



ESTUDO DOS FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES GERADOS POR OPERAÇÕES DE CORTE EM MATERIAIS FRÁGEIS¹

Leonardo Rozalino Souza²
 Eduardo Atem de Carvalho³
 Júlia Py Braga Teixeira⁴
 Carlan Ribeiro Rodrigues⁵

Resumo

As operações de corte em materiais frágeis, geralmente, introduzem defeitos que podem se comportar como trincas ao redor do entalhe gerado em peças submetidas à tração ou flexão. O presente trabalho avalia um caso onde os Fatores de Concentração de Tensão (K_t) são gerados pela presença de entalhe do tipo composto. O modelo usa um entalhe em “U” profundo, que surge na raiz de um entalhe circular bem maior ($R_{circ} \gg r_U$). O Método de Elementos Finitos (MEF) foi empregado para simulação de todos os casos estudados. Os fatores K_t assim determinados foram comparados com valores de literatura, onde estes existiam, e houve uma concordância aceitável, no pior dos casos não passando de 6.76%. Pode-se também determinar a partir de que ponto o entalhe não exerce mais influência sobre a severidade do efeito, sendo os parâmetros de fratura do material apenas controlados pelos defeitos de fabricação.

Palavras-chave: Fator de concentração de tensão; Material frágil; Operações de corte.

STUDY OF STRESS INTENSIFICATION FACTOR GENERATED BY MILLING OPERATIONS ON BRITTLE MATERIALS

Abstract

Milling operation on brittle materials usually introduces defects which can behave as cracks around the notch generated in parts subjected to tension or bending. This study evaluates a case where the Stress Concentration Factor (K_t) is generated due to the presence of the double notch. The studied model is based on a deep U-notch, which appears at the root of a larger circular notch ($R_{circ} \gg r_U$). The Finite Element Method (FEM) had been used to simulate all the studied cases. The K_t were determined by FEM and compared with values from literature, if they were available, and there was an acceptable agreement, no larger than 6.76%. It was also possible to determine when the semi-circular notch does not exert more influence on the severity of the defect, and the fracture parameters of the material were only controlled by manufacturing defects.

Keywords: Stress intensification factor; Brittle materials; Milling operations.

¹ Contribuição técnica ao 66º Congresso Anual da ABM, 18 a 22 de julho de 2011, São Paulo, SP, Brasil.

² Graduando em Eng. Metalúrgica e de Materiais, LAMAV-UENF, Campos dos Goytacazes-RJ.

³ Ph.D., Engenheiro Mecânico, LAMAV - UENF, Campos dos Goytacazes - RJ.

⁴ Graduando em Eng. Metalúrgica e de Materiais, LAMAV-UENF, Campos dos Goytacazes-RJ.

⁵ Engenheiro Mecânico, LAMAV-UENF, Campos dos Goytacazes-RJ.

1 INTRODUÇÃO

Operações de corte, tais como o corte com disco ou fio diamantado ou com serra copo, em materiais frágeis, como cerâmicas e pedras ornamentais, geralmente, introduzem defeitos, que podem se comportar como trincas na peça quando estas atingem um dado valor crítico (σ_c) ao redor do entalhe gerado.⁽¹⁾ Esses defeitos junto ao entalhe desejado vão se comportar como um entalhe composto de modo que a partir de determinada profundidade um dominará o comportamento do outro, o que afeta fortemente o comportamento mecânico da peça.⁽²⁾ Nesse sentido, o objetivo principal deste trabalho foi determinar as condições de uso de peças fabricadas com materiais frágeis, depois de operações de corte e para tal, definiram-se os Fatores de Concentração de Tensão (K_t) gerados por um entalhe em “U” profundo e K_t para entalhes gerados na raiz de entalhes circulares maiores (entalhes compostos).

Durante muitos anos falhas mecânicas tem provocado prejuízos não só financeiros como também humanos. Grande parte destas falhas ocorre devido ao efeito dos concentradores de tensão que fazem com que peças falhem sob tensões menores que as previstas em projeto.⁽³⁾ Diversos componentes mecânicos têm descontinuidades tais como furos, rasgos de chavetas e entalhes em U, em cuja vizinhança imediata ocorre o fenômeno da concentração de tensões, ou seja, um aumento no valor das tensões atuantes causado não só pela diminuição da área resistente como também pela perturbação que a descontinuidade causa.⁽⁴⁾ A concentração de tensões é normalmente quantificada pelo fator de concentração de tensões K_t , que pode ser definido como a razão entre a tensão máxima na vizinhança imediata da descontinuidade e a tensão que ocorre na seção total longe da descontinuidade. Essa definição corresponde ao K_{tn} . Outra definição, comumente apresentada na literatura, introduz o conceito do K_{tg} como sendo a razão entre a tensão máxima na vizinhança imediata da descontinuidade e a tensão que ocorreria na seção reduzida da região que contém a descontinuidade, caso não ocorresse a perturbação na distribuição de tensões causada pela mudança abrupta de geometria.⁽⁵⁾ A diferença entre as duas definições é mostrada na Figura 1.

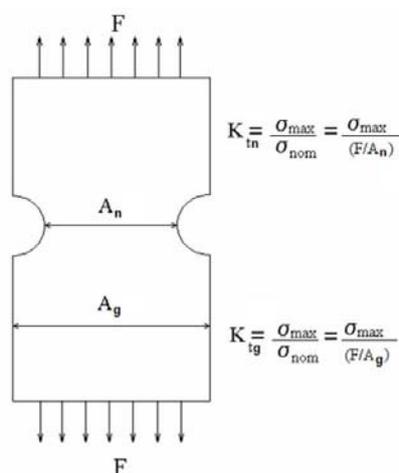


Figura 1. Representação esquemática das duas definições de K_t .

É importante esclarecer que, embora o valor de K_t segundo as duas definições seja diferente, a tensão máxima indicada por cada definição é exatamente a mesma.⁽⁵⁾ Ao longo deste trabalho, usaram-se ambas as definições.

Existem na literatura informações, sob a forma de gráficos, tabelas e expressões analíticas, para auxiliar a obtenção dos valores de K_t para diversas geometrias e

carregamentos. Estas informações foram reunidas por Peterson,⁽³⁾ que compilou resultados de diversos trabalhos, os quais empregaram fotoelasticidade bidimensional e tridimensional, soluções analíticas e soluções por diferenças finitas para a determinação de K_t .⁽⁶⁾

Neste trabalho, para determinar o K_t utilizou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF), seguido de comparação com literatura apropriada.⁽³⁾

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Concentração de Tensões em Barra Reta com Entalhe Simples e Composto

Para que se possa avaliar o valor numérico da concentração de tensões devido à presença de entalhes simples e compostos em uma viga reta⁽⁴⁾ foi empregado o Método de Elementos Finitos (MEF), como implementado em um programa comercial.

O entalhe composto gerado tem a forma de um entalhe em “U” que se origina na raiz de um entalhe maior, circular, que simula defeitos radiais surgidos ao longo do círculo, tal como descrito na figura 2. O entalhe em “U” tem raio fixo de 0.125mm e o semi-circular tem raio também fixo de 2.0mm.

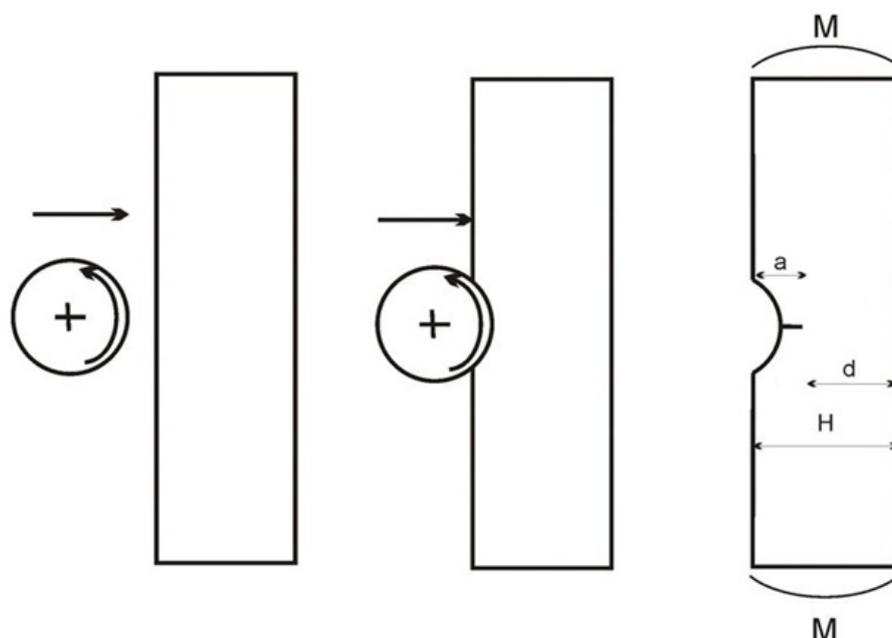


Figura 2. O entalhe composto é gerado pela ação de uma ferramenta de corte (ou desbaste) e posterior acabamento.

Para os casos estudados, foram realizadas simulações empregando MEF, de corpos de prova com as geometrias e dimensões apresentadas na Figura 3.

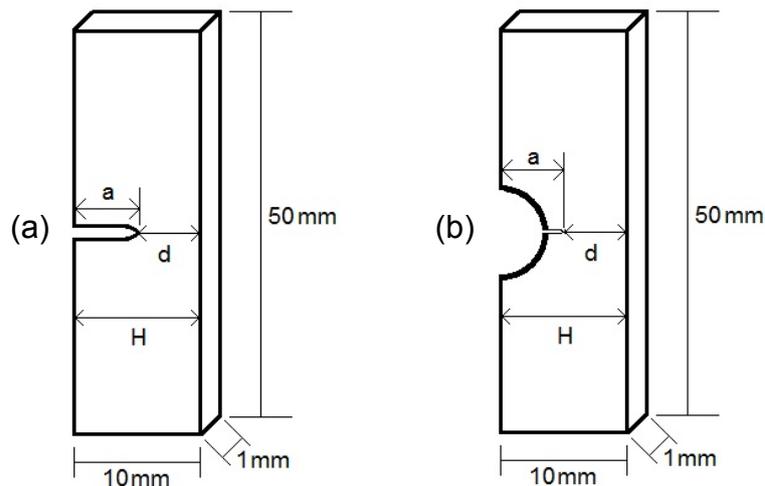


Figura 3. Formato e dimensões do corpo de prova simulado no MEF: (a) entalhe simples; (b) entalhe composto.

Para o entalhe simples, foram simulados entalhes com variadas razões a/H : 0.10, 0.15, 0.20, 0.22, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50 e 0.60. Desta forma foram analisados nove diferentes casos, nos quais a tensão máxima localizada na raiz do entalhe foi determinada pelo método numérico e depois calculou-se o Fator de Concentração de Tensões (K_t) segundo a seguinte definição:⁽¹⁾

$$K_t^{flex} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (1)$$

e

$$\sigma_{nom} = \frac{6M}{bh^2} \quad (2)$$

Para o entalhe composto, foram simulados entalhes com relação a/H de 0,22; 0,25; 0,30; 0,40; 0,50, variando-se a profundidade do entalhe em “U”. Para efeito de comparação com a literatura, os mesmos modelos foram analisados em tração pura. Desta forma, analisaram-se 10 casos diferentes, onde a tensão máxima localizada na raiz do entalhe (Figura 3) foi determinada pelo método numérico e depois se calculou o Fator de Concentração de Tensões (K_t) usando as definições (1) e (2). Observa-se que para o cálculo do K_{tn} , “h” corresponde à “d” e para o cálculo do K_{tg} “h” corresponde à H.

Para os casos estudados, nos quais o carregamento foi o de tração pura, foram observadas as seguintes relações:⁽³⁾

$$K_t^{trac} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (3)$$

e

$$\sigma_{nom} = \frac{P}{bd} \quad (4)$$

Inicialmente uma barra de 50 x 10 mm, feita de material puramente elástico e isotrópico, com propriedades $E = 200$ GPa e $\nu = 0.29$, submetida à flexão pura, foi dividida em regiões como as apresentadas na Figura 4. Foram usados elementos tipo 2-D Sólido com 9 nós por elemento submetidos ao Estado Plano de Tensões.

As regiões 1, 2, 3, 6, 7 e 8 mantiveram malhas relativamente grossas enquanto 4 e 5 foram sucessivamente refinadas até que a diferença entre o valor da tensão máxima no ponto de interesse fosse menor do que 0.02% entre a última e a anterior. O refinamento foi feito para cada linha do modelo. A convergência foi obtida em todos os casos e o refinamento cessou após 5 incrementos sucessivos. A malha (Figura 5) com a qual foram avaliados todos os valores apresentados neste trabalho apresenta 29.256 elementos e 117.469 nós (após contagem de repetidos e superpostos, nas suas frações) em todo o seu domínio. O carregamento externo simula um ensaio de flexão em 4 pontos e conta com condições de contorno que permitem a rotação livre nas extremidades e a translação na direção y . De cada caso estudado, ao longo da linha de simetria (dividida em 100 elementos, 201 nós) foram obtidos a tensão máxima cisalhante (τ_{max}), tensão na direção x (σ_x), tensão na direção y (σ_y), deformação na direção x (ϵ_x) e deformação na direção y (ϵ_y).

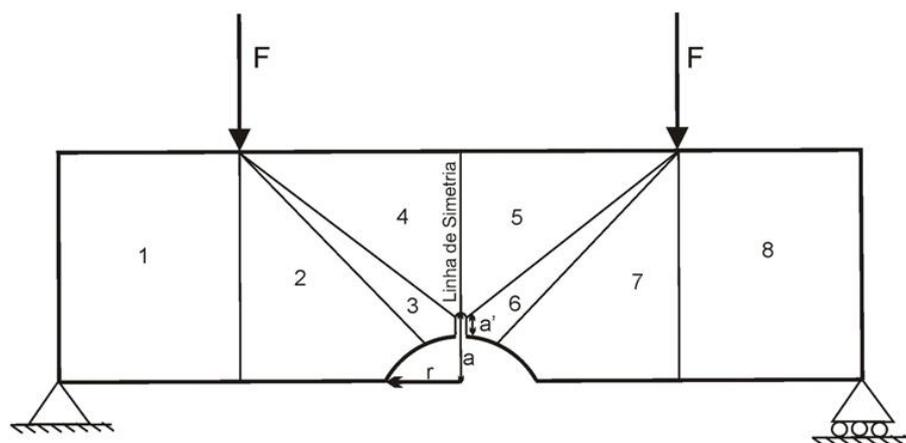
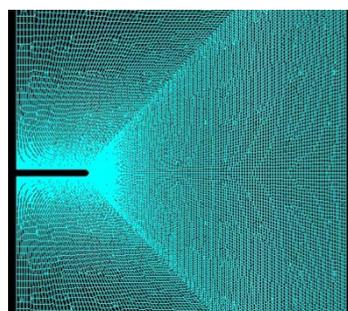
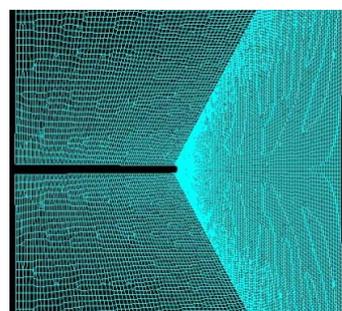


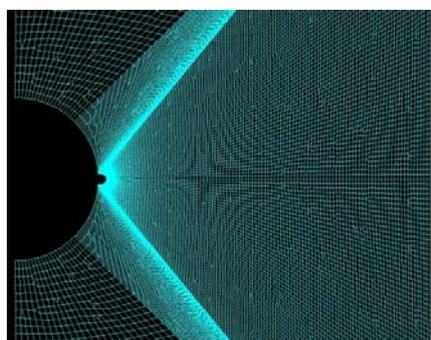
Figura 4. Regiões do modelo estudado.



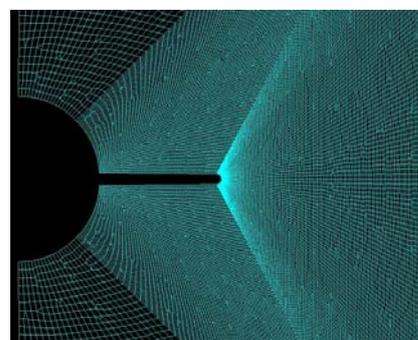
(a)



(b)



(c)



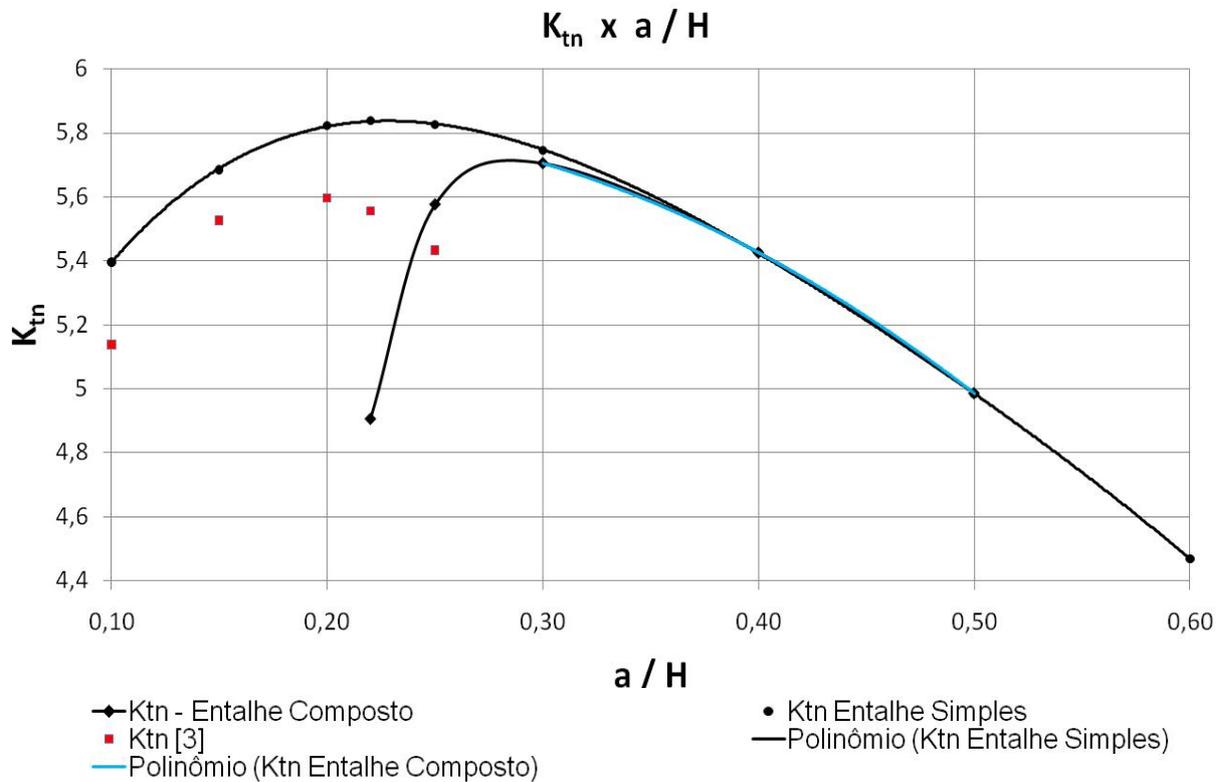
(d)

Figura 5. Malha do modelo estudado para o entalhe simples com profundidade de (a) 0.22 e (b) 0.50; e para o entalhe composto com profundidade de (c) 0.22 e (d) 0.50.

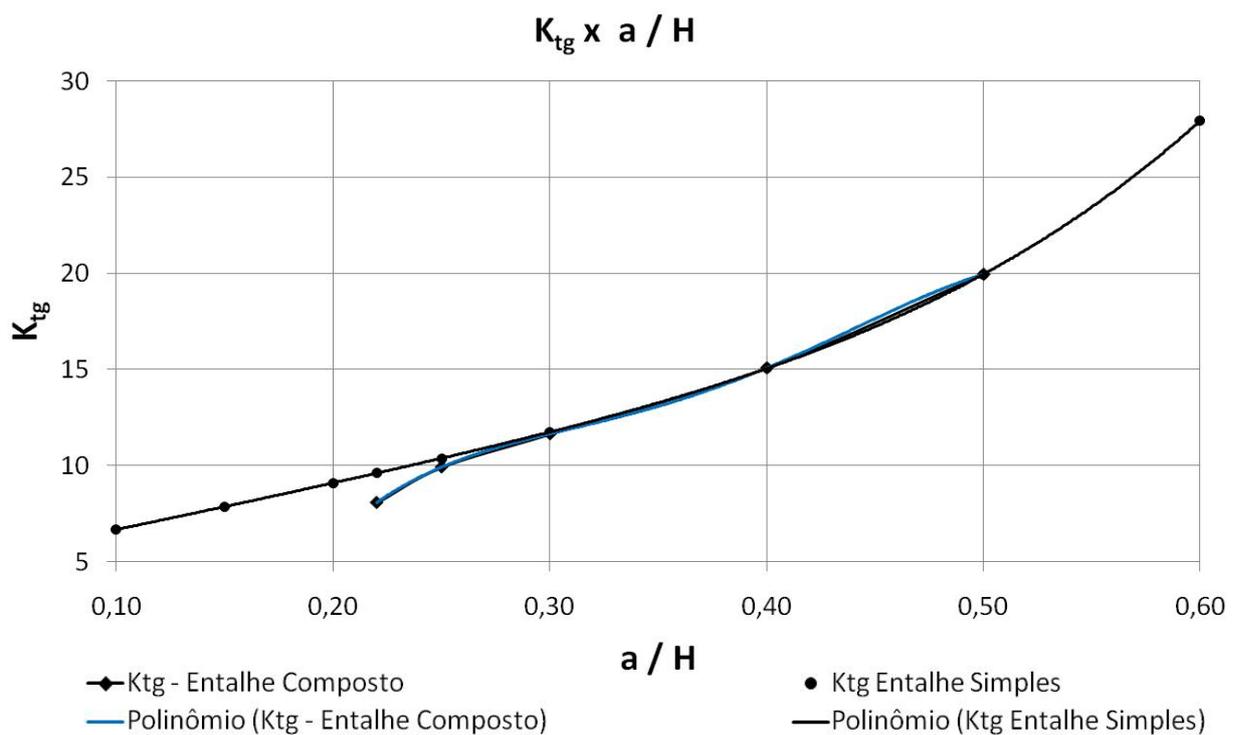
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Fator de Concentração de Tensões (K_t)

Os resultados obtidos a partir do MEF e de Pilkey⁽³⁾ foram organizados em gráficos, os quais são apresentados na Figura 6.



(a)



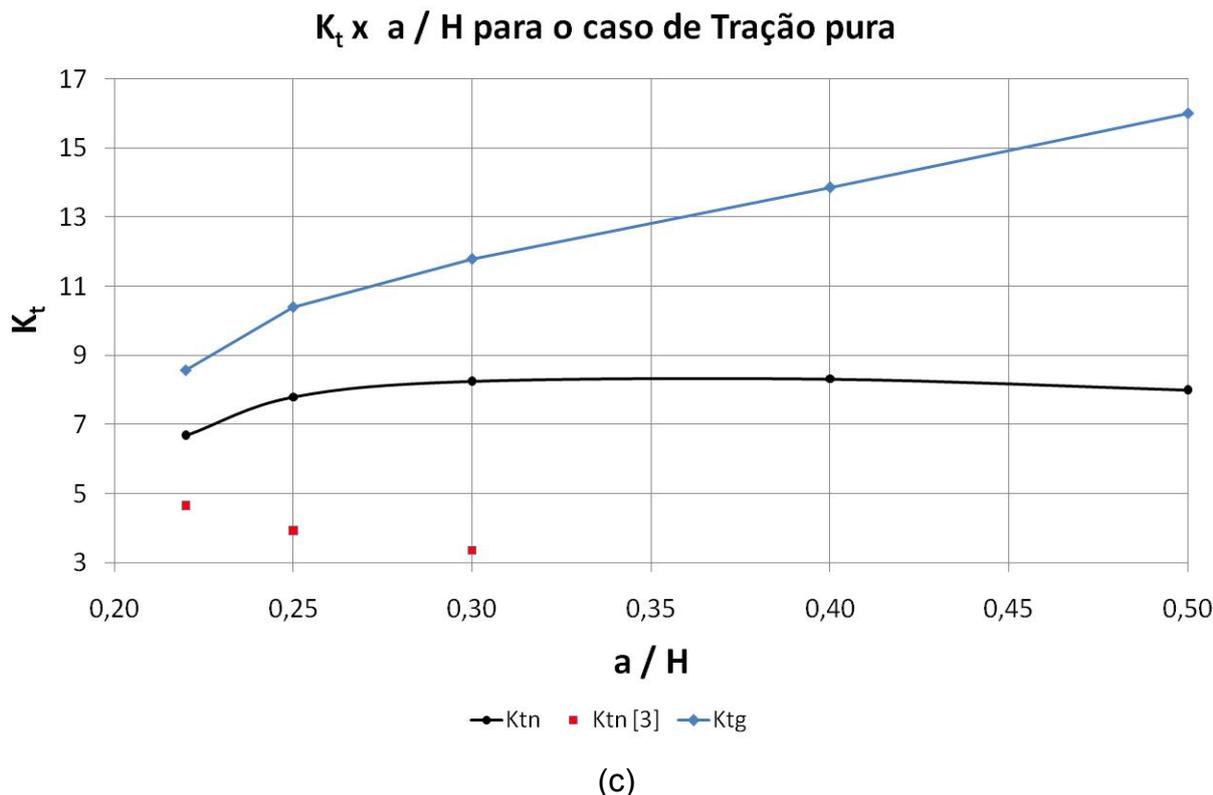


Figura 6. Gráfico com as curvas de K_{tn} (a) e K_{tg} (b) para o entalhe simples e o composto, para o caso de flexão. Gráfico com as curvas de K_t para o caso do entalhe composto em tração pura (c). Os quadrados vermelhos representam valores obtidos na literatura.⁽³⁾

As expressões que descrevem as curvas dos Fatores de Concentração de Tensão, em flexão (Figuras 6 a e 6 b), são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Expressões de K_{tn} e K_{tg} para os entalhes simples e composto.

Entalhe	K_t	Expressão	R^2
Simples	K_{tn}	$-43.925(a/H)^4 + 84.689(a/H)^3 - 64.682(a/H)^2 + 18.383(a/H) + 4.1243$	1
	K_{tg}	$213.29(a/H)^4 - 140.81(a/H)^3 + 42.279(a/H)^2 + 18.233(a/H) + 4.5399$	1
Composto	K_{tn}	$-8.0055(a/H)^2 + 2.8079(a/H) + 5.5837$	1
	K_{tg}	$-5613.8(a/H)^4 + 8437.2(a/H)^3 - 4607(a/H)^2 + 1119.8(a/H) - 92.009$	1

Nota-se que as expressões obtidas pelos MEF podem ser descritas como sendo do tipo:

$$K_{tn} = C_1 \left(\frac{a}{H}\right)^4 + C_2 \left(\frac{a}{H}\right)^3 + C_3 \left(\frac{a}{H}\right)^2 + C_4 \left(\frac{a}{H}\right) + C_5 \quad (5)$$

$$K_{tg} = C_6 \left(\frac{a}{H}\right)^4 + C_7 \left(\frac{a}{H}\right)^3 + C_8 \left(\frac{a}{H}\right)^2 + C_9 \left(\frac{a}{H}\right) + C_{10} \quad (6)$$

Essa constatação apenas não foi válida para o caso do K_{tn} do entalhe composto. Observando as Figuras 6 (a) e (b), percebe-se que a partir de determinadas profundidades, as curvas do K_t do entalhe composto e a do entalhe simples em “U” profundo se superpõem. É a partir desse ponto que o entalhe composto se comporta

como um entalhe em “U”, de maneira similar ao que ocorre em uma operação de corte, na qual a trinca que poderia surgir iria controlar o comportamento do entalhe. A fim de determinar tal profundidade, interpolaram-se os três últimos resultados do K_{tn} do entalhe composto, os quais foram representados por um polinômio de 2º grau com boa precisão (curva azul, na Figura 6 a). A partir da comparação entre os polinômios que descreviam as curvas para ambos os casos de entalhe, calcularam-se as profundidades nas quais os K_t se igualavam. Esses valores aparecem na Tabela 2.

Tabela 2. Valores de profundidade para os quais o entalhe em “U” profundo domina o entalhe composto e o erro percentual

K_t	Profundidade	$\Delta\%$
K_{tn}	0.399	-0.030
K_{tg}	0.294	-0.894

3.1.2 Comparação Com Literatura

Existem valores na literatura,⁽³⁾ que podem ser comparados com os determinados pelo MEF, como forma de avaliar a acuidade do modelo empregado na simulação dos casos estudados. Estes pontos são apresentados na forma de quadrados vermelhos na Figura 6. A Tabela 3 apresenta estes valores, bem como sua diferença percentual, para o caso do entalhe simples em “U” profundo.

Tabela 3. Comparação entre alguns valores de K_{tn} , em flexão, obtidos por MEF e pela literatura

a/H	K_{tn} MEF	$K_{tn}^{(3)}$	$\Delta\%$
0.10	5.397	5.139	4.781
0.15	5.686	5.528	2.777
0.20	5.825	5.597	3.909
0.22	5.839	5.556	4.842
0.25	5.828	5.434	6.758

Para o entalhe composto, o valor obtido na literatura⁽³⁾ representa o K_{tn} de tal entalhe em tração. Para a comparação, simulou-se o caso de tração, e usando as expressões (3) e (4), calcularam-se os K_{tn} e compararam-se os resultados com a literatura apropriada.⁽³⁾ A Tabela 4 apresenta estes valores, bem como sua diferença percentual.

Tabela 4. Comparação entre os valores de K_{tn} obtidos por MEF e pela literatura para o caso de tração

a/H	K_{tn} MEF	$K_{tn}^{(3)}$	$\Delta\%$
0.22	6.687	4.650	-30.457
0.25	7.799	3.925	-49.670
0.30	8.252	3.350	-59.406

Nota-se que os dados obtidos pelo MEF destoaram bastante dos valores obtidos pela literatura.⁽³⁾ Isto porque a literatura descreve um caso com geometria levemente similar da estudada neste trabalho, porém foi a mais próxima para efeito de comparação.

3.2 Campos de Tensão

A fim de estudar o campo de tensões descrito pelos resultados obtidos pelo MEF, são apresentados os gráficos das tensões em função da posição (x), os quais são apresentados nas Figuras 7, 8, 10 e 11, juntamente com as imagens de elementos finitos (campos de tensões) para os entalhes de profundidade 0.22 e 0.50 (Figuras 9 e 12).

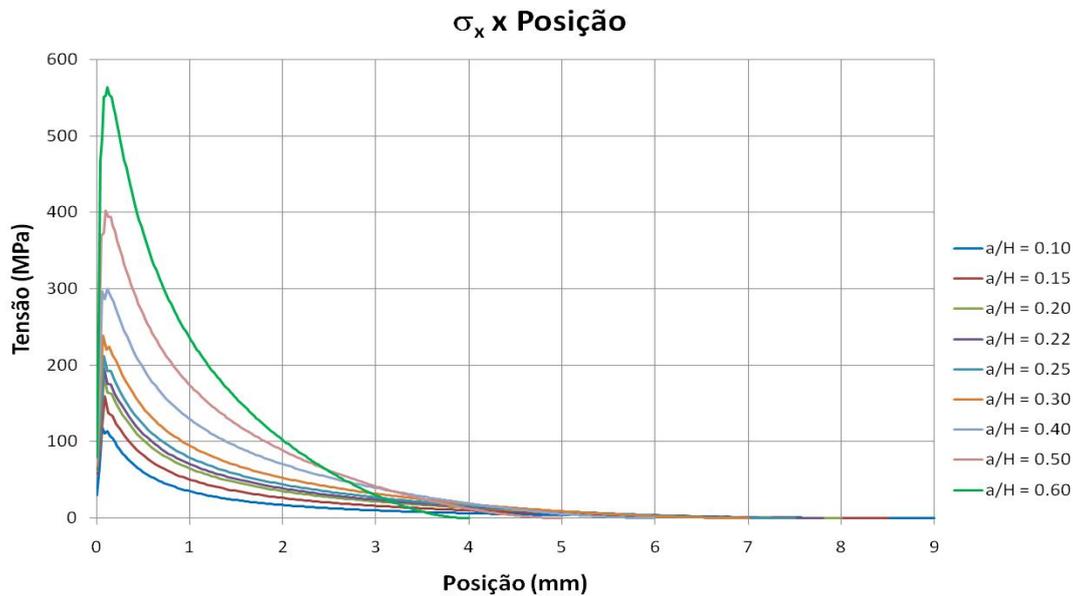


Figura 7. Entalhe Simples: gráficos para a tensão σ_x em função da posição em cada a/H .

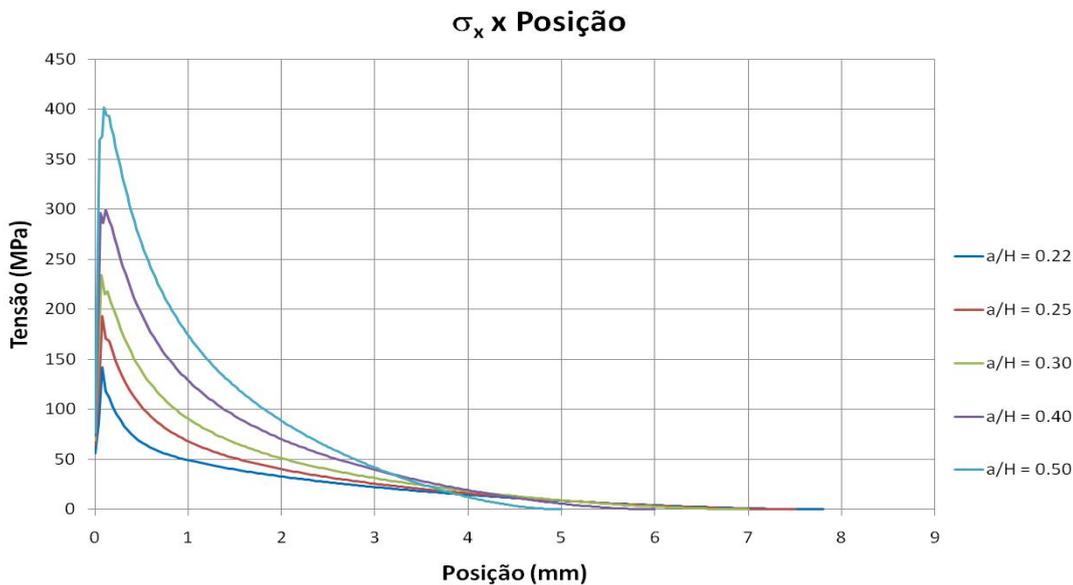


Figura 8. Entalhe Composto: expressões para a tensão σ_x em função da posição em cada a/H .

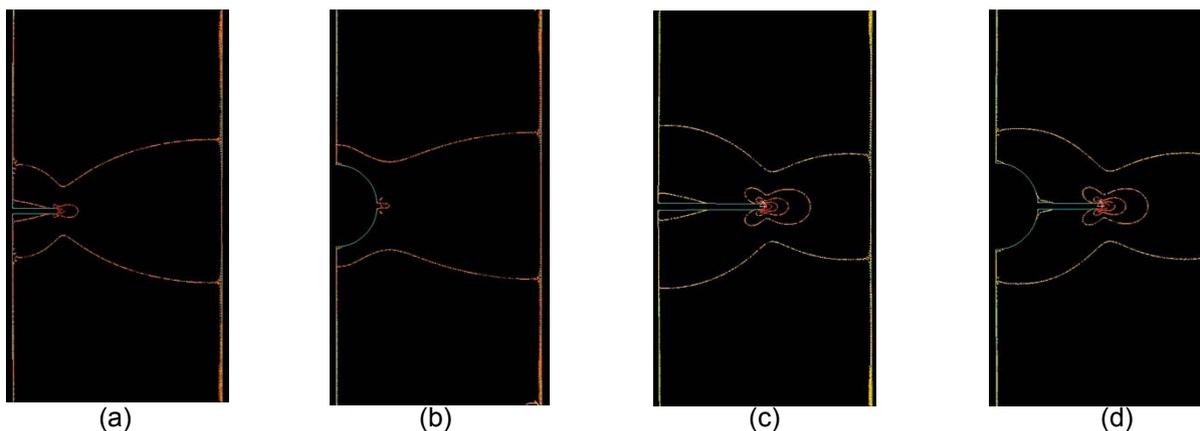


Figura 9. Campos de tensões σ_x para entalhe simples com profundidade de (a) 0.22 e (c) 0.50; e para entalhe composto com profundidade de (b) 0.22 e (d) 0.50.

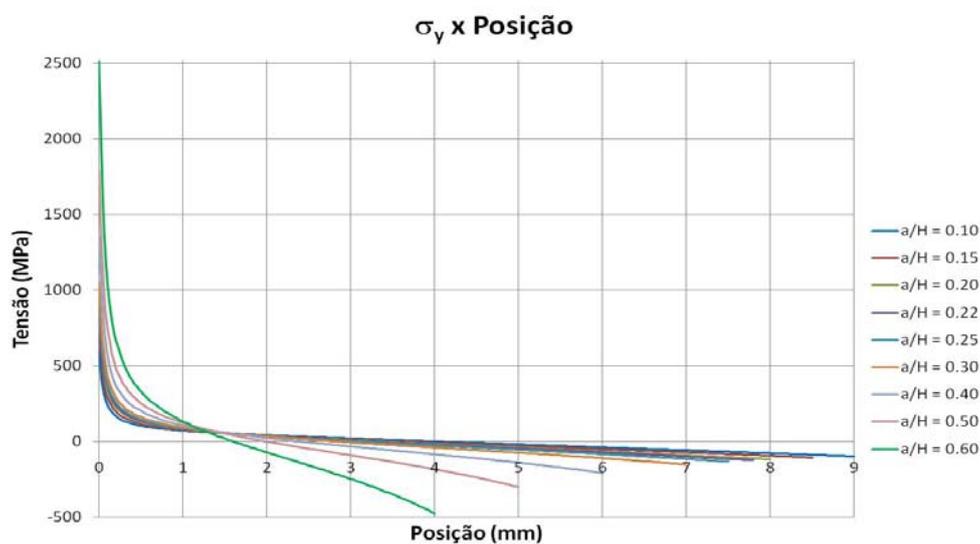


Figura 10. Entalhe Simples: gráficos para a tensão σ_y em função da posição em cada a/H .

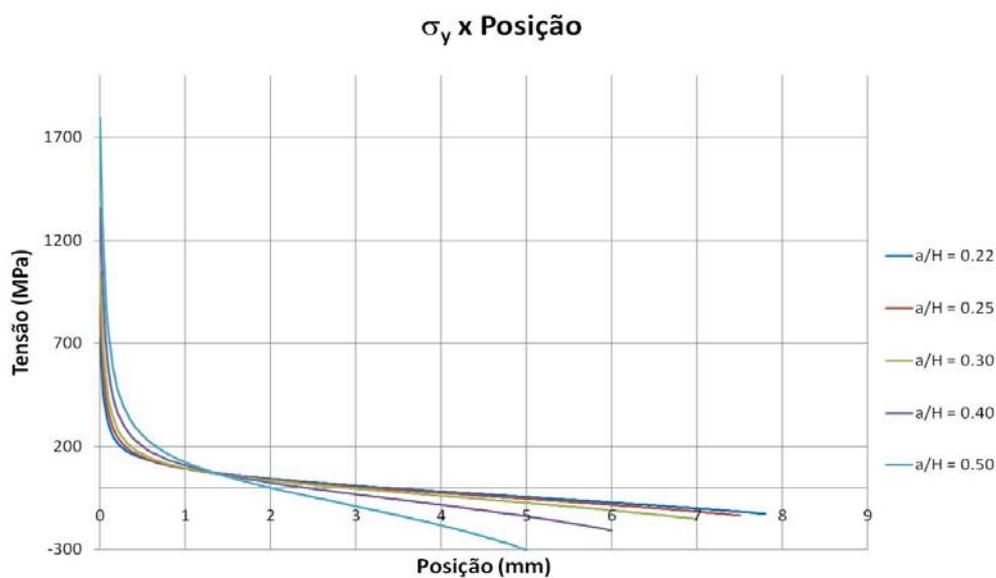


Figura 11. Entalhe Composto: expressões para a tensão σ_y em função da posição em cada a/H .

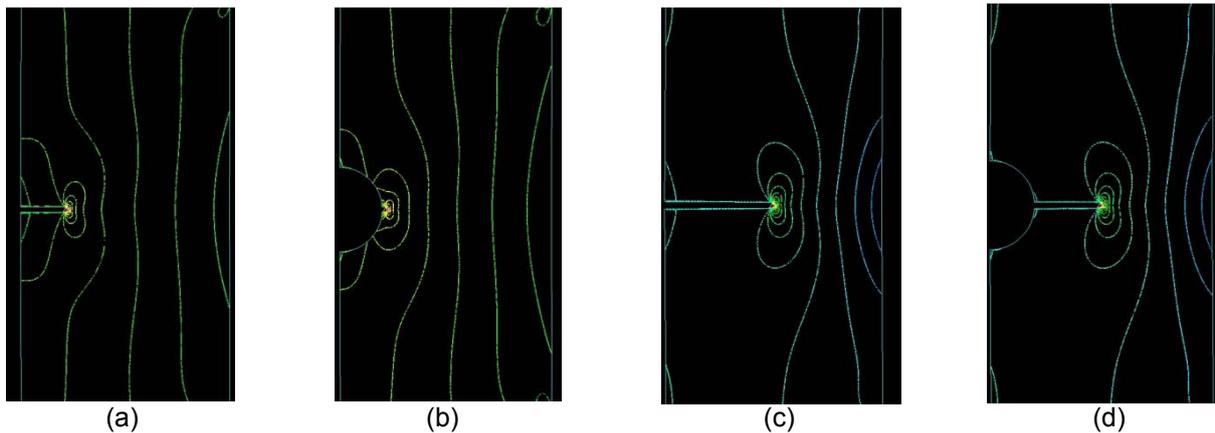


Figura 12. Campos de tensões σ_y para entalhe simples com profundidade de (a) 0.22 e (c) 0.50; e para entalhe composto com profundidade de (b) 0.22 e (d) 0.50.

3.2.1 Posição da linha neutra

A presença de um concentrador de tensões na viga faz com que a Linha Neutra (LN) se desloque do centróide da seção para uma nova posição, mais próxima da descontinuidade. Este fenômeno é observado em regiões próximas à concentração de tensões. Ao se afastar dali, a LN volta à posição esperada.

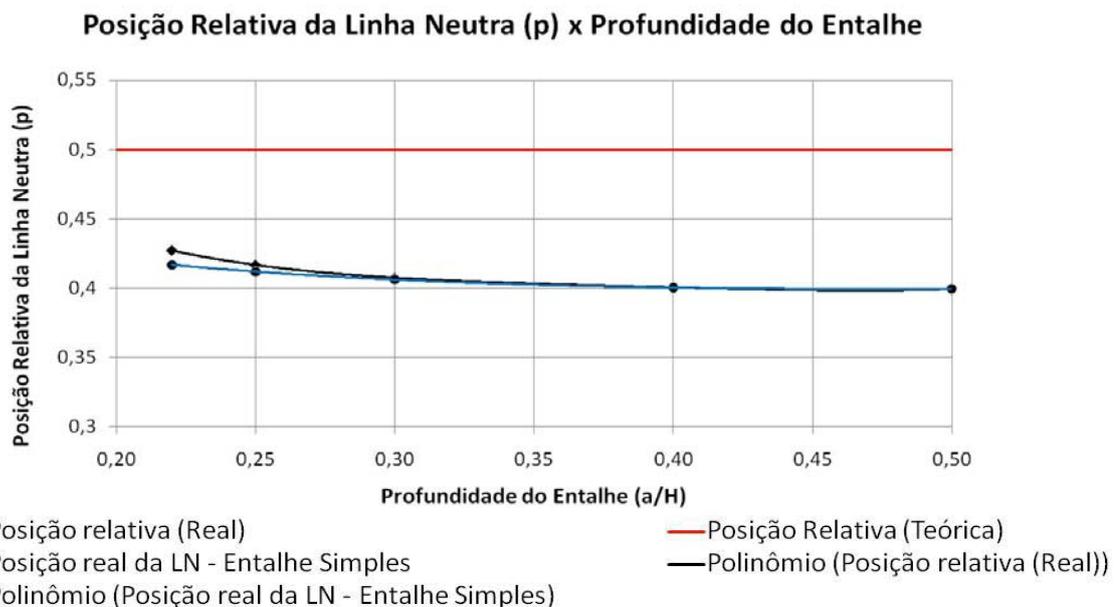


Figura 13. Gráfico com as posições relativas da linha neutra em função da profundidade do entalhe para os casos de flexão. A linha em vermelho escuro representa o comportamento de uma viga sem entalhe.

As expressões que descrevem a posição relativa da linha neutra em função da profundidade do entalhe são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5. Expressões para a posição relativa da linha neutra em função da profundidade do entalhe

Entalhe	Expressão	R ²
Simple	$1.1253(a/H)^4 - 2.2814(a/H)^3 + 1.8824(a/H)^2 - 0.7276(a/H) + 0.5077$	1
Composto	$18.88(a/H)^4 - 29.288(a/H)^3 + 17.121(a/H)^2 - 4.5216(a/H) + 0.8612$	1

As expressões que descrevem os dados obtidos pelos MEF podem ser descritas como polinômios, nos quais se tem a posição relativa (p) em função da profundidade (a/H):

$$p = C_{11} \left(\frac{a}{H}\right)^4 + C_{12} \left(\frac{a}{H}\right)^3 + C_{13} \left(\frac{a}{H}\right)^2 + C_{14} \left(\frac{a}{H}\right) + C_{15} \quad (7)$$

Observa-se que a partir de certa profundidade, mostrada na Tabela 6, as curvas da posição relativa da LN do entalhe simples e do composto se sobrepõem.

Tabela 6. Valor da profundidade a partir da qual a posição relativa da linha neutra (p) do entalhe em “U” profundo e o entalhe composto se sobrepõem e o erro percentual

Profundidade	$\Delta\%$
0.400	-0.012

4 CONCLUSÕES

- Para o caso do entalhe simples, polinômios de 4^o grau descreveram o comportamento do K_t e da posição relativa da linha neutra em função da profundidade do entalhe com boa precisão;
- Verificou-se que a linha neutra se deslocou do centróide da seção para uma nova posição, mais próxima do entalhe, devido à presença do concentrador de tensões na viga. Este fenômeno foi observado em regiões próximas à concentração de tensões, de modo que ao se afastar dessa região, a linha neutra retorna à posição esperada;
- A partir de determinadas profundidades, o K_t do entalhe composto se iguala ao do entalhe simples em “U” profundo, e a partir desse ponto o comportamento do entalhe composto é controlado pelo entalhe em “U”, de maneira similar ao que ocorre em uma operação de corte, onde a trinca que poderia surgir iria controlar o comportamento do entalhe.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem a Universidade Estadual do Norte Fluminense – Darcy Ribeiro, ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – PIBIC, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq e à Petrobras UN-BC pelo suporte dado.

REFERÊNCIAS

- 1 ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics – Fundamentals and Applications**. 3. ed. New York: Taylor & Francis Group, 2005.
- 2 FARAMAND, B., BOCKRATH, G., GLASSCO, J. **Fatigue and Fracture Mechanics of High Risk Parts**. New York: Chapman & Hall, 1997.
- 3 PILKEY, W. D. **Peterson’s Stress Concentration Factors**. 2.Ed. New York: Wiley Interscience, 1997.
- 4 CARVALHO, E. A. Stress concentration factors for an internally pressurized circular vessel containing a radial U-notch. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 82, n. 7, p. 517-521, jul. 2005.
- 5 SOARES, A. C. C. Capítulo 1.2 – O Fator de Concentração de Tensões. In: **Avaliação dos efeitos da plasticidade na medição de tensões residuais pela técnica do furo cego**. Rio de Janeiro, PUC-RIO: 2004. p. 31-33. Disponível em: <<http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/acessoConteudo.php?nrseqoco=10495>>. Acesso em: 12 jan. 2011.

- 6 TORRES, M. P. C. Capítulo 1 – Introdução. In: **Uma abordagem computacional para a previsão de fadiga em materiais duros**. Curitiba, Universidade Federal do Paraná: 2004. Disponível em:
<http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/bitstream/1884/665/1/Diss_Padrao.pdf>. Acesso em: 22 jan. 2011.