

# METAHEURÍSTICAS PARA PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA COM ALOCAÇÕES DINÂMICA E ESTÁTICA DE CAMINHÕES EM MINAS A CÉU ABERTO<sup>1</sup>

Elton Destro<sup>2</sup>

Paulo Santos Assis<sup>3</sup>

Marcone Jamilson Freitas Souza<sup>4</sup>

## Resumo

Normalmente, o minério proveniente de uma única frente de lavra não possui as especificações exigidas pela Usina de Beneficiamento, mas, se for misturado ao minério de outras frentes, os parâmetros exigidos poderão ser atendidos. Assim, este trabalho teve como objetivo estabelecer a contribuição de cada frente de lavra no produto enviado para a usina através da alocação dos equipamentos de carga e da determinação do número de viagens por frente de lavra de cada equipamento de transporte. Dada a sua natureza combinatória, a resolução deste tipo de problema por métodos de programação matemática pode demandar tempos de processamento proibitivos. No entanto, o aplicativo computacional desenvolvido faz uso de técnicas metaheurísticas baseadas em *Iterated Local Search* e *Variable Neighborhood Descent*, que foram implementadas de forma combinada para permitir uma exploração mais eficiente do espaço de soluções do problema. Essas técnicas, apesar de não garantirem a otimalidade das soluções produzidas, são capazes de gerar soluções finais de alta qualidade em tempos computacionais satisfatórios para a tomada de decisões. Espera-se que o aplicativo desenvolvido também ajude a difundir a utilização de técnicas metaheurísticas visando à solução de problemas que envolvam situações reais no Brasil.

**Palavras-chave:** Planejamento operacional de lavra; Alocações dinâmica e estática de caminhões; Metaheurística; *Variable neighborhood descent*; *Iterated local search*.

## METAHEURISTICS FOR MINE PRODUCTION PLANE WITH TRUCK DYNAMIC AND STATIC ALLOCATIONS IN OPEN PIT MINE

### Abstract

Normally, the ore derived from a single work benches doesn't possess the specifications demanded by the Plant, but, if it be mixed to the ore of other work benches, the demanded parameters can be met. Thus, this work had as objective establishes the contribution of each work benches in the product sent to the plant through the load allocation and of the determination of the number of trips for work benches of each haulage equipment. Due to its combinatorial nature, the resolution of this problem for mathematical programming methods can demand prohibitive times of processing. However, the software developed makes use of metaheuristic techniques based on *Iterated Local Search* and *Variable Neighborhood Descent*, that were implemented in a combined way to allow a more efficient exploration of the solution space. Those techniques, in spite of they don't guarantee the optimality of the produced solutions, they are capable to generate final solutions of high quality in satisfactory computational times for the decision makers. It is intent that the developed application helps also to diffuse the use of the techniques based on metaheuristics for solving problems that involve real situations in Brazil.

**Keywords:** Mining planning; Truck dynamic and static allocations; Metaheuristic; Variable neighborhood descent; *Iterated local search*.

<sup>1</sup> *Contribuição técnica ao 64º Congresso Anual da ABM, 13 a 17 de julho de 2009, Belo Horizonte, MG, Brasil.*

<sup>2</sup> *Membro da ABM. Mestre em Engenharia Mineral. Doutorando pela Redemat - UFOP*

<sup>3</sup> *Membro da ABM. Doutor em Metalurgia. Prof. Titular Escola de Minas e Prof. da Redemat - UFOP*

<sup>4</sup> *Membro da ABM. Doutor em Ciência da Computação. Prof. Adjunto do DECOM e Prof. do PPGEM - UFOP*

## 1 INTRODUÇÃO

O material proveniente das frentes de lavra de uma mina a céu aberto é denominado minério ou estéril. Ao primeiro está associado o elemento útil economicamente, tendo como destino a Usina de Beneficiamento. O segundo não possui valor econômico, sendo enviado a uma das Pilhas de Estéril. O minério enviado para a Usina passará por processos de enriquecimento que visam elevar o teor do elemento útil e que dependem das características químicas (p. ex. teores) e físicas (p. ex. granulometria) do minério recebido. Tais características podem, eventualmente, aumentar os custos ou até mesmo inviabilizar tais processos.

No entanto, o minério proveniente de uma única frente de lavra pode não possuir as especificações exigidas pela usina, mas, se for misturado ao minério de outras frentes e que possuem características diferentes da sua, os parâmetros exigidos poderão ser atendidos. Conforme descrito por Costa,<sup>(1)</sup> o problema da mistura de minérios consiste na determinação de quanto minério proveniente de um conjunto de frentes ou pilhas deve ser misturado de modo a gerar um produto final em conformidade com as exigências do cliente.

Uma vez determinado o ritmo de lavra, isto é, qual será a contribuição de cada frente de lavra no produto enviado para a usina, será preciso definir uma estratégia para o transporte desse material. Em outras palavras, deve-se minimizar ou evitar o tempo ocioso dos equipamentos de carga e transporte através de uma boa alocação dos mesmos. Assim, além do problema da mistura de minérios, a determinação da frente de lavra que um certo equipamento de carga será alocado e a determinação do número de viagens por frente de lavra de cada equipamento de transporte também fazem parte do Planejamento Operacional de Lavra.<sup>(2)</sup> Os caminhões poderão realizar viagens a diversas frentes (alocação dinâmica) ou sempre retornar ao mesmo ponto de carregamento após realizarem o transporte do material (alocação estática).

Este trabalho apresenta duas abordagens para a resolução do PADiC (Problema da Alocação Dinâmica de Caminhões). Uma delas é a Programação Matemática, a qual é capaz de encontrar a solução ótima, às custas, muitas vezes, de um tempo computacional muito alto. A outra abordagem utiliza algoritmos Metaheurísticos que sacrificam a garantia da solução ótima para buscar boas soluções em um tempo computacional significativamente reduzido.<sup>(3)</sup> Em seguida, é feita uma comparação dos resultados obtidos com as duas abordagens. O PAEC (Problema da Alocação Estática de Caminhões) é resolvido somente com a abordagem metaheurística.

## 2 MINA VIRTUAL

Como instância teste para o PADiC/PAEC, foi criada uma Mina Virtual à qual foram atribuídas situações que imitam um contexto real.

No estágio atual, há 17 frentes de lavra, sendo 12 de minério e 5 de estéril. A mina conta, também, com uma frota de 24 caminhões, sendo 12 com capacidade de 50 t e outros 12 de 80 t. O conjunto dos equipamentos de carga é formado por 2 carregadeiras com capacidade de 600 t/h e 5 escavadeiras, sendo 3 com produção máxima de 900 t/h e 2 capazes de lavar até 1.100 t/h. A compatibilidade entre os equipamentos de carga e os caminhões pode ser vista na Tabela 1. Há 6 teores cujas especificações devem ser atendidas e 1 faixa granulométrica, num total de 7



A janela Parâmetros da Otimização traz as principais restrições utilizadas no modelo metaheurístico e os fatores que devem ser considerados pela função de avaliação, conforme mostra a Figura 1. Apresenta-se, a seguir, o significado das abreviações utilizadas nesta figura.

Fa	:	fatores considerados no cálculo da função de avaliação
PRODUÇÃO Min	:	produção de minério (mínima, recomendada e máxima)
TX UTILIZ. Cmh	:	taxa de utilização dos caminhões
PRODUÇÃO Crg	:	ritmo de lavra dos equipamentos de carga em função da produção máxima (em %)
REM	:	relação estéril/minério
ProdEst	:	produção de estéril
Ptotal	:	produção total (minério + estéril)
Máximo	:	produção máxima permitida
Tx Rec.	:	ritmo de lavra recomendado (valor sugerido em %)

PRODUÇÃO Min	TX UTILIZ. Cmh	PRODUÇÃO Crg	REM
PMín. 3650 t/h	Tx Mín. 81 %	Tx Mín. 81 %	rem Mín. 0.385
PRec. 3700 t/h	Tx Rec. 83 %	Tx Rec. 85 %	rem Rec. 0.40
PMáx. 3750 t/h	Tx Máx. 86 %	Tx Máx. 89 %	rem Máx. 0.415

ProdEst 1480 t/h

Figura 1. Parâmetros da Otimização.

### 3 METODOLOGIA

Para a resolução do PADiC associado à mina virtual caracterizada anteriormente, serão utilizadas duas metodologias: uma através de um modelo de Programação Matemática e a outra por meio de um algoritmo heurístico híbrido, combinando as Metaheurísticas *Iterated Local Search (ILS)* e *Variable Neighborhood Descent (VND)*. Para o PAEC são utilizadas somente as técnicas metaheurísticas.

#### 3.1 Programação Matemática

O modelo de programação Matemática será o proposto por Costa<sup>(1)</sup> e visa minimizar os desvios relativos à produção e aos teores dos parâmetros de controle, conforme pode ser visto na relação 3.1. Neste modelo, foram considerados os seguintes dados de entrada:

M / E	:	M para conjunto das frentes de minério e E para as de estéril
F	:	conjunto das frentes formado por $M \cup E$
S	:	conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério
C / V	:	C para conjunto dos equipamentos de carga e V para os de transporte
Pr	:	ritmo de lavra recomendado (t/h)
PI / Pu	:	PI para ritmo de lavra mínimo e Pu para ritmo de lavra máximo (t/h)
$t_{ij}$	:	teor do parâmetro $j$ na frente $i$ (%)
$tr_j$	:	teor recomendado do parâmetro $j$ na mistura (%)
$tl_j$	:	teor mínimo do parâmetro $j$ na mistura (%)
$tu_j$	:	teor máximo do parâmetro $j$ na mistura (%)
$Cl_k$	:	produção mínima do equipamento de carga $k$ (t/h)

- $Cu_k$  : produção máxima do equipamento de carga  $k$  (t/h)  
 $Ql_i$  : ritmo de lavra mínimo para a frente  $i$  (t/h)  
 $Qu_i$  : ritmo de lavra máximo para a frente  $i$  (t/h)  
 $REM$  : relação estéril/minério requerida  
 $cap_l$  : capacidade do caminhão  $l$  (t)  
 $Tciclo_{il}$  : tempo total de ciclo do caminhão  $l$  na frente  $i$  (min)  
 $g_{lk}$  :  $\begin{cases} 1 \text{ se o caminhão } l \text{ é compatível com o equipamento de carga } k; \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$   
 $\alpha^-$  : penalidade por desvio negativo para o parâmetro  $j$  na mistura  
 $\alpha^+$  : penalidade por desvio positivo para o parâmetro  $j$  na mistura  
 $\beta^-$  : penalidade por desvio negativo da produção (abaixo da recomendada)  
 $\beta^+$  : penalidade por desvio positivo da produção (acima da recomendada)

Variáveis de decisão:

- $x_i$  : ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h)  
 $y_{ik}$  :  $\begin{cases} 1 \text{ se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$   
 $n_{il}$  : número de viagens que um caminhão  $l$  realiza à frente  $i$   
 $P^-$  : desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h)  
 $P^+$  : desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h)  
 $d_j^-$  : desvio negativo do parâmetro  $j$  na mistura (%)  
 $d_j^+$  : desvio positivo do parâmetro  $j$  na mistura (%)

Forma literal do modelo de programação matemática para o PADiC:

$$\min \sum_{j \in S} \alpha^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (3.7)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.8)$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.9)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.10)$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.11)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \quad (3.13)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (3.14)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (3.15)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (3.16)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} C u_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.17)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} C l_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.18)$$

$$n_{il} T_{il} - 60 \sum_{k \in C, g_{ik} \neq 0} y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.19)$$

$$\sum_{i \in F} n_{il} T_{il} - 60 \leq 0 \quad \forall l \in V \quad (3.20)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} n_{il} \text{cap}_l = 0 \quad \forall i \in F \quad (3.21)$$

$$n_{il} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.22)$$

A função objetivo está representada pela relação (3.1), indicando que se pretende minimizar a soma dos desvios relativos à qualidade com os desvios relacionados à produção. As restrições (3.2) e (3.3) limitam os teores dos parâmetros de controle na mistura ao intervalo definido pelos valores máximo e mínimo atribuídos a cada parâmetro. De forma análoga, as restrições (3.5) e (3.6) limitam a produção ao intervalo definido pelos valores Pu e Pl. As equações (3.4) e (3.7) apresentam as variáveis de desvio, que visam ampliar o espaço das soluções viáveis. As restrições (3.8) e (3.9) limitam a produção em cada frente de lavra. A relação estéril/minério é considerada na restrição (3.13). Neste problema, é preciso estabelecer que cada frente de lavra possua no máximo um equipamento de carga alocado, e que cada equipamento não poderá estar em operação em mais de uma frente. Estas restrições foram consideradas nas relações (3.14) e (3.15). Já as restrições (3.17) e (3.18) estabelecem, respectivamente, os limites máximo e mínimo atribuídos aos ritmos de lavra em cada frente. O conjunto de restrições (3.19) assegura que cada caminhão só pode ser alocado a uma frente de lavra que possua um equipamento de carga compatível. Já a relação (3.20) estabelece que cada caminhão deve operar no máximo 60 minutos, enquanto que a restrição (3.21) está relacionada ao fato de que o ritmo de lavra em cada frente deve ser igual à produção dos caminhões nela alocados. As restrições (3.16) e (3.22) se referem ao domínio e as relações (3.10), (3.11) e (3.12) consideram a não-negatividade das variáveis de decisão.

### 3.2 Modelos Metaheurísticos

Neste tipo de abordagem primeiramente deve-se escolher as técnicas que serão utilizadas para resolução do problema. A etapa seguinte consiste em modelar o problema com a técnica escolhida, definir a forma como uma solução do problema será representada, mostrar como gerar uma solução inicial, caracterizar as estruturas de vizinhança bem como os tipos de movimentos e estabelecer os critérios de parada e os fatores utilizados para avaliar uma solução gerada.

### 3.2.1 Metaheurísticas ILS e VND

O Método *Iterated Local Search* (ILS) é baseado na idéia de que um procedimento de busca local pode ser melhorado gerando-se novas soluções de partida, as quais podem ser obtidas por meio de perturbação na solução ótima local.<sup>(4)</sup>

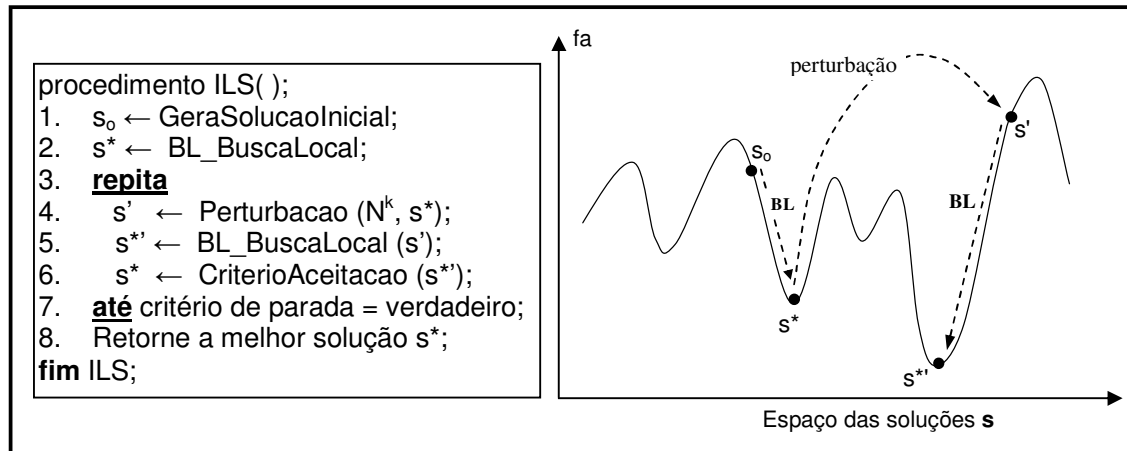


Figura 2. Pseudocódigo para o procedimento ILS e sua representação gráfica.<sup>(3)</sup>

A Figura 2 mostra o comportamento da metaheurística ILS para um problema de minimização. Admitindo-se uma solução inicial  $s_0$ , obtém-se um primeiro mínimo local  $s^*$  através de um procedimento de busca local. A partir de então, inicia-se o processo iterativo que caracteriza o ILS. Uma nova solução  $s'$  é obtida através de uma modificação ou perturbação na solução ótima local corrente  $s^*$ , utilizando-se uma estrutura de vizinhança  $k$ . Com o procedimento de busca local, encontra-se um novo mínimo local  $s^{*'}$ , que passará a ser a solução ótima local corrente se o critério de aceitação for verdadeiro, neste caso, se  $fa(s^{*'}) < fa(s^*)$ ; caso contrário, retorna-se à  $s^*$ . O processo é repetido até que uma condição de parada seja satisfeita.

O Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent* - VND) é um método de busca local que consiste em explorar o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança, aceitando somente soluções de melhora da solução corrente e retornando à primeira estrutura quando uma solução melhor é encontrada.<sup>(5)</sup>

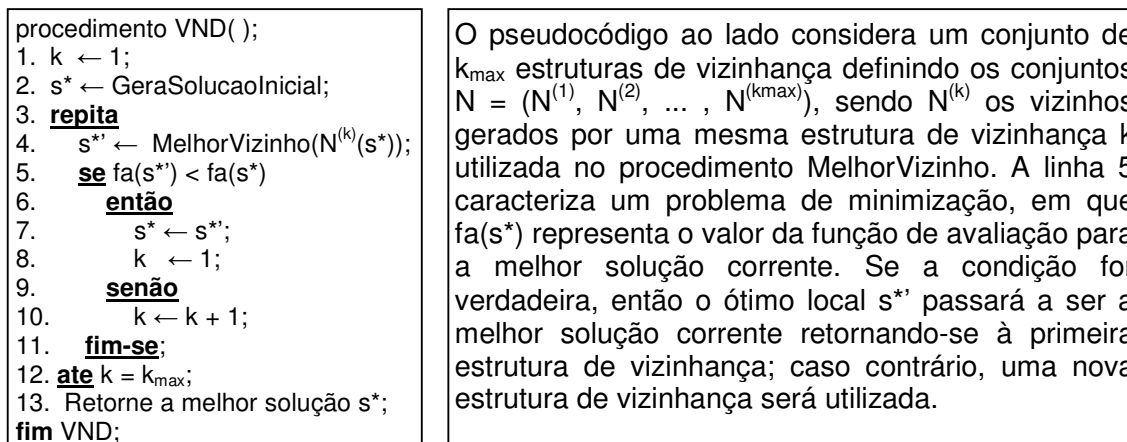


Figura 3. Pseudocódigo do procedimento VND.<sup>(5)</sup>

### 3.2.2 Representação de uma solução

Uma solução, tanto para o PADiC quanto para o PAEC, é representada tal como em Costa,<sup>(1)</sup> isto é, por uma matriz  $Q_{|F| \times (|V|+1)}$  de valores inteiros, sendo  $F$  o conjunto das frentes de lavra e  $V$  o conjunto de caminhões. Esta matriz é decomposta em duas submatrizes  $A$  e  $B$ , com  $Q = [A \mid B]$ , sendo  $A = (a_{ij})_{|F| \times 1}$  e  $B = (n_{ij})_{|F| \times |V|}$ . A submatriz  $A_{|F| \times 1}$  está associada à alocação dos equipamentos de carga ao conjunto  $F$  das frentes de lavra e  $B_{|F| \times |V|}$  representa o número de viagens realizadas pelos caminhões às frentes. A Figura 4 mostra um exemplo desta forma de representação. Neste exemplo, o caminhão 2 deve realizar 4 viagens ao equipamento de carga 5 que se encontra na frente 3.

A  $\longrightarrow$  B

	Carga	cam <sub>1</sub>	cam <sub>2</sub>	...	cam <sub>v</sub>
F <sub>1</sub>	3	2		...	
F <sub>2</sub>				...	
F <sub>3</sub>	5		4	...	
...	...	...	...	...	...
F <sub>F</sub>	6			...	1

Figura 4. Representação de uma solução.<sup>(1)</sup>

### 3.2.3 Solução Inicial

A solução inicial é gerada de forma aleatória, primeiramente com a alocação dos equipamentos de carga que são numerados e distribuídos na submatriz  $A$ , recebendo cada célula  $a_{ij}$ , no máximo, um único valor. Em seguida, cada caminhão da frota é alocado a uma única frente de lavra, atribuindo-se a cada célula  $n_{ij}$  da submatriz  $B$  um valor entre 1 e um número máximo de viagens previamente definido. O caminhão somente é alocado se o equipamento de carga for compatível.

### 3.2.4 Estruturas de Vizinhaça para o PADiC

São definidas pelos tipos de movimentos ou estratégias,  $k$ , que permitem transformar uma solução em outra. Cada conjunto de soluções  $\mathbf{s}'$  pertencentes a uma mesma vizinhaça de  $\mathbf{s}$  é representado por  $N^k(\mathbf{s})$ .

**Movimento Número de Viagens –  $N^{NV}(\mathbf{s})$ :** Neste movimento o número de viagens de um caminhão alocado a uma determinada frente é aumentado ou diminuído de uma unidade.

**Movimento Realocar Viagem de um Caminhão –  $N^{RV1}(\mathbf{s})$ :** Selecionam-se duas células  $n_{ij}$  e  $n_{kl}$  da submatriz  $B$ . A primeira célula tem seu valor diminuído de uma unidade, a qual é repassada para a outra célula. Isto significa que o caminhão  $l$  deixará de fazer uma viagem à frente  $i$  para fazê-la na frente  $k$ .

**Movimento Realocar Viagem entre Caminhões –  $N^{RV2}(\mathbf{s})$ :** Novamente duas células  $n_{ij}$  e  $n_{kj}$  são selecionadas da submatriz  $B$ . Este movimento consiste, então, em realocar uma viagem de  $n_{ij}$  para  $n_{kj}$ , ou seja, um caminhão  $l$  deixará de realizar uma viagem a uma frente  $i$  para que outro caminhão  $j$  realize uma viagem a mais na frente  $k$  (ou até na mesma frente  $i$ ).

**Movimento Trocar Viagens entre Caminhões –  $N^{TV}(\mathbf{s})$ :** Este movimento consiste, novamente, em selecionar duas células de  $B$ ,  $n_{ij}$  e  $n_{kj}$ . Ao se realizar a troca, um caminhão  $l$  deixará de realizar uma viagem à frente  $i$  para realizá-la em outra frente  $k$ , ao passo que um caminhão  $j$  deixará de fazer uma viagem à frente  $k$  para fazê-la na frente  $i$ .



**Movimento Realocar Equipamento de Carga –  $N^{RE}(s)$ :** Uma célula é selecionada, agora, da submatriz A. O equipamento de carga  $a_i$  que estiver alocado nesta frente é transferido para outra frente  $j$  disponível.

**Movimento Trocar Equipamento de Carga Min/Est –  $N^{TE}(s)$ :** Duas células da submatriz A são selecionadas, sendo uma no minério ( $a_m$ ) e outra no estéril ( $a_e$ ). O equipamento de carga que estiver alocado à frente  $m$  é transferido para a frente  $e$ ; já o equipamento  $a_e$  será realocado para a frente  $m$ .

Estes movimentos são utilizados pelo VND na ordem em que foram apresentados.

### 3.2.5 Estruturas de Vizinhança para o PAEC

As estruturas  $N^{NV}(s)$ ,  $N^{RV2}(s)$ ,  $N^{RE}(s)$ ,  $N^{TE}(s)$  são as mesmas utilizadas para o PADiC. As outras estruturas são:

**Movimento Realocar Caminhão –  $N^{RC}(s)$ :** Duas células  $n_{il}$  e  $n_{kl}$  são selecionadas de B. Neste movimento, o caminhão  $l$  deixará de realizar suas viagens à frente  $i$  para realizá-las em uma outra frente  $k$ .

**Movimento Trocar Caminhões –  $N^{TC}(s)$ :** Selecionam-se, de B, duas células  $n_{il}$  e  $n_{kj}$ . O caminhão  $l$ , então, deixará de realizar suas viagens a uma frente  $i$  para realizá-las em uma outra frente  $k$ , ao passo que o caminhão  $j$  realizará suas viagens na frente  $i$  deixando de realizá-las à frente  $k$ .

Estes movimentos são utilizados na seguinte ordem no método VND:  $N^{NV}(s)$ ,  $N^{RV2}(s)$ ,  $N^{RC}(s)$ ,  $N^{TC}(s)$ ,  $N^{RE}(s)$  e  $N^{TE}(s)$ .

### 3.2.6 Função de Avaliação (fa)

Com a finalidade de estabelecer um parâmetro de comparação, uma  $fa$  associará as soluções a um valor numérico, permitindo, assim, verificar qual é a melhor. As soluções encontradas com a aplicação dos procedimentos metaheurísticos serão avaliadas pela equação (3.23). Observa-se nesta equação que, exceto a última componente, todas as outras avaliarão uma determinada solução  $s$  com base nos desvios relativos aos valores recomendados que serão atribuídos a cada parâmetro.

$$fa(s) = d^p(s) + \sum_{j \in S} d_j^q(s) + \sum_{l \in V} d_l^{tx}(s) + \sum_{k \in C} d_k^{rl}(s) + d^{rem}(s) + f^{nc}(s) \quad \text{Eq. (3.23)}$$

sendo:

- S : conjunto dos parâmetros de controle
- V : conjunto dos equipamentos de transporte
- C : conjunto dos equipamentos de carga
- $d^p(s)$  : desvio associado à produção de minério
- $d_j^q(s)$  : desvio associado à qualidade do  $j$ -ésimo parâmetros de controle
- $d_l^{tx}(s)$  : desvio associado à taxa de utilização do  $l$ -ésimo caminhão
- $d_k^{rl}(s)$  : desvio associado à produção do  $k$ -ésimo equipamento de carga
- $d^{rem}(s)$  : desvio associado à relação estéril/minério
- $f^{nc}(s)$  : componente que avalia a solução quanto ao número de caminhões

As relações que avaliam os desvios associados a cada parâmetro da otimização possuem aspectos semelhantes e são apresentadas de maneira geral. A equação (3.24) calcula o desvio em relação aos valores recomendados da produção de minério, da taxa de utilização dos caminhões, da produção dos equipamentos de carga e da relação estéril/minério para uma determinada solução  $s$ .

$$d(s) = \text{peso} \cdot |Vr - V| \quad \text{Eq. (3.24)}$$

sendo: **Vr** o valor recomendado, **V** o valor do parâmetro da otimização na solução *s* e **peso** um fator que visa penalizar a solução pelo fato dos valores não atingirem a meta estabelecida. Assim, se *V* for maior que o limite máximo ou menor que o limite mínimo, o fator peso assumirá valores  $\text{lim}^+$  e  $\text{lim}^-$ , respectivamente. Caso contrário, assumirá valores  $\text{rec}^+$  ou  $\text{rec}^-$  conforme *V* estiver acima ou abaixo do valor recomendado.

Com relação à qualidade dos parâmetros de controle, a expressão que calcula o desvio terá um fator  $\delta_j$  a mais, que terá a finalidade de equiparar os valores percentuais dos parâmetros de controle numa mesma ordem de grandeza. Assim,

$$d_j^q(s) = \delta_j \cdot \text{peso} \cdot |Qr_j - Q_j| \quad \text{Eq. (3.25)}$$

sendo:  $Qr_j$  a porcentagem recomendada do *j*-ésimo parâmetro de controle e  $Q_j$  sua porcentagem na solução *s*. A observação feita anteriormente para o peso também se aplica neste caso, ou seja, este fator visa penalizar a solução caso os valores dos parâmetros de controle sejam diferentes do recomendado.

A componente de *fa* que avalia *s* quanto ao número de caminhões em operação é mostrada na equação (3.26).

$$f^{nc}(s) = \text{peso} \cdot \sum_{l \in V} cmh_l \quad \text{Eq. (3.26)}$$

$$\text{sendo: } cmh_l(s) = \begin{cases} 0 & \text{se } tx_{\min} \leq tx_l \leq tx_{\max} \text{ ou } tx_l = 0 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases},$$

$tx_{\min}$  e  $tx_{\max}$  os limites mínimo e máximo para a taxa de utilização do caminhão e  $tx_l$  a taxa de utilização do caminhão *l* na solução *s*. As observações feitas anteriormente para o fator peso não se aplicam para esta função.

### 3.2.7 Implementação das Metaheurísticas para o PADiC e PAEC

Para resolver estes dois problemas, o método VND foi implementado como busca local para a metaheurística ILS (linhas 2 e 5 da Figura 2) utilizando-se os seis movimentos descritos anteriormente ( $k_{\max} = 6$ ) na ordem mencionada na subseções 3.2.4 e 3.2.5. Como estes problemas são de minimização, uma solução  $s^*$ , gerada pelo VND, é aceita como melhor solução se a condição  $fa(s^*) < fa(s^*)$  for satisfeita. Caso isto não ocorra, retorna-se à solução  $s^*$  e um novo vizinho  $s' \in N^{(k)}(s^*)$  é escolhido aleatoriamente, até um máximo de 10, quando a estrutura de vizinhança *k* que define as perturbações, é mudada. As estruturas de vizinhança e ordem de aplicação são as mesmas utilizadas no método VND, com a intenção de focalizar o espaço de busca em regiões cada vez mais distantes da solução ótima local  $s^*$  e, também, para explorar duas características importantes deste método: a intensificação e a diversificação. Caso seja encontrada uma situação de melhora com o critério de aceitação, retorna-se à primeira estrutura de vizinhança tanto no VND, quanto no ILS. Como critério de parada estabeleceu-se a utilização de 10 movimentos aleatórios em cada estrutura de vizinhança no método ILS, cada um destes movimentos definindo uma nova perturbação.

## 4 RESULTADOS E ANÁLISES

O algoritmo para resolução do PADiC/PAEC foi implementado na linguagem Delphi v. 3 em um microcomputador com processador Pentium IV, 1,80 GHz, 128 MB de RAM e sistema operacional Windows 98.

São os seguintes os significados das abreviações utilizadas nas tabelas 4 a 6:

- M / E : frentes de minério ou estéril
- CAR : número do equipamento de carga alocado à frente de lavra
- DF : disponibilidade das frentes de lavra (\*\*\*: frente não disponível)
- Prod % : ritmo de lavra do equipamento de carga e % em relação a sua produção máxima
- TxUt : taxa de utilização dos caminhões em %
- Rec : ritmo de lavra e taxa de utilização recomendados (%)

**Tabela 4.** Resultados da otimização para o PADiC obtidos com os métodos metaheurísticos

	CAR	DF	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Prod (%)	
M1	2		2		6	2																					500 (83%)	
M2	6														2	3	3					2	1			1	960 (87%)	
M3	1							3		2	1	2		2													500 (83%)	
M4																												
M5																												
M6																												
M7																												
M8																												
M9	4									1	1			1		1	1	2			1	1	1			1	790 (88%)	
M10																												
M11	7		2			2		1		1	1	1		1	1							1	2			2	930 (85%)	
M12																												
E1																												
E2	5		1			1												3			3					2	740 (82%)	
E3																												
E4																												
E5	3							1		1	2	2		1	1						1					3	750 (83%)	
		TxUt	83		84	83		82		82	83	83		82	82	81	81	83			83	82	82		85	82		Rec. 85% Rec. 83%

17 caminhões Minério = 3680 t/h Estéril = 1490 t/h rem = 0,40 tempo = 10 min

Fonte: aplicativo desenvolvido pelos autores.

**Tabela 5.** Resultados da otimização para o PADiC obtidos com o modelo de programação matemática (solução viável para este modelo)

	CAR	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Prod %	
M1	6				2									1					1		1				5	740 (67)	
M2																											
M3																											
M4																											
M5																											
M6																											
M7	5		1	1		1			1				5												4	770 (86)	
M8	1	2	3					4	2	1																600 (100)	
M9	4													2	1	4	1									640 (71)	
M10																											
M11	3			1								1					1		2		2	2	3			900 (100)	
M12																											
E1	7	2			1		4				2			1	3		2				1	1				1090 (99)	
E2																											
E3	2			2					1	1	2	2														400 (67)	
E4																											
E5																											
		TxUt %	75	70	75	47	15	77	73	72	38	79	60	76	72	81	70	81		59		64	80	65	69	80	

22 caminhões Minério = 3650 t/h Estéril = 1490 t/h rem = 0,41 tempo = 15 min

Fonte: autores.

As Tabelas 4 e 5 mostram soluções para o PADiC, utilizando-se os dados da mina virtual. Comparando-as, nota-se que os resultados obtidos com o modelo metaheurístico são melhores que aqueles obtidos com a programação matemática, principalmente nos valores referentes à taxa de utilização dos caminhões, número de caminhões e produção dos equipamentos de carga. Com relação às porcentagens dos parâmetros de controle, os limites inferior e superior foram

respeitados nas soluções encontradas pelos dois modelos e, portanto, apresentam valores que satisfazem as especificações impostas pela Usina de Beneficiamento.

Para a alocação estática de caminhões, a solução encontrada com o modelo metaheurístico (Tabela 6) apresenta valores que justificariam uma simulação para verificar a possibilidade de se obter este resultado num contexto real. Embora não apresentadas, as porcentagens associadas aos parâmetros de controle também se encontram dentro dos limites especificados. Não serão apresentados os resultados obtidos com o modelo de programação matemática, mas pode-se dizer que uma comparação entre os dois modelos refletiria a análise realizada para o PADiC.

**Tabela 6.** Resultados da otimização para o PAEC obtidos com os métodos metaheurísticos.

	CAR	DF	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Prod. (%)
M1	6						6			6												5					1000 (91%)
M2																											
M3																											
M4																											
M5																											
M6	3					5							5	5													750 (83%)
M7																											
M8																											
M9																											
M10	4																5					5					800 (89%)
M11	5																			4				4			640 (71%)
M12	2			5							5																500 (83%)
E1	7														4						4				4		960 (87%)
E2																											
E3																											
E4	1		5							5																	500 (83%)
E5																											
		%	Tr	U	82	81		87	84		82	84		81	87	87	84		83		87	84	80	83	87	84	Rec. 85% Rec. 83%

17 caminhões      Minério = 3690 t/h      Estéril = 1460 t/h      rem = 0,40      tempo = 5 min

Fonte: aplicativo desenvolvido pelos autores.

## 5 CONCLUSÕES

Com relação à qualidade, pode-se concluir que as soluções encontradas com o modelo metaheurístico são melhores que as obtidas com o modelo de programação matemática. Esta qualidade das soluções do primeiro modelo justifica sua utilização na fase de simulação, para verificar a possibilidade de sua implementação num contexto real. Para as soluções do modelo de programação matemática, isto só seria justificável pela ausência de qualquer outra solução. Notou-se, também, que à medida que o número de restrições do modelo de programação matemática aumentava com a intenção de se melhorar a qualidade da solução, o tempo para se encontrar uma única solução viável variava a ponto de se tornar proibitivo. Outro fator que deve ser mencionado, é que a inclusão de uma nova restrição no modelo metaheurístico é mais simples de ser implementada quando comparada com a inclusão da mesma restrição no modelo de programação matemática.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, à FAPEMIG e à Universidade Federal de Ouro Preto pelo apoio recebido.

## REFERÊNCIAS

- 1 COSTA, F.P. Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, UFOP, Ouro Preto, 2005.

- 2 GUIMARÃES, I.F.G.; SOUZA, M.J.F.; PANTUZA JÚNIOR, G. Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. XIV Simpósio de Engenharia de Produção, Bauru, 11 p., 2007.
- 3 TEMPONI, E.C.C. Uma proposta de resolução do problema de corte bidimensional via abordagem metaheurística. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG, Belo Horizonte, 2007.
- 4 Glover, F.; Kochenberger, G. Handbook of Metaheuristics. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.
- 5 MLADENOVIĆ, N.; HANSEN, P. Variable Neighborhood Search. *Computers and Operations Research*, v.24, p.1097-1100, 1997.