



Tema: Gestão Sistêmica

## ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO ENSAIO DE $K_{IC}^*$

Daniel Antonio Kapper Fabricio<sup>1</sup>

Telmo Roberto Strohaecker<sup>2</sup>

### Resumo

Laboratórios realizam o ensaio para determinação da tenacidade à fratura  $K_{IC}$ , mas para verificar a validade dos resultados, é importante que se estime a incerteza de medição do ensaio. O Guia para Expressão da Incerteza de Medição (GUM) apresenta um método reconhecido internacionalmente para se estimar a incerteza de ensaios quantitativos. O presente trabalho apresenta o desdobramento das etapas do GUM para o ensaio de  $K_{IC}$  e a aplicação da planilha e do procedimento elaborados em um ensaio. Ao final, é realizada a análise crítica de quais fontes mais contribuíram para a incerteza de medição do ensaio executado.

**Palavras-chave:** Incerteza de medição; GUM; Tenacidade à fratura;  $K_{IC}$ .

### ESTIMATION OF THE MEASUREMENT UNCERTAINTY OF THE $K_{IC}$ TEST

#### Abstract

Laboratories perform tests to determine the fracture toughness  $K_{IC}$ , but it's important to estimate the measurement uncertainty in order to verify the validity of the results. The Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) presents an internationally recognized method for estimating the uncertainty of quantitative tests. This work presents the deployment of the GUM steps in the estimation of the  $K_{IC}$  uncertainty. Then, the method was applied to a test and the results were analyzed, in order to check which uncertainty sources contributed the most to the test uncertainty.

**Keywords:** Measurement uncertainty; GUM; Fracture toughness,  $K_{IC}$ .

<sup>1</sup> Eng. de Produção, Laboratório de Metalurgia Física, PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil.

<sup>2</sup> Eng. Metalúrgico, Professor Doutor, Laboratório de Metalurgia Física, PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil.

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

## 1 INTRODUÇÃO

Quando se relata o resultado da medição de uma grandeza física deve-se sempre dar alguma indicação quantitativa da qualidade do resultado, permitindo a avaliação da sua confiabilidade. O objetivo de estimar a incerteza de uma medição é quantificar o quão correto é o resultado declarado, isto é, a dúvida acerca de quão corretamente o valor medido representa o valor da grandeza que está sendo medida [1].

A correta expressão da incerteza de medição pelos laboratórios de ensaio pode ser considerada um fator fundamental, pois impacta diretamente na interpretação do resultado [2]. O Guia para Expressão da Incerteza de Medição (GUM) [1] apresenta um método para estimativa da incerteza amplamente usado, e reconhecido internacionalmente. Hack e Caten [3] realizaram uma revisão da literatura em mais de cem publicações sobre o assunto publicadas entre 2004 e 2010, e em 55% delas o método utilizado era o GUM.

As etapas do GUM podem ser resumidas nos passos descritos na Figura 1.

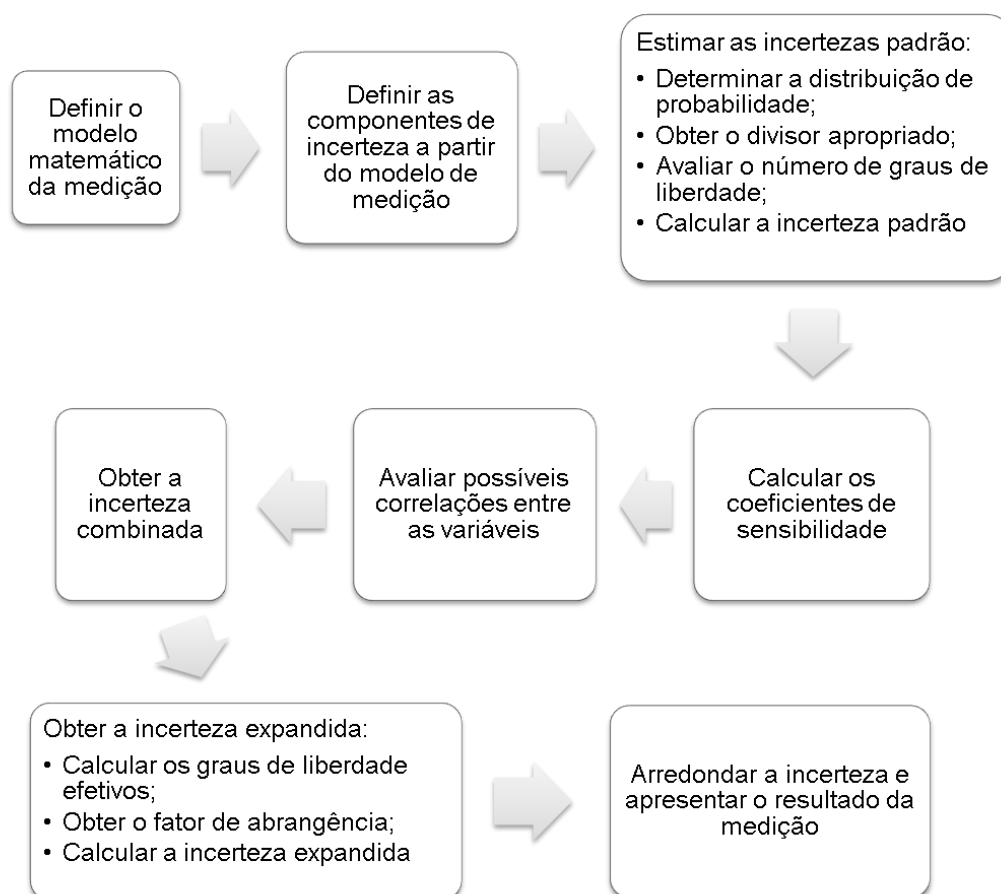


Figura 1. Etapas do GUM [4].

O ensaio de tenacidade à fratura  $K_{IC}$  permite obter uma propriedade que descreve o comportamento de materiais linear-elásticos frente a defeitos do tipo trinca, podendo ser utilizada para a seleção de materiais, projeto e análise de falha de estruturas de alta responsabilidade. A norma ISO 12135 [5] apresenta um método para o cálculo do fator intensidade de tensões  $K_Q$ , o qual pode ser qualificado como crítico ( $K_{IC}$ )

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

caso certas condições sejam seguidas. O modelo de medição do  $K_Q$  de um corpo de prova do tipo *three-point bend* [SE(B)] é apresentado na Equação 1 [5].

$$K_Q = \frac{S}{W} \frac{F_Q}{(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \quad (1)$$

Onde  $S$  representa a abertura entre os pontos de carregamento externos,  $W$  a largura do corpo de prova,  $F_Q$  a força aplicada,  $B$  a espessura do corpo de prova,  $B_N$  a espessura líquida do corpo de prova entre as ranhuras laterais,  $a_o$  o comprimento inicial da trinca e  $g_1$  é uma função definida de  $a_o$  e  $W$ .

O parâmetro  $K_Q$  pode ser qualificado como  $K_{IC}$  desde que o ensaio seja executado conforme os requisitos da norma ISO 12135 [5], incluindo as seguintes condições:

$$a_o, B, (w - a_o) \geq 2,5 \left( \frac{K_Q}{R_{p0,2}} \right)^2 \quad (2)$$

Onde  $R_{p0,2}$  representa a tensão de ruptura perpendicular ao plano da trinca deslocada a 0,2% na temperatura de ensaio.

Assim, o objetivo principal deste trabalho é propor um procedimento para a estimativa da incerteza de medição do parâmetro  $K_Q$ , o qual, dependendo de algumas variáveis do ensaio, pode ser qualificado como  $K_{IC}$ . Com isso, espera-se obter uma planilha de incerteza que possa ser utilizada na rotina de laboratórios que realizam esse ensaio e avaliar quais fontes mais influenciam na incerteza de medição desse teste.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

A norma indica algumas possíveis geometrias de corpos de prova para o ensaio. Esse trabalho irá se focar no corpo de prova do tipo SE(B), cuja geometria é representada na Figura 2. O modelo de medição de  $K_Q$  para esse tipo de corpo de prova é apresentado na Equação 1.

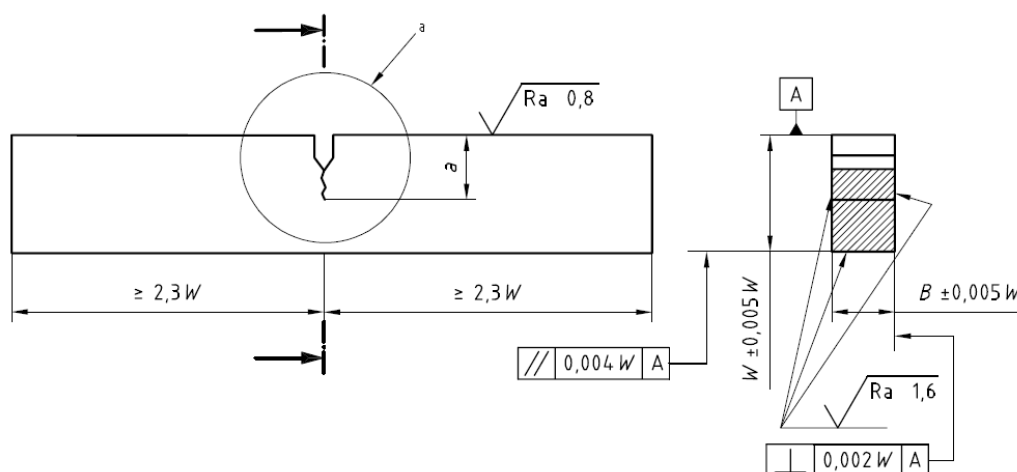


Figura 2. Dimensões e tolerâncias para corpos de prova tipo SE(B) [5].

Na execução desse trabalho, foram seguidas as etapas descritas no GUM para estruturar um procedimento e planilha de incerteza de medição para ensaios de  $K_{IC}$ . Em seguida, a planilha proposta foi aplicada no ensaio de quatro amostras.

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

Os ensaios foram executados em uma máquina de ensaios servo-hidráulica com capacidade de 100 kN, e as medições dimensionais foram realizadas com um paquímetro digital.

Ao final, foi realizada uma análise de quais das fontes de incerteza estabelecidas mais influenciaram no resultado final.

### 3 RESULTADOS

Como resultado, é apresentada uma estrutura para a estimativa da incerteza na medição de  $K_Q$ , conforme as etapas do GUM descritas na Figura 1. Ao final, o procedimento elaborado foi aplicado no ensaio para a determinação do  $K_{IC}$  médio de um grupo de quatro amostras.

#### 3.1 Definir o Modelo Matemático de Medição e as Componentes de Incerteza

O modelo de medição de  $K_Q$  para corpos de prova tipo  $SE(B)$  está descrito na Equação 1. Na Tabela 1, são apresentadas as fontes (componentes) de incerteza que serão consideradas para cada variável da Equação 1, assim como uma forma para estimar as mesmas.

**Tabela 1.** Levantamento das fontes de incerteza

Variável	Fonte de incerteza	Estimativa do valor
$F_Q$	Incerteza herdada	Valor herdado do certificado de calibração da célula de carga
	Resolução do instrumento	Metade de uma divisão de escala da célula de carga
$S$	Incerteza herdada	Valor herdado do certificado de calibração do paquímetro
	Resolução do instrumento	Metade de uma divisão de escala do paquímetro
$B$	Incerteza herdada	Valor herdado do certificado de calibração do paquímetro
	Resolução do instrumento	Metade de uma divisão de escala do paquímetro
$B_N$	Incerteza herdada	Valor herdado do certificado de calibração do paquímetro
	Resolução do instrumento	Metade de uma divisão de escala do paquímetro
$W$	Incerteza herdada	Valor herdado do certificado de calibração do paquímetro
	Resolução do instrumento	Metade de uma divisão de escala do paquímetro
$g_1(a_0/W)$	-	Como $g_1$ costuma ser tabelado (vide ISO 12135 [5]), o valor será assumido constante, sem necessidade de medição
$K_Q$	Dispersão/repetitividade dos resultados	Desvio padrão da medição de $n$ amostras

#### 3.2 Estimar as Incertezas Padrão

Para fonte de incerteza, faz-se uma estimativa da mesma e se determina qual a distribuição de probabilidade estatística associada. A Tabela 2 apresenta a distribuição, o divisor apropriado e os graus de liberdade de cada uma das fontes levantadas na Tabela 1.

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

**Tabela 2.** Estimativa das incertezas padrão

Variável	Fonte	Distribuição de probabilidade	Divisor	Graus de liberdade	Incerteza padrão
$F_Q$	Incerteza herdada	t-Student	$K^*$	$v_{eff}^*$	herdada*/k
	Resolução do instrumento	Retangular	$\sqrt{3}$	infinitos	resolução/ $\sqrt{3}$
$S$	Incerteza herdada	t-Student	$K^*$	$v_{eff}^*$	herdada*/k
	Resolução do instrumento	Retangular	$\sqrt{3}$	infinitos	resolução/ $\sqrt{3}$
$B$	Incerteza herdada	t-Student	$K^*$	$v_{eff}^*$	herdada*/k
	Resolução do instrumento	Retangular	$\sqrt{3}$	infinitos	resolução/ $\sqrt{3}$
$B_N$	Incerteza herdada	t-Student	$K^*$	$v_{eff}^*$	herdada*/k
	Resolução do instrumento	Retangular	$\sqrt{3}$	infinitos	resolução/ $\sqrt{3}$
$W$	Incerteza herdada	t-Student	$K^*$	$v_{eff}^*$	herdada*/k
	Resolução do instrumento	Retangular	$\sqrt{3}$	infinitos	resolução/ $\sqrt{3}$
$K_Q$	Dispersão/repetitividade dos resultados	t-Student	$\sqrt{n}$	n-1	(desvio padrão)/ $\sqrt{n}$

\*Valores fornecidos nos certificados de calibração dos equipamentos.

### 3.3 Calcular os Coeficientes de Sensibilidade

Para cada variável da Equação 1 a ser considerada no cálculo de incerteza, há um coeficiente de sensibilidade correspondente. As Equações 3 a 8 apresentam o cálculo desses coeficientes, que são derivadas parciais da Equação 1 em relação a cada variável ( $F_Q$ ,  $S$ ,  $B$ , etc.).

$$C_{F_Q} = \frac{\partial K_Q}{\partial F_Q} = \frac{\partial}{\partial F_Q} \left[ \frac{S}{W} \frac{F_Q}{(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \right] = \frac{S}{W(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \quad (3)$$

$$C_S = \frac{\partial K_Q}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S} \left[ \frac{S}{W} \frac{F_Q}{(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \right] = \frac{F_Q}{W(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \quad (4)$$

$$C_B = \frac{\partial K_Q}{\partial B} = \frac{\partial}{\partial B} \left[ \frac{S}{W} \frac{F_Q}{(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \right] = \frac{-SF_Q}{2B^{0,5} (BW)^{1,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \quad (5)$$

$$C_{B_N} = \frac{\partial K_Q}{\partial B_N} = \frac{\partial}{\partial B_N} \left[ \frac{S}{W} \frac{F_Q}{(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \right] = \frac{-SF_Q}{2B^{0,5} (B_N W)^{1,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \quad (6)$$

$$C_W = \frac{\partial K_Q}{\partial W} = \frac{\partial}{\partial W} \left[ \frac{S}{W} \frac{F_Q}{(BB_N W)^{0,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \right] = \frac{-3SF_Q}{2(BB_N)^{0,5} W^{2,5}} g_1 \left( \frac{a_o}{w} \right) \quad (7)$$

$$C_{K_Q} = \frac{\partial K_Q}{\partial K_Q} = 1 \quad (8)$$

### 3.4 Avaliar Possíveis Correlações entre as Variáveis

Serão desprezadas eventuais correlações.

### 3.5 Obter a Incerteza Combinada

A incerteza combinada é obtida através da Lei de Propagação das Incertezas (Equação 9) [1]:

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_j} u(x_i, x_j)} \quad (9)$$

O termo  $u^2(x_i)$  representa o quadrado de cada uma das incertezas padrão calculadas em 3.2, e  $\partial f / (\partial x_i)$  representa os coeficientes de sensibilidade calculados em 3.3. Como não foram consideradas correlações entre as variáveis, o segundo termo da Equação 9 é nulo.

### 3.6 Obter a Incerteza Expandida

A incerteza expandida  $U$  é calculada através da multiplicação da incerteza combinada por um fator de abrangência  $K$  [1]:

$$U = K u_c(y) \quad (10)$$

O fator de abrangência é calculado a partir dos graus de liberdade efetivos de todas as fontes de incerteza, considerando-se uma probabilidade de abrangência especificada através de uma distribuição de probabilidade *t-Student*. Os graus de liberdade efetivos ( $v_{eff}$ ) são calculados a partir da fórmula de *Welch-Satterthwaite* [1], considerando os graus de liberdade de cada fonte de incerteza ( $v_i$ ), que constam na Tabela 2.

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{(u_i)^4}{v_i}} \quad (11)$$

A partir dos  $v_{eff}$  obtidos, calcula-se  $K$  buscando a estatística *t-Student* para a probabilidade de abrangência ( $\alpha$ ) considerada. Normalmente, utiliza-se  $\alpha = 95,45\%$ . O valor da estatística *t-Student* para o  $\alpha$  e o  $v_{eff}$  considerados pode ser encontrado em tabelas ou através de funções estatísticas em planilhas eletrônicas.

### 3.7 Arredondar a Incerteza e Apresentar o Resultado da Medição

O GUM recomenda que a incerteza calculada e o resultado da medição sejam fornecidos com no máximo dois algarismos significativos [1]. Além disso, é importante relatar a unidade (tanto do resultado como da incerteza), os graus de liberdade efetivos calculados e o fator de abrangência.

### 3.8 Aplicação do Procedimento

A Tabela 3 apresenta as variáveis calculada/medidas no ensaio de quatro amostras e que entram no modelo de medição de  $K_Q$ .

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

**Tabela 3.** Resultados do ensaio em 4 amostras

Amostra	$F_Q$ [N]	$B$ [mm]	$B_N$ [mm]	$W$ [mm]	$S$ [mm]	$g_1(a_0/W)$	$K_Q$ [N/mm <sup>3/2</sup> ]	$K_{IC}$ [N/mm <sup>3/2</sup> ]
TR540-KIC-4	1825	6,03	6,03	11,96	47,74	2,89	1011,18	1011,18
TR540-KIC-5	1866	6,05	6,05	11,83	47,74	2,76	998,40	998,40
TR540-KIC-6	1713	6,09	6,09	11,93	47,74	2,90	945,81	945,81
TR540-KIC-7	1700	6,07	6,07	12,05	47,74	2,89	923,48	923,48
Média	1838,83	6,06	6,06	11,94	47,74	2,86	969,72	969,72

Foi seguido o procedimento descrito nas etapas anteriores para a estimativa da incerteza de medição do  $K_Q$  médio calculado (ou seja, para o valor  $K_Q = 969,72$  N/mm<sup>3/2</sup>).

Foram obtidos os seguintes resultados:

- Incerteza expandida = 69,49 N/mm<sup>3/2</sup>
- Graus de liberdade efetivos = 3,06
- Fator de abrangência = 3,31
- Probabilidade de abrangência = 95,45%

## 4 DISCUSSÃO

É importante detalhar as contribuições de incerteza de cada fonte para a incerteza combinada de  $K_Q$ . A Tabela 4 mostra esse detalhamento, através da apresentação das contribuições de incerteza (incerteza padrão multiplicada pelo coeficiente de sensibilidade) de cada fonte.

**Tabela 4.** Análise da influência das fontes de incerteza

Variável envolvida	Fonte de incerteza	Contribuição para incerteza [N/mm <sup>3/2</sup> ]	Contribuição para incerteza [%]
$F_Q$	Incerteza herdada	1,7392	6,90%
	Resolução do instrumento	0,1576	0,63%
$S$	Incerteza herdada	0,1016	0,40%
	Resolução do instrumento	0,0587	0,23%
$B$	Incerteza herdada	-0,4002	1,59%
	Resolução do instrumento	-0,2310	0,92%
$B_N$	Incerteza herdada	-0,4002	1,59%
	Resolução do instrumento	-0,2310	0,92%
$W$	Incerteza herdada	-0,6092	2,42%
	Resolução do instrumento	-0,3517	1,40%
$K_Q$	Dispersão/repetitividade dos resultados	20,9201	83,01%

Segundo a Tabela 4, a principal fonte de incerteza é o desvio padrão (repetitividade) entre os corpos de prova, a qual pode ter sido causada por variações entre as amostras. A segunda principal contribuição foi devido às incertezas de medição herdadas, as quais são características dos equipamentos utilizados. Uma possível causa para o desvio padrão elevado é a variação natural entre as amostras.

## 5 CONCLUSÃO

Foram desdobradas todas as etapas do GUM para o cálculo da incerteza da tenacidade à fratura  $K_{IC}$ . Para facilitar a reprodução dos cálculos em ensaios futuros, os cálculos foram estruturados em uma planilha eletrônica onde constam todos os cálculos realizados a partir dos dados de entrada.

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.



A planilha foi aplicada em um ensaio, permitindo que se analisasse, dentre as fontes de incerteza consideradas, quais delas mais contribuíram para a incerteza expandida. Conclui-se que a principal contribuição para a incerteza da média é a variabilidade entre as amostras ensaiadas.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e a Capes pelo incentivo nas atividades de pesquisa e desenvolvimento e ao Eng.<sup>o</sup> Jefferson Haag pelo apoio na execução dos cálculos.

## REFERÊNCIAS

- 1 JCGM - Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). Geneva: ISO, 2008.
- 2 Jornada DH. Implantação de um guia orientativo de incerteza de medição para avaliadores de laboratório da Rede Metrológica RS [Dissertação de Mestrado]. Porto Alegre: UFRGS, 2009.
- 3 Hack PS, Caten CST. Measurement Uncertainty: Literature Review and Research Trends. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2012; 61(8): 2116-2124.
- 4 Fabricio DAK, Haag J, Hack PS, Caten CST, Santos BP, Strohaecker TR. Cálculo da Incerteza de Medição para Acreditação do Ensaio de Anisotropia. In: 68º Congresso ABM Internacional, 2013, Belo Horizonte. Anais do 68º Congresso Anual da ABM, 2013. p. 2082-2093.
- 5 ISO – International Organization for Standardization. ISO 12135: Metallic materials - Unified method of test for the determination of quasistatic fracture toughness. Geneva: ISO, 2002, Cor. 1:2008.

---

\* Contribuição técnica ao 69º Congresso Anual da ABM – Internacional e ao 14º ENEMET - Encontro Nacional de Estudantes de Engenharia Metalúrgica, de Materiais e de Minas, 21 a 25 de julho de 2014, São Paulo, SP, Brasil.