteria, numerical tables are outcome which encloses Coefficient of Variation, Numerical Ranges and Weibull Parameters with minimum batch number in reason of maximum number of batches.

Key words: Weibull; Minumum sample; Brittle materials.

¹ *Contribuição técnica ao 68º Congresso Anual da ABM - Internacional, 30 de julho a 2 de agosto de 2013, Belo Horizonte, MG, Brasil.*

² *Engenharia e Ciências de Materiais, D.Sc. Doutorando, UENF. Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil.*

³ *Engenharia Mecânica, Ph.D. Professor Associado, UENF. Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil.*

1 INTRODUÇÃO

A Distribuição de Weibull tem sido, em recentes anos, utilizado em grande número de trabalhos científicos para a determinação de vida útil ou previsões nas áreas aeroespacial, automotiva, geração elétrica, médica e dentária, eletrônica e em diversas outras.

O objetivo geral está associado em apresentar um novo método para a determinação destes lotes mínimos para materiais que apresentam Distribuição por Weibull que se inicia com o uso de uma ferramenta aplicada para Distribuições Normais, apresentada por Cochran.⁽¹⁾ Partindo-se de 300 números verdadeiramente aleatórios conforme Haar⁽²⁾ distribuídos em 60 sublotes (denominados de Lotes Originais), quatro faixas numéricas (simulando níveis de dispersão) de Coeficiente de Variação diferentes, definido como a relação entre o desvio padrão (S) e a média aritmética do lote (μ), o método de Cochran foi também aplicado para a Distribuição de Weibull. O cálculo dos parâmetros de forma (β) e de localização (θ) foi realizado através de três Métodos de Determinação de Parâmetros. Como resultado novas tabelas para identificar o número mínimo de amostras necessárias foram geradas comparativamente entre o Método Normal e os três Métodos de Determinação de Parâmetros de Weibull, em função do erro relativo da fórmula de Cochran na faixa de 0,1 a 0,01 (1 a 10%), β e θ e, também, em função do Coeficiente de Variação de Weibull e Faixa de Numérica de Dispersão.

Dodson⁽³⁾ estabelece 04 funções de interesse para o uso de Weibull, sendo a principal delas a Função Densidade de Probabilidade, simbolizada por $f(x)$, que descreve a forma da distribuição. É representada pela fórmula:

$$f(x) = \frac{\beta(x-\delta)^{\beta-1}}{\theta^{\beta}} e^{-\left(\frac{x-\delta}{\theta}\right)^{\beta}} \quad (1)$$

Onde:

- β é o parâmetro de forma, número adimensional, também conhecido como Módulo de Weibull (m) e inclinação da Distribuição de Weibull.
- θ é o parâmetro de escala. Significa o valor de tempo em que 63,2% das falhas ocorrem se o parâmetro de localização for igual a zero.
- δ é o parâmetro de localização ou de posição ao longo do eixo das abscissas. Em caso de $\delta \neq$ zero, δ é a vida mínima da população.

1.1 Métodos de Estimação de Parâmetros

Dodson⁽³⁾ apresenta destaca três métodos de estimação de parâmetros: Método Gráfico (*Probability Plotting*), Método de Risco (*Harzard Plotting*) e Método de Máxima Verossimelhança (*Máximum Likelihood Estimation - MLE*). Em geral, todos possuem vantagens de utilização e suas próprias limitações. Recomenda o uso do Método Gráfico ou Método de Risco para a melhor verificação da qualidade da linearização proposta para a Distribuição de Weibull. Diversos autores, tais como Al-Fawzan⁽⁴⁾ e Kirtay e Dispinar⁽⁵⁾ apresentaram trabalhos com uso de vários métodos não paramétricos para a determinação de parâmetros de Weibull. Yahaya et al.⁽⁶⁾ apresentam uma compilação de outros diversos estudos.

1.2 Determinação de Lotes Mínimos

A Fórmula de Cochran⁽¹⁾ para Determinação de Lotes Mínimos para Distribuições Normais utiliza dois tipos de erros. O primeiro, erro α é o nível de risco caracterizado pela Distribuição de *T-Student*, cujo valor, geralmente, utilizado na literatura é 0,05. O segundo erro, denominado erro relativo (r) deve ser controlado na população total ou média. Deste modo:

$$\Pr\left(\left|\frac{\bar{x}-\mu}{\mu}\right| \geq r\right) = \Pr\left(\left|\frac{N\bar{x}-N\mu}{N\mu}\right| \geq r\right) = \Pr(|\bar{x} - \mu| \geq r\mu) \quad (2)$$

Onde Pr é a probabilidade de r ocorrer e N é o número total de itens da amostra (população). Assim, tem-se que:

$$r\mu = tS_{\bar{x}} = t\sqrt{\frac{N-n}{N}} \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

A Fórmula de Cochran⁽¹⁾ deriva da Equação 3 e usa quatro fatores principais:

$$n_0 = \frac{t^2 S^2}{r^2 \mu^2} \quad (4)$$

n_0 = Valor do Lote Mínimo calculado / t = O erro alfa (α) T-Student / S^2 = Valor da variância da amostra / r = Erro relativo / μ = valor da média da população.

Cochran⁽¹⁾ estabelece que o resultado obtido com n_0 deverá ser inferior do que 5% do número de amostras. Caso isto não aconteça, a correção ou refinamento deverá ser realizada através de uma nova fórmula:

$$nf = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \quad (5)$$

Onde nf = novo número de lote mínimo e N = número de amostras do lote.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O procedimento de metodologia de pesquisa é definido através das etapas:

- definição das Faixas de Números: Foram definidas as faixas aleatórias de números entre 0 e 1; 0 a 0,75; 0 a 0,5 e 0 a 0,25, com a intenção de simular quatro níveis (partindo-se de um menor até um maior) também aleatórios de dispersão;
- definição dos Coeficientes de Variação (CV): Foram determinados, aleatoriamente, os Coeficientes de Variação, em número de 0,1; 0,2; 0,3 e 0,4 e calculados a Média Aritmética e o Desvio Padrão das Faixas Numéricas;
- geração e Coleta de 300 Números Aleatórios dentro das Faixas de Números em função dos CV definidos, consideradas como amostras completas;
- sublotes foram criados, retirando-se os cinco últimos números de cada lote sequencial, respeitando-se o seu rank ordinário original, apresentado-se um total de 60 lotes, por 4 Coeficientes de Variação e para 4 Faixas Numéricas, perfazendo o número total de 960 novas distribuições;
- utiliza-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para a Adequação de Normalidade e para a Adequação à Distribuição de Weibull, os três Métodos de Determinação de Parâmetros, além do coeficiente de relacionamento do método (R^2) do Método de Probabilidade e Método de Risco, já que utilizam a Regressão Linear Simples;

- aplicação da Fórmula de Cochran para determinação de n_0 (Fórmula 4) e, em caso de que $n_0 > 5\%$ e da fórmula de correção (5) para cálculo de n_i ;
- aplicação dos Critérios de Cochran em função do Erro Relativo para Distribuição Normal e para as de Weibull na faixa foi de 1 a 10%, ou seja, de 0,01 a 0,1, considerando-se o limite de 10% de acurácia em qualquer medição o máximo tolerável neste modelo. Assim, foram realizadas 38.400 interações;
- determinação de Lote Mínimo e $N_{máx}$ a partir das seguintes premissas:
 - o sentido adotado foi do Maior Lote para os Menores, ou seja, o ponto de raiz foi $N=300$ seguindo-se em diante.
 - a média aritmética simples é o parâmetro de referência para a determinação do Lote Mínimo.
 - intervalo de números aceitos para cálculo de média seria de, no mínimo, composto de um intervalo com 06 números ($n \geq 6$).
 - amplitude no intervalo de +1 ou -1 em relação à média do item anterior.
 - apenas um valor não enquadrado no quarto critério, pode ser aceito para a composição da média.
 - aplicação dos itens anteriores para a determinação de Beta e Teta.
 - arredondamentos: até decimal 5 (inclusive), “arredonda-se para baixo” e para o caso de decimal acima de 5 (exclusive) “arredonda-se para cima”;
- exclusão de valores obtidos pela correção nf ou manutenção de n_0 que se igualavam ao Lote Original N ;
- confecção de tabelas de relacionamento de Parâmetros de Weibull, Coeficientes de Variação e erro (r) para a determinação de Lotes Mínimos.

3 RESULTADOS

Tabela 1. $N_{máx}$ e Lotes Mínimos para CV = 0,1 e FN de 0 a 1 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM \leq Cochran N - 1 | | Weibull MLE $\beta = 11$ ($N_{máx} \geq 25$) $\theta = 0,5$ ($N_{máx} \geq 5$) LM $\leq n - 1$ | | Weibull PP $\beta = 13$ ($N_{máx} \geq 15$) $\theta = 0,5$ ($N_{máx} \geq 5$) LM $\leq n - 1$ | | Weibull HP $\beta = 13$ ($N_{máx} \geq 15$) $\theta = 0,5$ ($N_{máx} \geq 5$) LM $\leq n - 1$ | |
|-----------------------|-----------------------------------|----|---|----|--|----|--|----|
| | $N_{máx}$ | LM | $N_{máx}$ | LM | $N_{máx}$ | LM | $N_{máx}$ | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | 250 | 67 | 275 | 82 | 275 | 66 | 265 | 67 |
| 0.03 | 140 | 34 | 145 | 42 | 130 | 33 | 115 | 34 |
| 0.04 | 115 | 21 | 115 | 26 | 105 | 20 | 110 | 21 |
| 0.05 | 105 | 14 | 55 | 17 | 100 | 14 | 95 | 14 |
| 0.06 | 95 | 10 | 40 | 12 | 35 | 10 | 25 | 10 |
| 0.07 | 25 | 7 | 25 | 9 | 25 | 7 | 15 | 7 |
| 0.08 | 25 | 6 | 25 | 7 | 15 | 6 | 15 | 6 |
| 0.09 | 15 | 4 | 25 | 6 | 5 | 4 | 15 | 5 |
| 0.10 | 15 | 4 | 25 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4 |

Tabela 2. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,2 e FN de 0 a 1 em função de r

| Acurácia | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,5 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,5 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|----------|------------------------------|----|--|----|---|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | 275 | 101 | 275 | 103 |
| 0.04 | 230 | 68 | 275 | 74 | 270 | 67 | 255 | 68 |
| 0.05 | 215 | 48 | 225 | 51 | 270 | 47 | 210 | 47 |
| 0.06 | 200 | 35 | 205 | 38 | 200 | 34 | 205 | 35 |
| 0.07 | 200 | 27 | 150 | 28 | 200 | 26 | 195 | 26 |
| 0.08 | 160 | 21 | 140 | 22 | 145 | 20 | 195 | 21 |
| 0.09 | 145 | 17 | 90 | 18 | 65 | 16 | 195 | 17 |
| 0.10 | 140 | 14 | 90 | 15 | 55 | 13 | 50 | 13 |

Tabela 3. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,3 e FN de 0 a 1 em função de r

| Acurácia | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 4 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 3 (Nmáx ≥ 15) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 10) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 3 (Nmáx ≥ 15) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 10) LM ≤ n - 1 | |
|----------|------------------------------|-----|--|-----|--|-----|--|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | 270 | 107 | 270 | 110 | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | 230 | 78 | 250 | 81 | 255 | 100 | 270 | 103 |
| 0.06 | 225 | 60 | 225 | 62 | 230 | 78 | 230 | 80 |
| 0.07 | 210 | 47 | 205 | 48 | 200 | 62 | 210 | 64 |
| 0.08 | 150 | 37 | 150 | 38 | 155 | 50 | 155 | 52 |
| 0.09 | 80 | 30 | 85 | 31 | 150 | 42 | 155 | 43 |
| 0.10 | 65 | 25 | 75 | 26 | 150 | 35 | 150 | 36 |

Tabela 4. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,4 e FN de 0 a 1 em função de r

| Acurácia | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 3 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 2 (Nmáx ≥ 15) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 2 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|----------|------------------------------|----|--|----|---|----|---|----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.06 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.07 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.08 | 275 | 70 | 260 | 69 | NA | NA | NA | NA |
| 0.09 | 260 | 58 | 260 | 58 | NA | NA | NA | NA |
| 0.10 | 260 | 49 | 260 | 49 | 260 | 61 | 260 | 63 |

Tabela 5. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,1 e FN de 0 a 0,75 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 10 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 11 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 11 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|---|----|--|----|--|----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | 275 | 77 | 270 | 78 |
| 0.03 | 185 | 41 | 275 | 51 | 145 | 40 | 145 | 41 |
| 0.04 | 185 | 25 | 115 | 31 | 90 | 25 | 85 | 25 |
| 0.05 | 80 | 17 | 85 | 21 | 80 | 17 | 65 | 17 |
| 0.06 | 40 | 12 | 80 | 15 | 30 | 12 | 30 | 12 |
| 0.07 | 30 | 9 | 45 | 11 | 20 | 9 | 20 | 9 |
| 0.08 | 20 | 7 | 40 | 9 | 20 | 7 | 20 | 7 |
| 0.09 | 20 | 6 | 30 | 7 | 20 | 6 | 20 | 6 |
| 0.10 | 20 | 5 | 30 | 6 | 20 | 5 | 20 | 5 |

Tabela 6. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,2 e FN de 0 a 0,75 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 5 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|---|----|---|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | 255 | 103 | 270 | 105 |
| 0.04 | 235 | 71 | 270 | 77 | 205 | 69 | 195 | 70 |
| 0.05 | 180 | 50 | 255 | 55 | 185 | 49 | 190 | 50 |
| 0.06 | 165 | 37 | 170 | 40 | 180 | 36 | 180 | 37 |
| 0.07 | 125 | 28 | 140 | 31 | 115 | 27 | 115 | 28 |
| 0.08 | 115 | 22 | 120 | 24 | 115 | 22 | 60 | 22 |
| 0.09 | 60 | 18 | 115 | 20 | 50 | 17 | 50 | 18 |
| 0.10 | 50 | 15 | 60 | 16 | 40 | 14 | 50 | 15 |

Tabela 7. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,3 e FN de 0 a 0,75 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 3 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 3 (Nmáx ≥ 15) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 3 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|--|----|---|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | 250 | 95 | 245 | 95 | 270 | 111 | 275 | 114 |
| 0.06 | 240 | 73 | 240 | 74 | 245 | 87 | 250 | 90 |
| 0.07 | 205 | 58 | 195 | 58 | 240 | 70 | 240 | 72 |
| 0.08 | 175 | 47 | 165 | 47 | 205 | 57 | 220 | 59 |
| 0.09 | 160 | 38 | 160 | 39 | 165 | 47 | 160 | 48 |
| 0.10 | 155 | 32 | 155 | 33 | 150 | 39 | 155 | 41 |

Tabela 8. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,4 e FN de 0 a 0,75 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 3 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 2 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 2 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|-----|---|-----|--|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | 275 | 132 | 275 | 132 | NA | NA | NA | NA |
| 0.06 | 270 | 106 | 270 | 106 | 275 | 126 | 275 | 128 |
| 0.07 | 250 | 86 | 250 | 86 | 275 | 105 | 255 | 105 |
| 0.08 | 215 | 71 | 215 | 71 | 230 | 87 | 210 | 88 |
| 0.09 | 200 | 59 | 200 | 59 | 205 | 73 | 205 | 75 |
| 0.10 | 200 | 50 | 200 | 50 | 200 | 63 | 200 | 64 |

Tabela 9. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,1 e FN de 0 a 0,5 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 11 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 10) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 12 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 10) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 12 (Nmáx ≥ 15) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 10) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|--|----|---|----|---|----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | 275 | 71 | NA | NA | 270 | 69 | NA | NA |
| 0.03 | 240 | 41 | 270 | 46 | 240 | 35 | 240 | 36 |
| 0.04 | 120 | 20 | 235 | 27 | 100 | 20 | 105 | 21 |
| 0.05 | 120 | 14 | 105 | 17 | 100 | 14 | 55 | 14 |
| 0.06 | 95 | 10 | 50 | 12 | 50 | 10 | 30 | 10 |
| 0.07 | 20 | 7 | 30 | 9 | 10 | 7 | 10 | 7 |
| 0.08 | 10 | 5 | 15 | 7 | 10 | 6 | 10 | 6 |
| 0.09 | 10 | 4 | 10 | 6 | 10 | 4 | 10 | 5 |
| 0.10 | 10 | 4 | 10 | 5 | 10 | 4 | 10 | 4 |

Tabela 10. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,2 e FN de 0 a 0,5 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 6 (Nmáx ≥ 15) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 6 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 6 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,6 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|-----|--|-----|--|----|--|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | 270 | 108 | 275 | 112 | 265 | 99 | 255 | 101 |
| 0.04 | 245 | 73 | 240 | 75 | 240 | 66 | 240 | 68 |
| 0.05 | 165 | 51 | 165 | 53 | 125 | 46 | 110 | 47 |
| 0.06 | 105 | 38 | 125 | 39 | 100 | 34 | 100 | 36 |
| 0.07 | 75 | 29 | 100 | 30 | 70 | 27 | 70 | 28 |
| 0.08 | 60 | 23 | 75 | 24 | 55 | 21 | 60 | 22 |
| 0.09 | 60 | 19 | 75 | 20 | 55 | 17 | 55 | 18 |
| 0.10 | 60 | 16 | 60 | 16 | 55 | 14 | 55 | 15 |

Tabela 11. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,3 e FN de 0 a 0,5 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 4 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 4 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 4 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|---|----|--|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | 260 | 104 | 270 | 107 |
| 0.05 | 275 | 90 | 275 | 91 | 230 | 76 | 230 | 79 |
| 0.06 | 275 | 69 | 275 | 70 | 225 | 58 | 225 | 60 |
| 0.07 | 275 | 54 | 275 | 55 | 200 | 45 | 205 | 47 |
| 0.08 | 275 | 43 | 275 | 44 | 100 | 36 | 90 | 37 |
| 0.09 | 255 | 35 | 270 | 36 | 60 | 29 | 60 | 30 |
| 0.10 | 220 | 29 | 205 | 29 | 50 | 25 | 50 | 26 |

Tabela 12. Nmáx e Lotes Mínimos para CV = 0,4 e FN de 0 a 0,5 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 3 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 12 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 2 (Nmáx ≥ 20) θ = 0,3 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|-----|--|-----|--|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.06 | 265 | 102 | 265 | 103 | NA | NA | NA | NA |
| 0.07 | 255 | 83 | 255 | 83 | 265 | 111 | 275 | 114 |
| 0.08 | 250 | 68 | 250 | 69 | 255 | 94 | 240 | 95 |
| 0.09 | 250 | 57 | 250 | 61 | 235 | 79 | 240 | 81 |
| 0.10 | 245 | 48 | 250 | 52 | 230 | 68 | 240 | 70 |

Tabela 13. Nmáx e Lotes Mínimos para CV=0,1 e FN de 0 a 0,25 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM = Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 10 (Nmáx ≥ 25) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 12 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 12 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|---|----|--|----|--|----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | 270 | 71 | 270 | 88 | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | 135 | 36 | 200 | 47 | 100 | 35 | 100 | 36 |
| 0.04 | 55 | 22 | 95 | 29 | 75 | 21 | 70 | 22 |
| 0.05 | 45 | 15 | 50 | 19 | 40 | 15 | 70 | 15 |
| 0.06 | 40 | 11 | 40 | 14 | 40 | 11 | 70 | 11 |
| 0.07 | 25 | 8 | 40 | 11 | 25 | 8 | 70 | 8 |
| 0.08 | 25 | 6 | 25 | 8 | 10 | 6 | 75 | 6 |
| 0.09 | 5 | 5 | 25 | 7 | 5 | 5 | 70 | 5 |
| 0.10 | 5 | 4 | 25 | 6 | 5 | 4 | 70 | 4 |

Tabela 14. Nmáx e Lotes Mínimos para CV=0,2 e FN de 0 a 0,25 em função de r.

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 6 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 6 (Nmáx ≥ 10) θ = 0,4 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | 270 | 109 | 275 | 116 | 270 | 107 | 265 | 108 |
| 0.04 | 255 | 74 | 255 | 78 | 255 | 72 | 255 | 73 |
| 0.05 | 220 | 51 | 255 | 56 | 255 | 51 | 220 | 51 |
| 0.06 | 205 | 38 | 215 | 41 | 200 | 37 | 200 | 37 |
| 0.07 | 200 | 29 | 150 | 30 | 150 | 28 | 200 | 29 |
| 0.08 | 140 | 22 | 140 | 24 | 140 | 22 | 140 | 22 |
| 0.09 | 140 | 18 | 130 | 19 | 140 | 18 | 140 | 18 |
| 0.10 | 130 | 15 | 130 | 16 | 105 | 14 | 130 | 15 |

Tabela 15. Nmáx e Lotes Mínimos para CV=0,3 e FN de 0 a 0,25 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 5 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 3 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 3 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|---|----|--|-----|--|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | 245 | 93 | 245 | 95 | 275 | 126 | 275 | 129 |
| 0.06 | 240 | 72 | 240 | 74 | 250 | 100 | 260 | 104 |
| 0.07 | 230 | 57 | 235 | 58 | 235 | 81 | 240 | 84 |
| 0.08 | 230 | 46 | 230 | 47 | 195 | 67 | 180 | 69 |
| 0.09 | 230 | 38 | 230 | 39 | 160 | 56 | 145 | 58 |
| 0.10 | 230 | 32 | 210 | 32 | 145 | 47 | 140 | 49 |

Tabela 16. Nmáx e Lotes Mínimos para CV=0,4 e FN de 0 a 0,25 em função de r

| Erro Relativo (r) | Normal LM ≤ Cochran N - 1 | | Weibull MLE β = 2 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,1 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull PP β = 2 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,2 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | | Weibull HP β = 2 (Nmáx ≥ 5) θ = 0,2 (Nmáx ≥ 5) LM ≤ n - 1 | |
|-------------------|------------------------------|----|---|----|--|-----|--|-----|
| | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM | Nmáx | LM |
| 0.01 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.02 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.03 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.04 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.05 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.06 | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA | NA |
| 0.07 | 265 | 86 | 265 | 87 | 275 | 128 | 275 | 131 |
| 0.08 | 240 | 71 | 265 | 72 | 275 | 110 | 275 | 112 |
| 0.09 | 195 | 59 | 180 | 59 | 275 | 94 | 275 | 97 |
| 0.10 | 180 | 50 | 155 | 50 | 275 | 81 | 275 | 84 |

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Para efeito de verificação do desvio dos valores calculados de Lotes Mínimos para a Distribuição Normal e a Distribuição de Weibull (três métodos de determinação de parâmetros) foram adotados o Desvio Médio Percentual (DMP) e o Desvio Percentual Médio (DPM). Deste modo, existindo-se uma clara referência entre os

LMs calculados, bem como para $N_{m\acute{a}x}$ (valor maximo de amostras no qual os valores de Lote Mınimo tendem a ser constantes).

$$DP_i = \frac{Lote\ Mın.Weibull_i - Lote\ Mın.Normal_i}{Lote\ Mınimo\ Normal_i} \times 100 \quad e \quad DMP_{Methodo\ Weibull} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n DP_i \quad (7)$$

$$DP_i = \frac{N\ Maximo\ Weibull_i - N\ Maximo\ Normal_i}{N\ Maximo\ Normal_i} \times 100 \quad e \quad DMP_{Methodo\ Weibull} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n DP_i \quad (8)$$

Para dispersoes altas, no caso de valores do Parametro de Forma abaixo de 4, a determinaao de Lotes Mınimos, em funao do erro relativo, ficou bastante prejudicada. Isto pode ser explicado pelos valores de Beta menores do que 3,6; onde as distribuoes ja comeam a perder a condiao de serem representadas pela Curva Normal. Ressalte-se que a relaao entre m ou Beta e o Coeficiente de Variaao e inversamente proporcional, pois ambos podem ser entendidos como estimadores da homogeneidade do material, sendo que a literatura normalmente reporta o valor de Beta para os materiais ceramicos, proximo de 10, podendo variar entre os extremos de 5 a 20.⁽⁷⁾

6 CONCLUSOES

Apresenta-se um novo methodo para determinaao de Lotes Mınimos para Distribuoes de Weibull, em funao do erro relativo apresentado por Cochran. Verifica-se que a melhor aderencia, em relaao ao Modelo Normal, e o Methodo de Verossimilhana (Weibull), principalmente para CVs maiores (0,3 e 0,4). Por outro lado, para CVs menores, onde e menor a dispersao, tambem se verifica que os Methodos de Grafico (PP) de Probabilidade e Methodo de Risco (HP), por sua vez, tiveram um bom comportamento. Para os valores de erro relativo "muito baixos" e "baixos" (0,01 a 0,03), em diversas faixas de dispersao e para os 4 CVs nao foi verificada a possibilidade de identificar um lote mınimo. Isto pode limitar a aplicaao do methodo, pois ja se parte de um erro relativo obrigatorio a ser assumido.

Os valores de Coeficiente de Variaao entre 0,1 a 0,4 apresentaram-se coerentes para o desenvolvimento do methodo, pois, para um CV de 0,5 ocorre uma dispersao ainda maior, o que tende a demonstrar um valor de Beta menor e, por conseguinte, o methodo tenderia a nao ser aplicavel. Para dispersoes baixas, como no caso do Parametro de Forma maior do que 6, o methodo apresentou boa aplicabilidade, conseguindo, em grande parte a identificaao de Lotes Mınimos em funao do erro relativo. Contudo, para erros relativos altos (0,08 a 0,01) apresentaram lotes mınimos muito baixos.

Por outro lado, verifica-se que este novo methodo possui algumas limitaoes, tais como os numeros aleatorios nao fornecem distribuoes gaussianas com o Coeficientes de Variaao requerido, possivelmente amplificando diferenas existentes. O valor de Teta (θ) e pouco considerado nas tabelas ja que os valores encontrados foram bastante baixos, indicando pouca interferencia no methodo.

REFERENCIAS

- 1 COCHRAN, W.G. (1977). The estimation of sample size. In: COCHRAN, W.G. *Sampling techniques*. 3.ed. New York: John Willey. p. 72-90.
- 2 HAAR, M. *Random Decimal Fraction Generator*. Disponivel em <http://www.random.org/>. Acesso em 29/08/2012.
- 3 DODSON, B. (2006) *The Weibull Analysis Handbook*. 2nd Ed. ASQ Quality Press.

- 4 AL-FAWZAN, M.A. (2000). Methods for Estimating the Parameters of the Weibull Distribution. *King Abdul-Aziz City for Science and Technology*.
- 5 KIRTAY, S.; DISPINAR, D. (2012) Effect of Ranking Selection on the Weibull Modulus Estimation. *Gazi University Journal of Science*, GU J Sci 25(1):pp175-187.
- 6 YAHAYA, A.S; YEE, C.S; RAMLI, N.A. and AHMAD, F. (2012) Determination of Best Probability Plotting Position for Predicting Parameters of Weibull Distribution. *International Journal of Applied Science and Technology*. Vol.2 N3. March.
- 7 BEREZOWSKI, L.R.; MOURA NETO, C.; MELO, F.C.L. (2006) *Avaliação da Resistência Mecânica de Cerâmicas à Base de Carbetos de Silício*. Artigo. Disponível em: <http://www.bibl.ita.br/viiiencita/Avaliacao%20da%20resistencia%20meccnica%20de%20ceramicas%20a%20base%20de%20carbeto%20de%20silicio.pdf>. Acesso em 23/08/2012.