



INFLUÊNCIA DA TAXA DE DEFORMAÇÃO NAS CURVAS TENSÃO × DEFORMAÇÃO DE UM AÇO 1020 PRÉ-ENCRUADO¹

Rafael Salomão Ach²

Jaime de Castro Neto³

Marcelo de Jesus Rodrigues da Nóbrega⁴

Jaime Tupiassú Pinho de Castro⁵

Mauro Speranza Neto⁵

Resumo

Curvas tensão×deformação $\sigma \times \epsilon$ de um aço 1020 trabalhado a frio foram obtidas sob controle da taxa de deformação imposta no corpo de prova (e não da velocidade do pistão ou do travessão da máquina de testes), no intervalo $10^{-5} \leq \dot{\epsilon} \leq 3 \text{ s}^{-1}$. Este amplo conjunto de dados, tratado por um versátil programa desenvolvido para adquiri-los, filtrá-los e apresentá-los em tempo real, foi usado para verificar a adequação de diversos modelos propostos para descrever o efeito desta taxa, aplicando um algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt para ajustar os vários modelos estudados ao conjunto dos dados medidos. Este procedimento relativamente simples elimina os erros sistemáticos inerentes à prática tradicional de medir o efeito da taxa de deformação nas curvas $\sigma \times \epsilon$ controlando a velocidade da carga. Estes erros podem ser particularmente relevantes nos corpos de prova de aço, cuja rigidez muitas vezes é pelo menos uma ordem de grandeza maior do que a da máquina de testes.

Palavras-chave: Comportamento mecânico dinâmico; Taxa de deformação; Ajuste ótimo de dados.

STRAIN RATE INFLUENCE ON THE STRESS-STRAIN BEHAVIOR OF A COLD WORKED 1020 STEEL

Abstract

Stress×strain $\sigma \times \epsilon$ curves of a cold worked 1020 steel were measured controlling the strain-rate imposed on the test specimens (and not the testing machine piston or load bean speed), in the range $10^{-5} \leq \dot{\epsilon} \leq 3 \text{ s}^{-1}$. This ample data set, properly treated by a versatile software developed to acquire, filter and present the data in real time, was used to verify the adequacy of several models proposed to describe the strain-rate influence, using an Levenberg-Marquardt optimization algorithm to fit the models to the ensemble of the measured data. This relatively simple procedure avoids the intrinsic systematic errors associated to the traditional practice of measuring the strain-rate effect on the $\sigma \times \epsilon$ curves controlling the load speed, which may be particularly relevant when testing steel specimens, as their stiffness is many times at least an order of magnitude greater than those of the testing machines.

Key words: Strain-rate effects; Dynamic mechanical behavior; Optimal data fitting.

¹ Contribuição técnica ao 65º Congresso Anual da ABM, 26 a 30 de julho de 2010, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

² Engenheiro Mecânico, mestrando PUC-Rio.

³ Estagiário, Tecgraf PUC-Rio.

⁴ Mestre, professor CEFET/RJ, doutorando DEM PUC-Rio.

⁵ Doutor, professor DEM PUC-Rio.

1 INTRODUÇÃO

A influência da taxa de deformação é nas curvas tensão \times deformação $\sigma \times \epsilon$, em geral desprezada no dimensionamento mecânico de componentes estruturais metálicos, pode ser importante na prática. O efeito dinâmico nas propriedades mecânicas pode ser relevante em peças que trabalham sob tensões altas geradas por cargas muito mais lentas ou bem mais rápidas do que as usuais nos testes de tração usados para medi-las (que duram de 1 a 2 minutos, sob taxas médias típicas da ordem de $\dot{\epsilon} \cong 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$). Por exemplo, como as cargas muito lentas são em geral associadas a resistências mais baixas, os danos em torno de defeitos ou trincas nos testes de sobrecarga de dutos podem ser bem maiores do que os previstos desprezando o efeito da taxa $\dot{\epsilon}$. Por outro lado, a simulação de acidentes automotivos só pode ser bem feita usando propriedades mecânicas elastoplásticas obtidas a partir de curvas $\sigma \times \epsilon$ medidas sob taxas $\dot{\epsilon}$ bem altas, similares às dos acidentes reais.

Vários mecanismos podem causar efeitos da taxa de deformação nas propriedades mecânicas, gerados pela natureza dissipativa das deformações plásticas.⁽¹⁾ Todavia, a sua descrição não faz parte do escopo deste trabalho, que visa apenas avaliar a adequação de modelos fenomenológicos usados para quantificá-los no dimensionamento mecânico.⁽²⁻⁶⁾ Estes modelos não refletem a complexidade física do problema, mas mesmo assim têm grande importância prática. De fato, a sua incerteza, que depende de vários fatores, muitas vezes limita a qualidade das previsões estruturais. Dentre eles, a prática de ajustar os parâmetros dos modelos a dados medidos em testes de tração feitos sob taxas de carga ou de deslocamento constantes, em vez de sob taxas de deformação fixas. Esta prática inadequada é muito usada porque facilita os testes (é trivial fixar, e.g., a velocidade do travessão numa máquina de testes acionada por parafusos). Mas este procedimento certamente **não** garante uma taxa de deformação constante no corpo de prova (CP) e pode causar erros de previsão muito significativos.

A carga atuante nos ensaios de tração solicita tanto o CP quanto a estrutura da máquina de testes, a qual, apesar de trabalhar elasticamente, pode sofrer deslocamentos significativos. De fato, os CP de aço de 10 mm de diâmetro são uma ordem de grandeza mais rígidos do que as máquinas usadas para testá-los, cuja rigidez típica é $7 < K < 32 \text{ MN/m}$.⁽³⁾ Assim, num teste controlado pela velocidade v da carga se obtém uma taxa de deformação no CP dada por:

$$vt = \frac{P}{K} + \frac{\sigma L}{E} + \epsilon_p L \Rightarrow \dot{\epsilon} = \frac{(vK/AE) + \dot{\epsilon}_p}{(KL/AE) + 1} \quad (1)$$

onde t é o tempo do teste; σ é a tensão atuante no CP; L o seu comprimento; A a área da sua seção resistente; E o seu módulo de elasticidade; $\dot{\epsilon}$ a taxa de deformação e ϵ_p a deformação plástica nele atuante; e P a carga aplicada.

Portanto, mesmo supondo que a máquina tenha uma rigidez constante (o que em geral **não** ocorre, devido ao comportamento não linear de garras e juntas), a taxa de deformação que atua no CP **não** é proporcional à velocidade da carga nele aplicada. Exceto na região elástica (na qual os efeitos dinâmicos são desprezíveis), quando então a equação (1) se resume a:

$$\dot{\epsilon}_e = \frac{v}{L} \left(1 + \frac{AE}{KL} \right) \quad (2)$$



Todavia, as relações constitutivas que quantificam os efeitos dinâmicos na parte elastoplástica das curvas $\sigma \times \epsilon$ (numa temperatura fixa) são da forma $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$, como ilustrado, e.g., pela popular modelo de Johnson-Cook⁽²⁻³⁾ que, numa dada temperatura fixa, neste caso uniaxial pode ser dado por:

$$\sigma = S_{E_0} \cdot \left[1 + B \cdot (\epsilon - \epsilon_E)^n \right] \cdot \left[1 + C \cdot \ln(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0) \right] \quad (3)$$

onde σ e ϵ são a tensão e a deformação que atuam no CP de tração após o seu escoamento; S_{E_0} é a resistência ao escoamento medida numa taxa de referência $\dot{\epsilon}_0$; $\epsilon_E = S_E/E + 0.002$ é a deformação associada à resistência ao escoamento; E é o módulo de elasticidade; B e n são os parâmetros que quantificam o encruamento (estático) do material; e C é o parâmetro que quantifica a influência (suposta logarítmica) da taxa de deformação nas curvas $\sigma \times \epsilon$ do material. Esta é a forma mais correta de escrever a equação de Johnson-Cook (pois $\sigma = S_{E_0}$ se $\epsilon = \epsilon_E$ e $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0$), que em princípio deve ser aplicada às tensões e deformações reais, mas é também usada para descrever o efeito da taxa nas tensões e deformações de engenharia. Há vários outros modelos semi-empíricos similares que se propõe a descrever o efeito da taxa $\dot{\epsilon}$ nas curvas $\sigma \times \epsilon$ medidas dinamicamente.⁽¹⁻⁶⁾ Entretanto, a medição dos diversos parâmetros desses modelos é muitas vezes realizada a partir de testes de tração feitos sob controle de velocidade, **supondo** que a taxa de deformação seja dada por $\dot{\epsilon} = v/L$, um procedimento definitivamente inapropriado até mesmo na região elástica, como visto acima. Para ilustrar este problema, CP de aço de 9 mm de diâmetro foram testados numa máquina servo-hidráulica sob duas estratégias de controle (Figura 1):⁽⁷⁾ (i) taxa de deformação fixa, usando um *clip-gage* montado no CP para medir sua deformação; e (ii) velocidade do pistão fixa, controlando o movimento do pistão através do LVDT nele montado. A partir dos dados de entrada do programa utilizado, o sinal de comando é comparado ao sinal da retro-alimentação, gerando assim um sinal de erro que é usado para atuar a servo-válvula que controla o fluxo do fluido hidráulico no atuador. O sinal de controle pode ser gerado pelo *clip-gage* montado no CP ou pelo LVDT fixado entre o pistão e a estrutura da máquina.

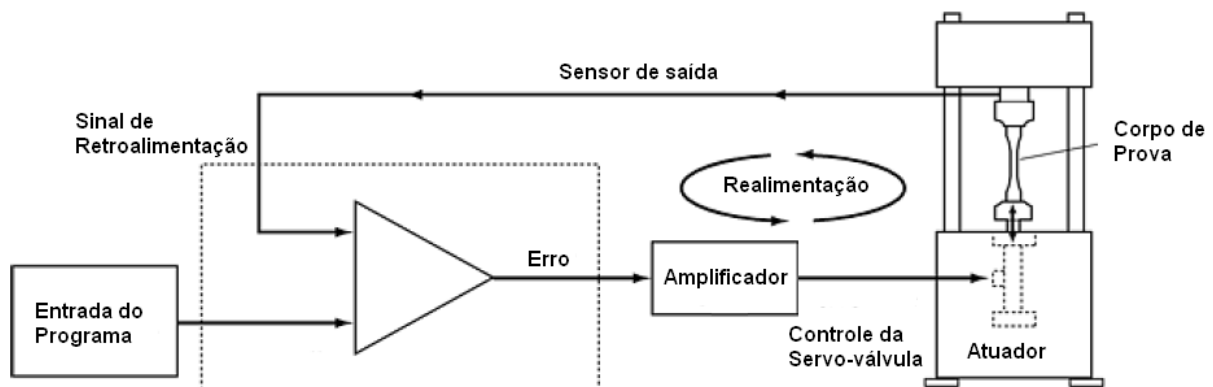


Figura 1. Esquema básico do sistema de controle de uma máquina servo-hidráulica.

A Figura 2 apresenta as medidas do deslocamento do pistão e da deformação imposta no CP ao longo de um teste feito sob controle da taxa de deformação, mantida fixa e igual a $\dot{\epsilon} = 5 \cdot 10^{-2} \%$ /s durante o ensaio. Nota-se neste caso que a velocidade do pistão geraria uma taxa estimada variável durante o ensaio, cuja média dada por $\dot{\epsilon} = v/L = 9.6 \cdot 10^{-2} \%$ /s tem um valor bem superior à taxa medida.

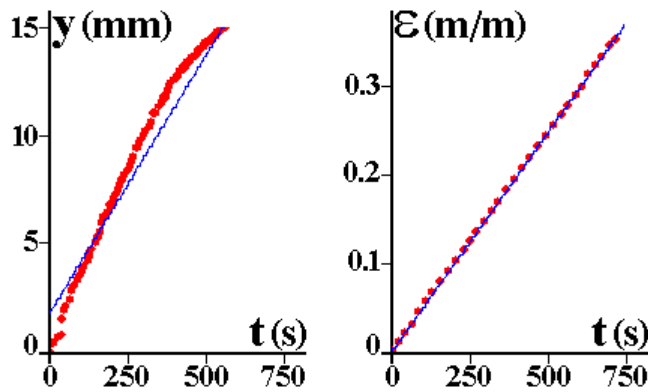


Figura 2. Deslocamento do pistão y e deformação (de engenharia) ϵ atuante no CP durante um ensaio feito sob taxa de deformação constante.

A Figura 3 mostra as medidas do deslocamento do pistão e da deformação resultante num CP idêntico ao da Figura 2 ao longo de um teste feito sob controle da velocidade do pistão, mantida fixa. Neste caso a velocidade foi ajustada para gerar uma taxa de deformação no CP estimada por $\dot{\epsilon} = v/L = 4.8 \cdot 10^{-2} \% / s$, quase igual à taxa imposta no teste anterior. Todavia, a taxa de deformação média efetivamente medida no CP foi bem menor, $\dot{\epsilon}_m = 3 \cdot 10^{-2} \% / s$, variando de $\dot{\epsilon} \cong 2.2 \cdot 10^{-2} \% / s$ no início até cerca de $\dot{\epsilon} \cong 4.5 \cdot 10^{-2} \% / s$ no fim do ensaio.

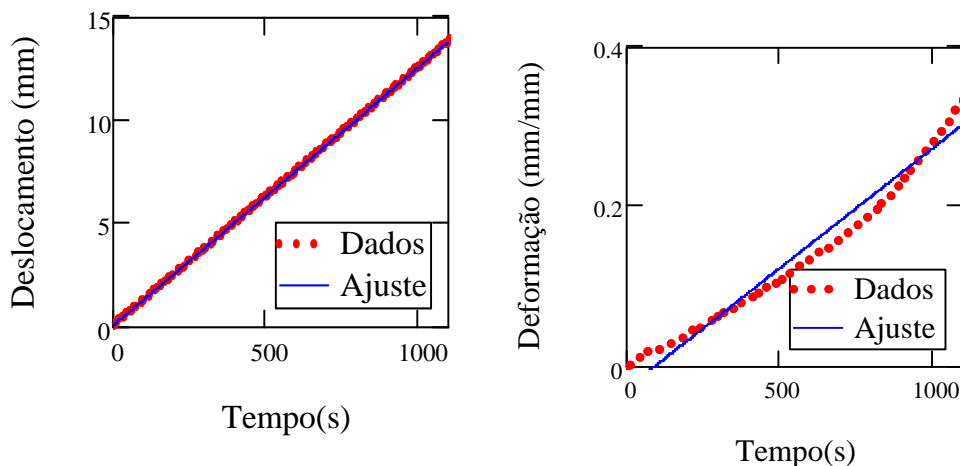


Figura 3. Deslocamento do pistão e deformação atuante num CP idêntico ao da Figura 2, durante um ensaio feito sob velocidade do pistão fixa.

Essas diferenças não são insignificantes, e podem influir de forma não desprezível na incerteza dos resultados dos ensaios. Entretanto, esta limitação não afeta os dados discutidos aqui, todos medidos sob taxa $\dot{\epsilon}$ constante.

A seguir primeiro se faz uma breve descrição do sistema experimental e do programa de aquisição e tratamento dos dados $\sigma \times \epsilon$ dinâmicos, e se apresenta o conjunto das 13 curvas medidas sob taxas $10^{-5} \leq \dot{\epsilon} \leq 3 \text{ s}^{-1}$ (em testes que duraram de quase 3 horas a menos de 50 ms). A seguir são descritos os 3 modelos fenomenológicos aqui estudados, Johnson-Cook, Zerilli-Armstrong,⁽⁶⁾ e uma modificação de Johnson-Cook. Depois os parâmetros desses modelos são ajustados ao conjunto dos dados experimentais usando um algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt.⁽⁸⁾ Por fim, se avalia a precisão dos vários modelos, e se apresentam sugestões para generalizar e eventualmente normalizar este procedimento de teste.



2 MATERIAL E PROCEDIMENTOS

O material testado foi um aço 1020 laminado à frio, com resistências ao escoamento e à ruptura (medidas na taxa usual $\dot{\epsilon} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) $S_E = 589$ e $S_R = 651$ MPa. Os ensaios descritos adiante foram feitos sob controle da taxa de deformação numa máquina servo-hidráulica computadorizada Instron 8501 de 100 kN, dotada de uma servoválvula Moog de 40 l/min, usando um transdutor de deformação tipo *clip-gage* Instron 260-604 de 20 mm de base de medida e 12.5 mm de faixa trativa, e garras hidráulicas cuidadosamente alinhadas dentro de 0.01 mm. Os CP de 10 mm de diâmetro foram usinados segundo a norma ABNT 6152.

A menor taxa de deformação usada nos testes foi limitada pelo ruído mecânico intrínseco à servoválvula e pela relação sinal/ruído do transdutor, enquanto a maior foi restrita pela capacidade de fluxo da servoválvula e pela velocidade do sistema de controle digital da máquina, cuja taxa de aquisição é 5 kHz. Apesar dos testes de tração convencionais serem muito simples, medir curvas $\sigma \times \epsilon$ nos limites operacionais das máquinas de teste não é uma tarefa propriamente elementar. Vale a pena enfatizar que estes limites dependem **muito** de detalhes que não são óbvios como, por exemplo: da qualidade do aterramento elétrico; do alinhamento, das folgas e da rigidez das garras e dos demais componentes do trem de carga; da rigidez e da montagem do *clip-gage* no CP (que controlam a sua frequência natural e a sua resposta dinâmica); e da taxa de aquisição e dos ganhos da realimentação do circuito PID de controle da máquina. O ajuste deste último detalhe, em particular, requer experiência e habilidade do operador da máquina, além de alguma familiaridade com os conceitos básicos da teoria de controle.

O sistema de aquisição de dados desenvolvido para este trabalho é constituído de uma placa AD de captura e de dois programas, escritos na linguagem Labview. A placa lê e digitaliza os sinais do *clip-gage* e da célula de carga e os envia para o primeiro programa, que faz uma plotagem em tempo real dos dados medidos ao longo do ensaio (Figura 4), e os armazena num arquivo apropriado. O segundo programa faz a análise e a filtragem desses dados, para retirar os ruídos da leitura, gerando curvas $\sigma \times \epsilon$ de engenharia e real como as mostradas adiante.

O primeiro modelo do efeito da taxa $\dot{\epsilon}$ na parte elastoplástica das curvas $\sigma \times \epsilon$ aqui estudado é o de Johnson-Cook, descrito acima. O segundo é o de Zerilli-Armstrong modificado⁽⁶⁾ que, usando a notação da eq. (3), sob temperatura fixa é dado por:

$$\sigma = S_{E0} + B_1 \cdot (\epsilon - \epsilon_E)^n + C_1 \cdot \exp(1.5 \cdot \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0) \quad (4)$$

Também se estudou uma variação do modelo de Johnson-Cook dada por:

$$\sigma = S_{E0} \cdot [1 + B \cdot (\epsilon - \epsilon_E)^n] \cdot [1 + C \cdot \ln(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)]^{1.4} \quad (5)$$

Os parâmetros desses modelos devem ser ajustados para descrever o conjunto de todos os pontos experimentais medidos nos vários ensaios, e não apenas as curvas medidas em cada teste. Esta tarefa pode ser executada através do algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM), que minimiza o erro quadrático entre as previsões geradas por modelos não-lineares e os pontos experimentais; logo permite que se avalie a qualidade dos modelos estudados. Em termos matemáticos, dados m pontos (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$, LM procura iterativamente o vetor $p = [p_1, p_2, \dots, p_n]^T$ (onde T significa transposto) dos n parâmetros ajustáveis do modelo $f(x_i, p)$ especificado, de forma que eles minimizem a soma $S(p)$ dos desvios quadráticos entre os vários valores medidos y_i e os valores calculados nos pontos x_i (usando os vários parâmetros ajustados p_j da função f):



$$S(p) = \sum_{i=1}^m [y_i - f(x_i, p)]^2 \quad (6)$$

Alguns programas genéricos, como Mathcad e.g., possuem funções dedicadas que efetuam esses cálculos (cuja convergência, diga-se de passagem, é muito sensível ao chute inicial dos valores das incógnitas). Para maiores detalhes, ver referência.⁽⁸⁾

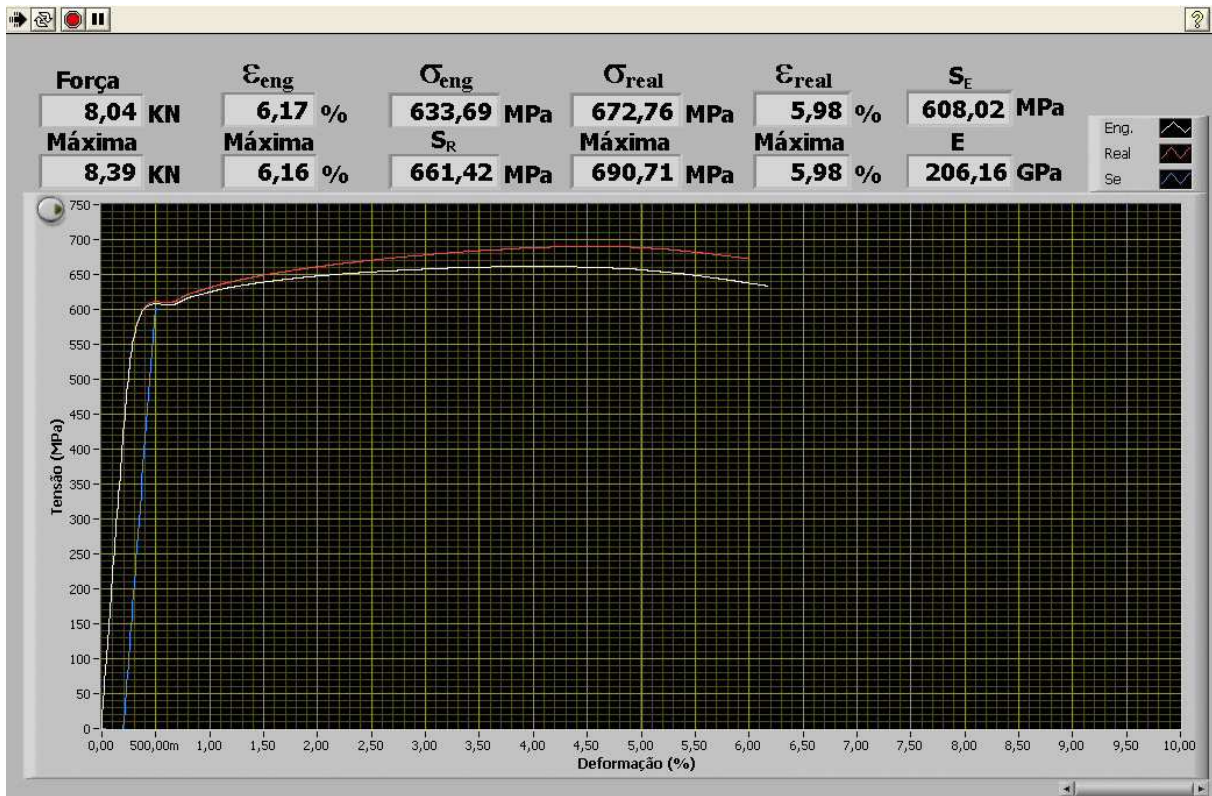


Figura 4. Tela de acompanhamento dos ensaios de tração em tempo real.

3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE DOS MODELOS

As resistências ao escoamento (S_E) e à ruptura (S_R) medidas durante os testes nas várias taxas de deformação $\dot{\epsilon}$ impostas no CP estão listadas na Tabela 1. As curvas $\sigma \times \epsilon$ de engenharia medidas nesses testes são mostradas na Figura 5, e as curvas $\sigma \times \epsilon$ reais até a estricção são mostradas na Fig. 6. A tabela e as figuras mostram que a sensibilidade do aço 1020 testado à taxa de deformação, que nestes testes variou de $5\frac{1}{2}$ ordens de grandeza, gerou uma variação de cerca de 10% entre as menores e maiores resistências à deformação plástica medidas. Ou seja, variando $\dot{\epsilon}$ de 10^{-5} para 3/s, as resistências S_E e S_R aumentam de aproximadamente 10%, um valor facilmente identificável nos gráficos, mas não muito grande. Portanto, este material poderia ser usado em peças dimensionadas desprezando, como usual, o efeito da taxa de carregamento, desde que usando fatores de segurança ao escoamento “típicos”, digamos $\phi_E = S_E / \sigma_{max} > 1.25$ (com S_E medida na taxa “normal” $\dot{\epsilon} \cong 0.25\%/s$). Todavia, estes dados também indicam que o efeito da taxa não deve ser ignorado quando se precisa dimensionar sob tensões muito altas, da ordem de S_E ou maiores, como nos exemplos citados na introdução. Vale a pena mencionar que a Fig. 5 mostra que as taxas mais altas são quase todas associadas a uma ductilidade maior do que a medida nas taxas mais baixas, um fato não intuitivo.



Tabela 1. Resistências ao escoamento e à ruptura em função da taxa $\dot{\epsilon}$

$\dot{\epsilon}$ (s^{-1})	Tensão de engenharia		Tensão real	
	S_E (MPa)	S_R (MPa)	S_E (MPa)	S_R (MPa)
10^{-5}	578	636	581	655
10^{-4}	583	647	588	673
10^{-4}	583	648	585	668
$2.5 \cdot 10^{-3}$	589	651	591	679
0.01	599	662	602	691
0.01	606	673	609	705
0.01	606	675	610	709
0.1	610	675	613	706
0.1	620	684	623	716
0.1	623	683	626	711
1	620	693	624	741
1	621	691	624	730
3	628	696	631	734

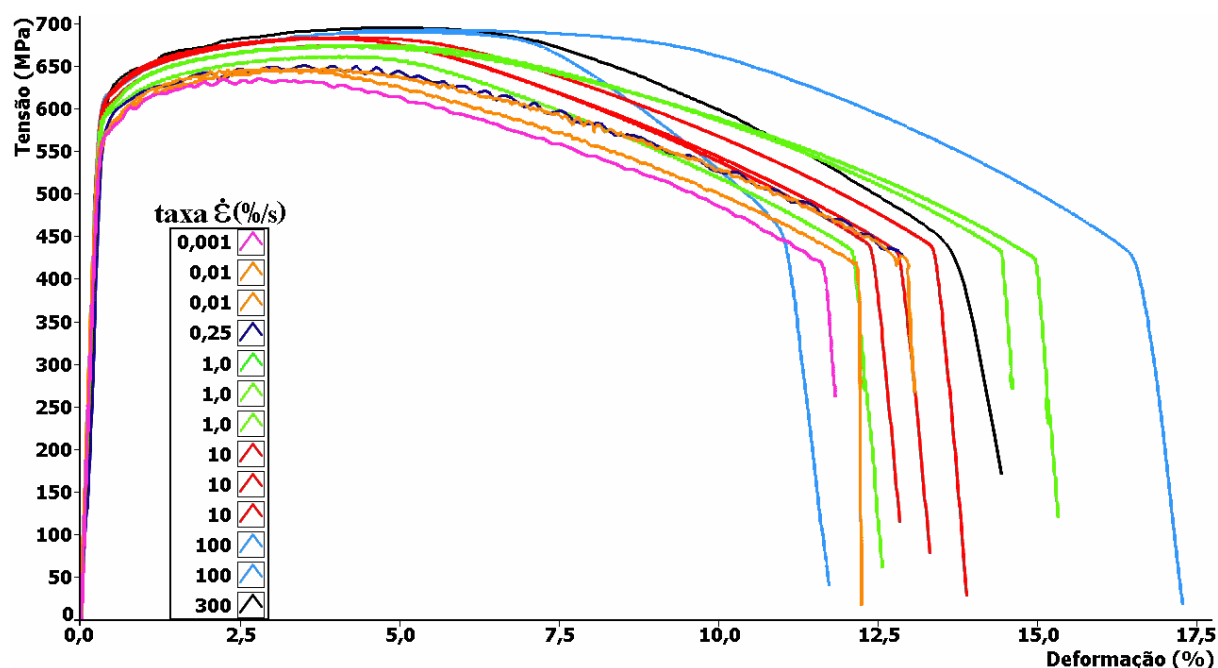


Figura 5: As 13 curvas $\sigma \times \epsilon$ de engenharia medidas nas várias taxas testadas.

A dispersão intrínseca dos ensaios pode ser avaliada comparando as curvas medidas em taxas iguais. Dos ensaios repetidos com a mesma taxa de deformação, a maior dispersão ocorreu na taxa de 1,0%/s, mas com um valor bem abaixo dos 2,0% sugerido pela norma ABNT 6152. Isso confirma a qualidade do sistema experimental usado, e a propriedade da variação observada entre as curvas medidas nas várias taxas testadas. Em face disso, os ajustes dos modelos matemáticos às curvas experimentais foram realizados usando apenas uma das curvas medidas nas taxas 10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , 0,1, 1 e 3/s, para não dificultar a sua comparação gráfica.

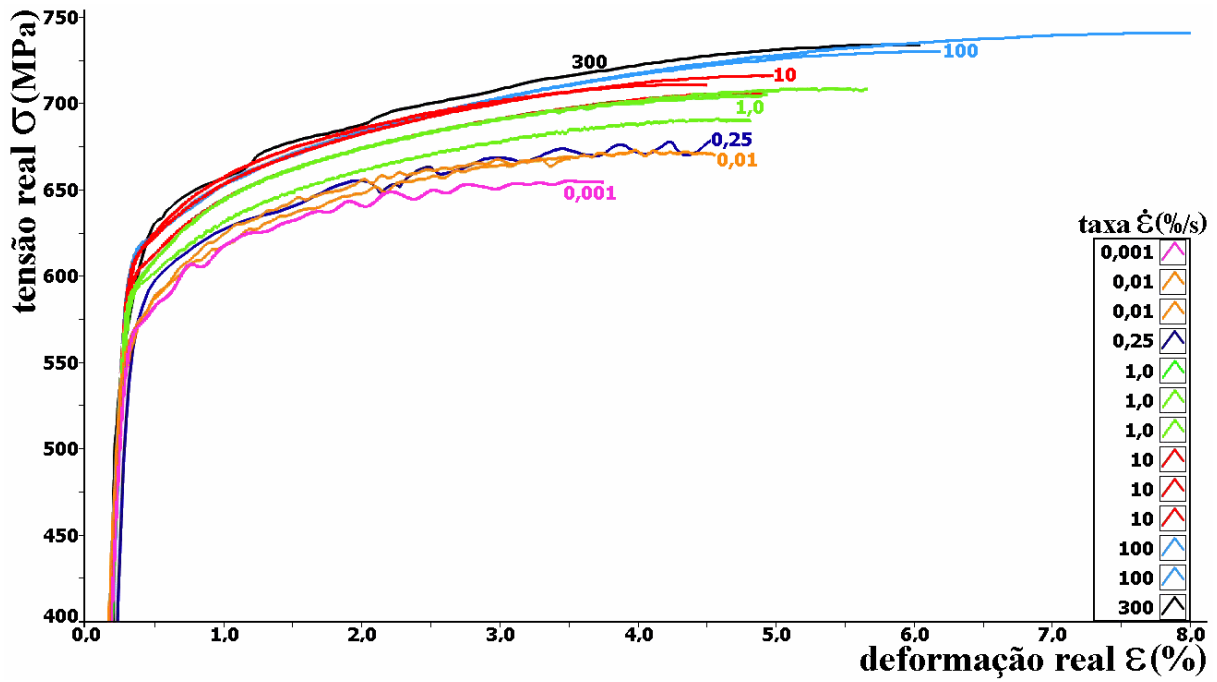


Figura 6: Detalhe da região plástica das curvas σ - ϵ reais (até a estricção) calculadas a partir dos dados da Figura 5.

As Figuras 7-9 mostram o ajuste por LM de Johnson-Cook, de Zerilli-Armstrong e de Johnson-Cook modificada às curvas σ - ϵ reais medidas.

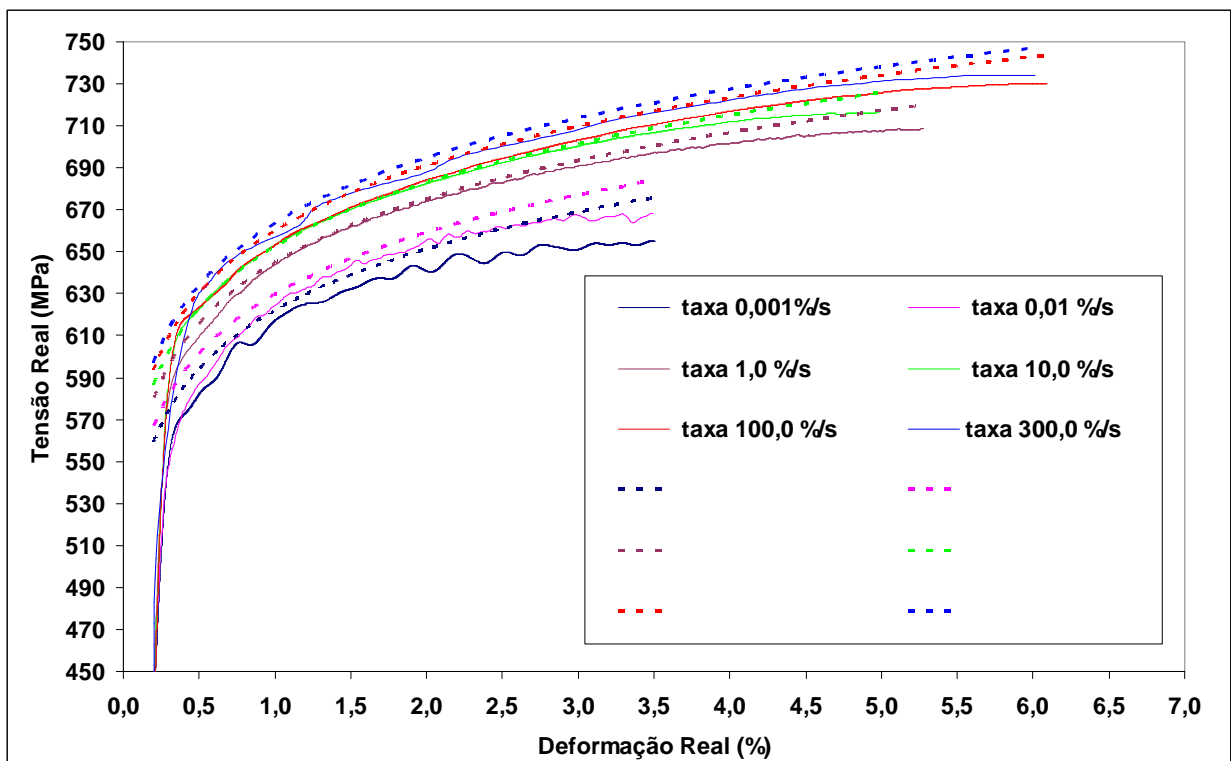


Figura 7: Ajuste por Levenberg-Marquardt de Johnson-Cook às curvas medidas.

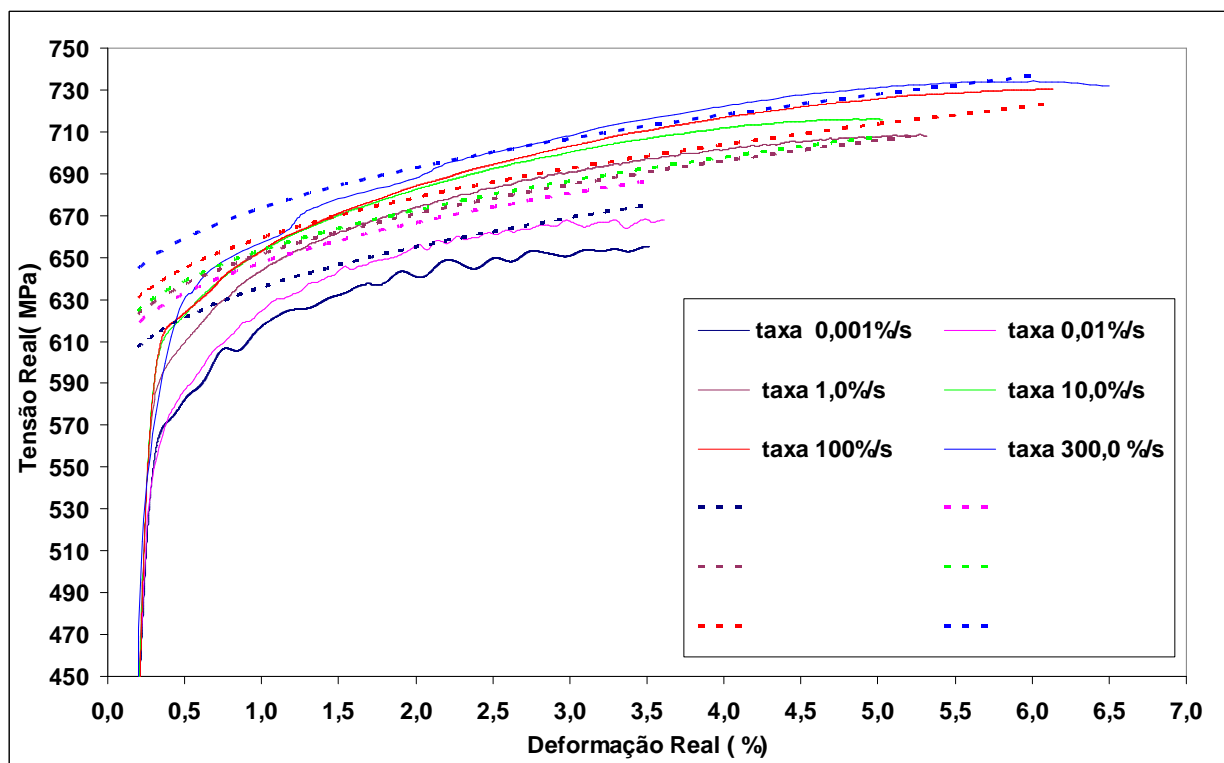


Figura 8: Ajuste por Levenberg-Marquardt de Zerrilli-Armstrong modificado às curvas medidas.

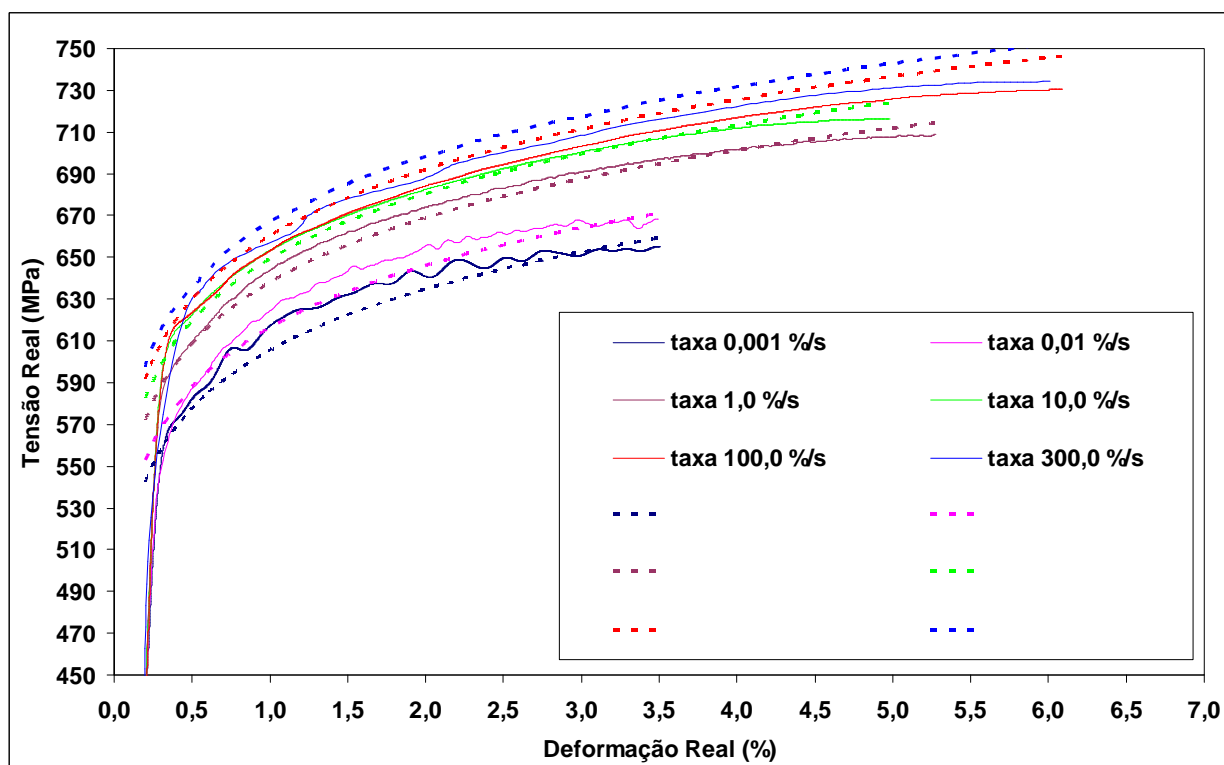


Figura 9: Ajuste por Levenberg-Marquardt de Johnson-Cook modificada às curvas medidas.

A previsão de S_E e S_R em função de $\dot{\epsilon}$ (a partir das resistências medidas na taxa de referência $\dot{\epsilon} = 0.25\%/s$) por Johnson-Cook é comparada aos dados medidos nas Figuras 10 e 11. A Tabela 2 mostra o coeficiente de correlação entre as curvas medidas e previstas pelos diversos modelos aqui estudados. Por fim, a Tabela 3 mostra os parâmetros dos vários modelos ajustados por LM às curvas $\sigma \times \epsilon$ reais.

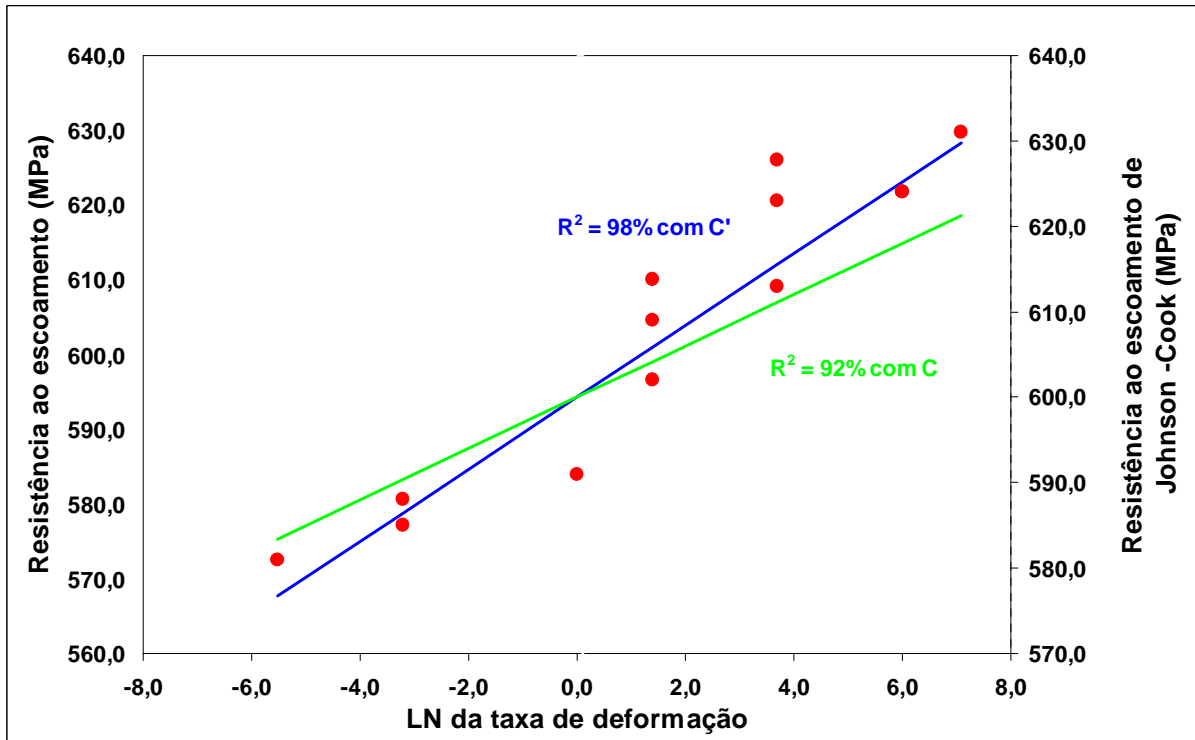


Figura 10: Resistências ao escoamento medidas comparadas com as resistências previstas pelo modelo de Johnson-Cook.

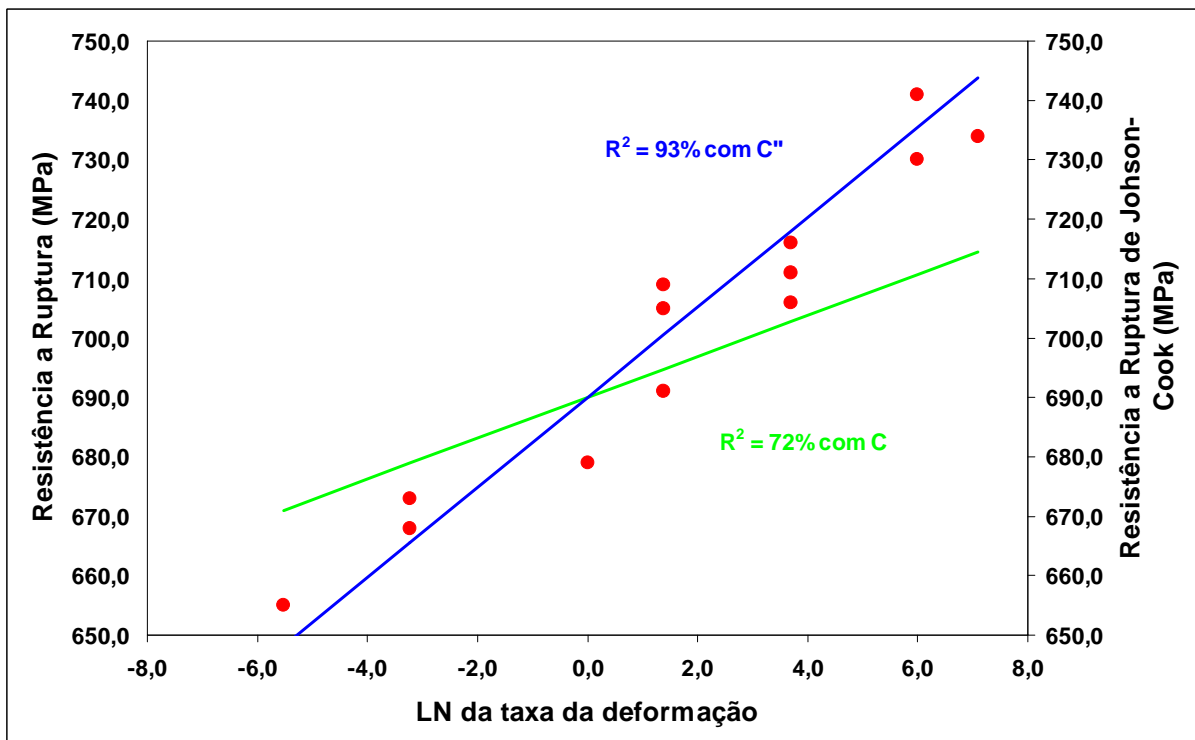


Figura 11: Resistências à ruptura medidas comparadas com as resistências previstas na deformação máxima pelo modelo de Johnson-Cook.

A Figura 10 mostra que as previsões de S_E geradas usando o parâmetro $C = 0,005$ obtido pelo ajuste de Johnson-Cook por LM podem ser melhoradas usando $C' = 0,007$. Uma melhoria ainda mais significativa ocorre usando $C'' = 0,011$ para prever S_R (Figura 11). Logo, esses ajustes locais podem ser úteis nessas tarefas.

Tabela 2. Coeficiente de correlação entre as curvas medidas e as previstas ajustando-as pelos diversos modelos através do algoritmo de Levenberg-Marquardt.

Taxa de deformação (%/s)	Johnson Cook R ² (%)	Zerilli Armstrong modificada R ² (%)	Johnson Cook modificada R ² (%)
0,001	72,4	25,6	85,9
0,01	79,8	24,9	87,6
1,0	88,8	74,5	90,9
10	84,5	64,4	85,9
100,0	77,6	60,5	77,5
300,0	84,2	60,9	81,7
Média	81,2	51,8	84,8

Tabela 3. Parâmetros resultantes do ajuste por LM dos vários modelos às curvas $\sigma \times \epsilon$ reais medidas

Parâmetros	Johnson Cook	Zerilli Armstrong modificada	Johnson Cook modificada
B	660 MPa	-	660 MPa
C	0,0050	-	0,0052
n	0,066	0,4	0,068
B ₁	-	60 MPa	-
C ₁	-	3,0 MPa	-

5 CONCLUSÕES

A influência da taxa de carregamento nas curvas tensão \times deformação e nas resistências ao escoamento e à ruptura de um aço 1020 laminado a frio foi estudada através de testes de tração dinâmicos controlados pela taxa de deformação $\dot{\epsilon}$, e não pela velocidade v do pistão da máquina servo-hidráulica. Este procedimento elimina os erros sistemáticos gerados ao se supor erroneamente que $\dot{\epsilon} = v/L$, onde L é o comprimento da base de medidas no corpo de prova, os quais podem ser significativos. A influência da taxa na fase elástica é desprezível, mas, conforme esperado, as resistências aumentam nas taxas mais rápidas, e, o que não é intuitivo, o mesmo acontece com a ductilidade do material testado. Na faixa estudada, que engloba taxas de deformação $10^{-5} \leq \dot{\epsilon} \leq 3 \text{ s}^{-1}$ que cobrem 5 $\frac{1}{2}$ ordens de grandeza, o modelo semi-empírico de Johnson-Cook descreve razoavelmente a variação de aproximadamente 10% entre as propriedades medidas nas taxas mais baixas e mais altas, mas as melhores correlações são obtidas ajustando especificamente a propriedade ou o comportamento desejado. Portanto, quando for necessário fazer previsões usando este modelo, deve-se tomar o cuidado de verificar como os dados foram medidos e como os parâmetros do modelo foram a eles ajustados.

REFERÊNCIAS

- 1 FROST, H.J.; ASHBY, M.F. Deformation Mechanisms Maps, Pergamon 1982.
- 2 BACKOFEN, W.A. Deformation Processing, Addison-Wesley 1972.
- 3 DIETER, G.E. Mechanical Metallurgy, McGraw Hill 1976.
- 4 COTTRELL, A.H. The Mechanical Properties of Matter, Krieger 1981.
- 5 LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.L. Mécanique des Matériaux Solides, Bordas 1985.
- 6 THOMPSON, A.C. High Strain Rate Characterization of Advanced High Strength Steels. Waterloo 2006.

- 7 ASM Handbook v. 8, Mechanical Testing and Evaluation, ASM 2000.
- 8 CASTRO, J.T.P.; MEGGIOLARO, M.A. "Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço: Volume II - Propagação de Trincas, Efeitos Térmicos e Estocásticos", ISBN 1449514707, CreateSpace 2009.