

MODELAGEM BIPARAMÉTRICA DA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS DE FADIGA SOB CARREGAMENTOS ESTACIONÁRIOS⁽¹⁾

Carlos A.R.P. Baptista⁽²⁾

Marcelo A.S. Torres⁽³⁾

Viktor A. Pastoukhov⁽⁴⁾

Resumo

Em face das recorrentes dificuldades conceituais e experimentais existentes na avaliação do fechamento da trinca e de ΔK_{ef} , vem ganhando peso a idéia de que a propagação de trincas por fadiga é controlada por duas forças motrizes e, portanto, deve ser modelada em termos de dois parâmetros de carregamento distintos. No presente trabalho é proposto o modelo representado pela equação cinética potencial bi-paramétrica, em que a taxa da trinca é dada em termos de ΔK e K_{max} e se considera a variação independente dos índices desses parâmetros. O objetivo é realizar uma avaliação preliminar da eficiência do modelo, verificando sua capacidade de prever as taxas de trincas sob carregamentos estacionários em condições que não tenham sido empregadas na determinação das constantes do material. Os dados de propagação da trinca empregados nos cálculos são simulações computacionais referentes ao titânio puro, geradas por um método preditivo baseado no dano acumulado à frente da trinca, além da utilização de algum suporte experimental obtido a partir de trabalho anterior. Os bons resultados encontrados encorajam a continuidade da pesquisa.

Palavras-chave: Fadiga; Propagação de trincas; Modelagem.

¹ 60º Congresso Anual da ABM, 25-28 de julho de 2005, Belo Horizonte/MG

² Doutor em Engenharia de Materiais, DEMAR/FAENQUIL, Lorena/SP

³ Doutor em Engenharia Mecânica, DME/FEG/UNESP, Guaratinguetá/SP

⁴ Ph.D. em Mecânica dos Sólidos, UNITAU, Taubaté/SP e EMBRAER, São José dos Campos/SP

1 INTRODUÇÃO

O estudo da propagação de trincas por fadiga visa a determinação da vida residual de componentes mecânicos e a aplicação do conceito de falha segura em projetos estruturais. A abordagem convencional deste problema emprega equações semi-empíricas inspiradas no clássico modelo de Paris e Erdogan [1], que relaciona a taxa de crescimento da trinca, da/dN , com a variação do Fator Intensidade de Tensão da mecânica da fratura, ΔK , conforme a equação (1).

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (1)$$

As aplicações práticas requerem o conhecimento das propriedades de resistência à propagação da trinca dos materiais, que são determinadas ao se ajustar os dados obtidos em ensaios de laboratório ao modelo matemático empregado para sua descrição e, no caso da equação (1), são representadas pelos valores de C e n . Uma das técnicas experimentais usuais consiste em impor carregamentos cíclicos estacionários à amostra trincada, nos quais os valores máximo e mínimo da força aplicada são mantidos constantes, o que significa que o valor de ΔK aumenta à medida que a trinca cresce [2]. Sabe-se, porém, que é possível estabelecer inúmeras funções “carga versus tempo” que, embora produzam um mesmo valor nominal de ΔK na peça com trinca, resultam em diferentes valores de da/dN . Sabe-se também que a definição inequívoca de um carregamento cíclico requer dois parâmetros de carga independentes. Assim, os efeitos da assimetria do carregamento cíclico têm sido convencionalmente considerados em termos da razão de carga R (igual à carga mínima dividida pela máxima do ciclo), embora ΔK permaneça como única força motriz para o crescimento da trinca. Desta forma, observa-se que quanto maior o valor de R , maior o da/dN para um mesmo ΔK [3,4].

Para explicar os efeitos de R , Elber [5], partindo da observação de que as faces da trinca permanecem em contato durante parte do ciclo de carregamento, definiu os conceitos de fechamento da trinca e variação efetiva do Fator Intensidade de Tensão, ΔK_{ef} . Embora o fechamento da trinca fosse inicialmente associado a tensões residuais devidas à deformação plástica à frente da trinca, os inúmeros estudos feitos desde então identificaram vários fatores que podem contribuir para este fenômeno, incluindo efeitos de rugosidade, detritos, desajuste e oxidação das superfícies de fratura [6]. O valor de ΔK_{ef} é dado pela equação (2), onde K_{max} é o Fator Intensidade de Tensão correspondente à carga máxima no ciclo de carregamento e K_{op} está relacionado à carga na qual a trinca começa a abrir. Considerou-se então que a descrição da taxa de propagação da trinca em termos de ΔK_{ef} (em lugar do valor nominal ΔK) representaria um comportamento intrínseco do material, o que conduziria a valores fixos para os parâmetros de ajuste C e n .

$$\Delta K_{ef} = K_{max} - K_{op} \quad (2)$$

Ainda que tenha se tornado a abordagem predominante dos problemas envolvendo trincas de fadiga (inclusive sob carregamentos de amplitude variável), persistem as discussões e debates acerca da eficácia do conceito de ΔK_{ef} . Louat e colaboradores [7] apresentaram as dificuldades conceituais e experimentais existentes na avaliação do fechamento da trinca. Análises comparativas indicaram que o valor da carga de abertura (necessário para se calcular K_{op}) depende da

posição e da técnica empregada nas medições. À parte esses problemas, inconsistências também têm sido apontadas na avaliação da taxa de propagação de trincas em termos de ΔK_{ef} . O fechamento da trinca induzido pela plasticidade, considerado por Elber para condições de tensão plana, foi usado indiscriminadamente para explicar os efeitos de R em geometrias e taxas de trinca nas quais prevalecem as condições de deformação plana. Kujawski [4] aponta uma contradição no fato de o valor de ΔK_{ef} calculado em baixas razões de carga (por exemplo, $R = 0,1$) para taxas de propagação da trinca próximas ao limiar ou *threshold* ser inferior ao ΔK aplicado com uma razão de carga alta ($R = 0,8$ ou maior), na qual o fechamento da trinca usualmente não ocorre. Meggiolaro e Castro [8] mostraram que a consideração de que ΔK_{ef} controla todos os problemas de propagação de trincas também implica em efeitos contraditórios devidos à espessura das amostras, mesmo em carregamentos de amplitude constante. Sadananda [9] argumentou que a zona plástica monotônica predomina sobre a zona plástica cíclica e que, portanto, o efeito da plasticidade na taxa das trincas está muito mais vinculado a K_{max} do que a ΔK .

Estas dificuldades podem ser contornadas simplesmente ignorando-se os discutíveis dados do fechamento e tratando a propagação da trinca como uma função de dois parâmetros de carregamento independentes. Nesta linha, Sadananda e Vasudevan [10] postulam em sua “Abordagem Unificada” que ΔK e K_{max} são as duas forças motrizes que controlam o crescimento da trinca por fadiga. Kujawski [4] apresenta uma abordagem da correlação dos efeitos de R baseada em uma força motriz que também leva em conta o valor de K_{max} . O bem conhecido modelo de Walker [11] foi um dos primeiros a empregar dois parâmetros de carregamento. Porém, ele não considera como independentes os efeitos das variáveis do carregamento sobre a taxa de propagação da trinca.

O passo seguinte para a obtenção de um modelo geral é considerar a variação independente dos índices dos parâmetros que caracterizam as forças motrizes da ponta da trinca. O procedimento apresentado num trabalho anterior [12] permite definir uma equação cinética bi-paramétrica de forma potencial, conforme mostrado na equação (3), onde C , α e β devem ser propriedades do material, independentes do carregamento. A determinação dessas constantes é feita minimizando-se o erro logarítmico na previsão da taxa de propagação para todos os pontos experimentais disponíveis de dois ou mais ensaios com regimes diferentes de carregamento.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^\alpha (K_{max})^\beta \quad (3)$$

O presente trabalho tem como objetivo realizar uma avaliação preliminar da eficiência do modelo definido pela equação (3), verificando sua capacidade de prever as taxas de trincas sob carregamentos estacionários em condições que não tenham sido empregadas na determinação das constantes do material. Os dados de propagação da trinca empregados nos cálculos são simulações computacionais referentes ao titânio puro e geradas por um método baseado no dano acumulado à frente da trinca [13], cujo desenvolvimento é resumido no item 2.1 deste trabalho. Embora descreva razoavelmente o crescimento da trinca para carregamentos com quaisquer valores de R , o método citado encontra-se ainda restrito à geometria da chapa com trinca central por conta da função analítica proposta para a determinação dos campos de tensão e deformação sob carregamento cíclico. Neste caso, a

determinação da taxa de trincas por meio do ajuste dos pontos à equação (3) terá a vantagem de, pelo princípio da similitude, poder estimar o crescimento da trinca em peças com geometrias diversas. Curvas experimentais disponíveis [13] auxiliaram na validação das análises feitas.

2 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

Apresenta-se a seguir, de forma resumida, a fundamentação dos modelos de propagação da trinca por fadiga utilizados no presente trabalho.

2.1 Modelo para Geração de Curvas por Simulações Computacionais (MGC)

O método para geração das curvas *a versus N* com base no dano acumulado baseia-se na análise das tensões e deformações no corpo com trinca, no cálculo da redução de vida em termos do estado de tensão e deformação e num critério para avanço da trinca. Neste trabalho foram utilizadas equações analíticas específicas para amostras com trinca central e desenvolvidas a partir de resultados numéricos obtidos pelo método dos elementos finitos para solicitações cíclicas com diversas razões de carga. A região à frente da trinca é subdividida em elementos de volume, que irão acumular dano até a ruptura, propiciando o avanço da trinca. Na carga máxima do ciclo de carregamento, sendo w a largura da chapa e a o tamanho de trinca, com a tensão efetiva de escoamento σ_l e máxima tensão do ciclo dada por σ_0 , e finalmente sendo a assintótica elástica dada por $\sigma_{as}(r)$ e a zona plástica monotônica r_p , a tensão normal perpendicular ao caminho da trinca a uma distância r de sua ponta é descrita pela equação (4), onde φ é um parâmetro que depende da relação entre o tamanho da zona plástica e a largura da chapa, bem como da relação entre σ_0 e σ_l . O campo de tensões normais é resolvido por método iterativo. Procedimento semelhante é empregado no cálculo do campo de tensões no descarregamento.

$$\sigma(r) = \begin{cases} \sigma_l, & 0 \leq r \leq r_p \\ \sigma_0 + \varphi \sigma_{as}(r) \left[1 - \left(\frac{r}{w-a} \right)^m \right], & r \geq r_p \end{cases} \quad (4)$$

O número de ciclos logarítmico para a fratura do elemento j , dado por Δn_j , leva em conta o dano acumulado neste elemento desde o início da propagação da trinca. Empregando-se a regra linear de Miner, tem-se o valor fornecido pela equação (5), onde $f(\sigma, R)$ é uma função de redução de vida para o material avaliado.

$$\Delta n_j = \left(1 - \sum_{i=1}^{j-1} d_{j,i} \right) 10^{f(\sigma, R)} \quad (5)$$

2.2 Modelo Bi-Paramétrico (MBP)

O procedimento para o cálculo das constantes α , β e C do MBP dado pela equação (3) é descrito a seguir. Considerando-se q curvas de propagação da trinca, o valor do erro logarítmico com relação à taxa da trinca para o ponto i da curva j , que tem um total de $p(j)$ pontos, é calculado segundo a equação (6). O funcional do erro quadrático total é dado pela equação (7).

$$E_{ij} = \log\left(\frac{da}{dN}\right)_{ij} - \log C - \alpha \log(\Delta K)_{ij} - \beta \log(K_{max})_{ij} \quad (6)$$

$$E_o = \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^{p(j)} E_{ij}^2 \quad (7)$$

As condições de erro mínimo são determinadas ao se igualar a zero as derivadas da função do erro quadrático em relação a α , β e γ ($\gamma = \log C$), obtendo-se um sistema de equações lineares cuja resolução leva ao cálculo dos parâmetros procurados.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 1 mostra as curvas experimentais *a versus N* que servirão de parâmetros para discussão inicial dos resultados tanto do programa de simulações (MGC) como para análise do Modelo Bi-Paramétrico (MBP). Os dados experimentais da propagação da trinca por fadiga foram obtidos sob carregamentos de amplitude constante em chapas de titânio de pureza comercial ($\sigma_e=349$ MPa, $\sigma_f=488$ MPa, $E=103$ GPa) com 1,5 mm de espessura, 50 mm de largura e trinca central originando de um entalhe com 12 mm de comprimento. Os carregamentos consistiram de ondas senoidais com frequência 10 Hz, carga máxima 8 kN e razões 0,1, 0,3 e 0,5.

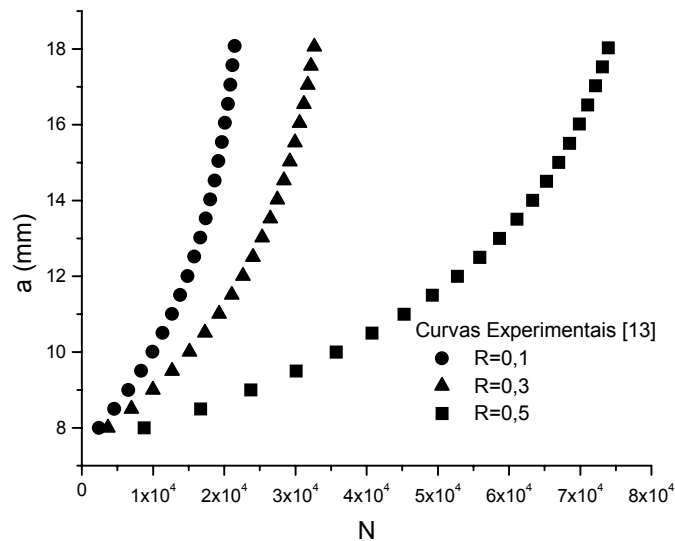


Figura 1. Curvas experimentais *a versus N*.

A Tabela 1 mostra as condições de carregamento adotadas para as simulações feitas pelo método preditivo MGC. Elas foram numeradas de 1 a 9. As 3 primeiras são as mesmas condições em que os resultados experimentais, mostrados na Figura 1, foram obtidos. Nota-se que nas curvas experimentais foi mantida constante a carga máxima (8kN) para as três razões de cargas. No programa teórico de simulação, além das curvas de referência (1-3), mais duas curvas em cada razão de carga são propostas (6 e 8 para 0,1; 4 e 9 para 0,3 e 5 e 7 para 0,5). Além disso, utilizou-se três cargas máximas acima de 8kN (curvas 7, 8 e 9) e três curvas com carga máxima abaixo de 8kN (curvas 4, 5 e 6).

Tabela 1. Condições de carregamento adotadas no trabalho.

Condição	$P_{\text{máx}}$ (kN)	ΔP (kN)	R
1	8,0	7,2	0,1
2	8,0	5,6	0,3
3	8,0	4,0	0,5
4	5,71	4,0	0,3
5	6,0	2,4	0,5
6	6,0	5,4	0,1
7	10,0	5,0	0,5
8	10,0	9,0	0,1
9	12,0	8,4	0,3

A Figura 2 mostra os resultados obtidos pelo MGC para as 9 condições mostradas na Tabela 1. Pode-se observar que este método representa bem o comportamento experimental esperado, ou seja: para cargas máximas de mesmo valor, a propagação é mais rápida para R maior e para o mesmo R a propagação é mais lenta para carga máxima menor.

A Figura 3 mostra a comparação dos dados das curvas experimentais com as curvas 1 a 3 geradas a partir da Tabela 1 pelo MGC. Pode-se constatar que o MGC foi capaz de descrever adequadamente o comportamento experimental, o que nos permite confiança nas demais curvas geradas pelo método proposto.

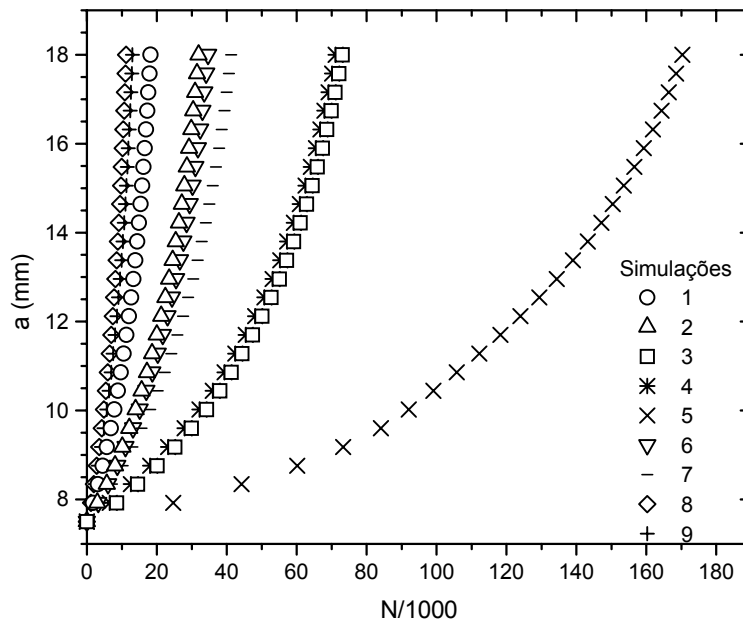


Figura 2. Resultados do MGC a partir dos dados da Tabela 1.

Entretanto, como já foi mencionado, o MGC está restrito à geometria e ao material específicos de sua concepção. Devido a este fato, é proposto neste trabalho o Modelo Bi-Paramétrico (MBP), que possuirá flagrantes vantagens em relação ao MGC e a diversos outros modelos existentes na literatura, quando definitivamente concluído:

- i. Os parâmetros k_{max} e ΔK são facilmente obtidos, ao contrário de um terceiro parâmetro, antes necessário, como, por exemplo, ΔK_{ef} .
- ii. Será aplicado para qualquer geometria e material que se precise analisar.

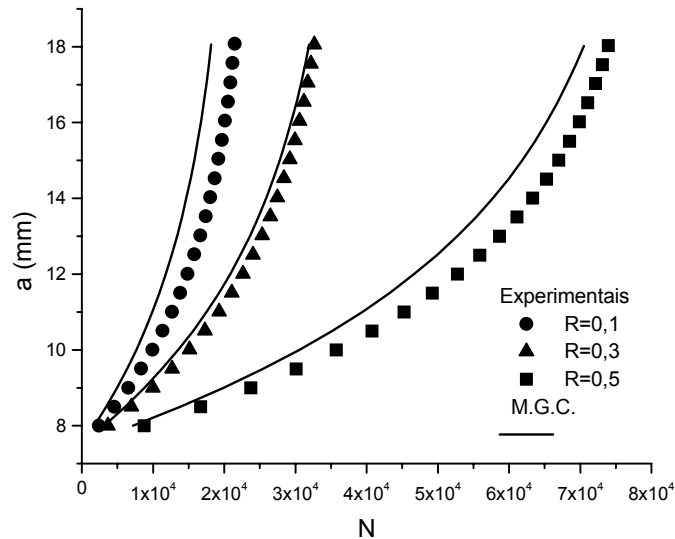


Figura 3. Comparação das curvas experimentais com as geradas (MGC).

Para a utilização do MBP, é necessário encontrar os coeficientes α , β e C , empregando para isso dados pré-existentes. Tomando-se inicialmente as curvas 1, 2 e 3 obtidas pelo MGC, determinam-se os valores dos coeficientes do MBP mostrados na primeira linha da Tabela 2. A Figura 4 mostra as curvas reconstituídas empregando-se o MBP com os dados gerados pelo MGC. Pode-se observar que o resultado foi bastante bom e que os coeficientes α , β e C , quando aplicados na equação (3), conseguem descrever adequadamente as curvas de propagação da trinca, obtidas com diferentes razões de carga.

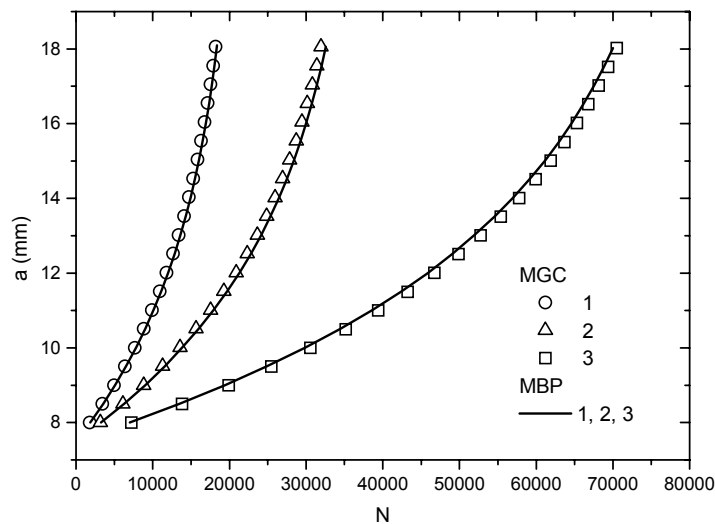


Figura 4. Comparação dos resultados do MGC das curvas 1 a 3 com o MBP.

Tabela 2. Resultados do MBP.

Curvas MGC	α	β	C
1-3	2,28	-1,25	$1,43 \times 10^{-8}$
4-9	2,02	-0,713	$4,57 \times 10^{-9}$

A Figura 5 mostra a construção das curvas de propagação utilizando-se os parâmetros α , β e C obtidos com curvas de 1 a 3 superpostas às curvas de 4 a 9 geradas pelo MGC. Verifica-se que o MBP não consegue modelar com precisão a maioria das curvas geradas a partir do MGC. Pode-se verificar que o conjunto de curvas usadas para a obtenção dos parâmetros α , β e C tinham uma carga máxima de 8kN e que as demais curvas possuíam um K_{max} menor ou maior, ainda que tivessem as mesmas razões de carga (Tabela 1). Portanto, não foi possível uma extrapolação dos bons resultados mostrados na Figura 4. Para analisar-se a situação inversa, alimentamos o MBP com os dados das curvas de 4 a 9 e obtivemos novos valores dos parâmetros α , β e C. Os resultados estão mostrados na segunda linha da Tabela 2. Comparando as duas linhas da tabela pode-se constatar que os parâmetros C, α e β não são constantes, mas dependem do conjunto de dados usados no ajuste numérico. Situação semelhante é constatada quando se obtêm as constantes de diversas equações propostas na literatura, como por exemplo, nas equações de Paris e Elber [1, 5]. A combinação de um conjunto de parâmetros de modelagem – obtido a partir de determinados dados – parece sempre ser o que importa para obtenção das condições adequadas à modelagem.

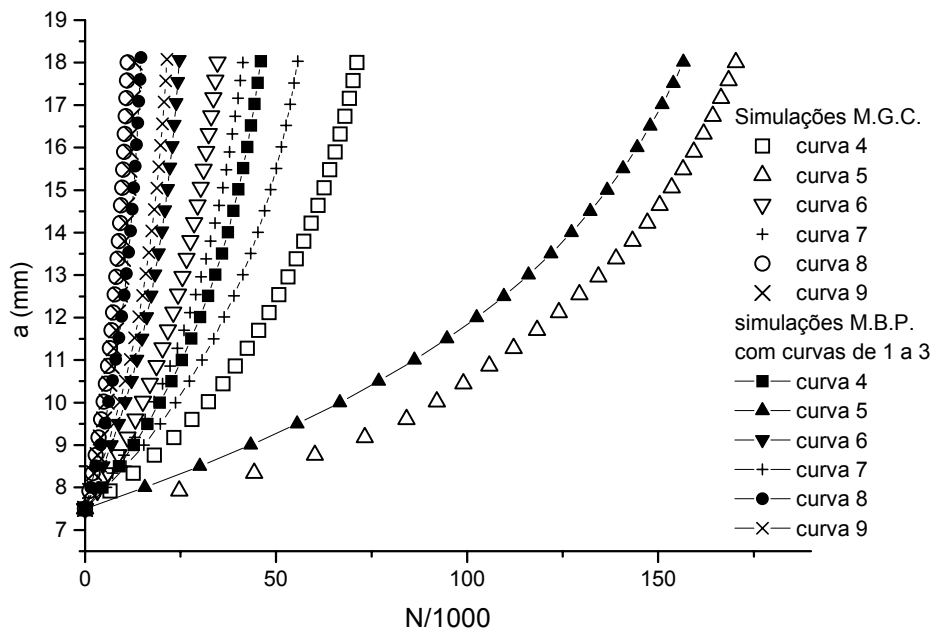


Figura 5. Comparação do MGC das curvas 4-9 com o MBP obtido pelas curvas 1-3.

Aplicaremos, agora, este novo conjunto de parâmetros obtidos pelas curvas 4-9 para as curvas 1 a 3 obtidas pelo MGC. Os resultados são mostrados na Figura 6. Verifica-se que o MBP com parâmetros obtidos pelas curvas 4-9 foi capaz de modelar as curvas 1 a 3. Na Figura 7, esses resultados são comparados aos dados experimentais por meio de curvas da/dN versus ΔK . Verifica-se que ao se utilizar na

obtenção dos parâmetros α , β e C , valores de K_{max} maiores e menores do aquele que se queria analisar, obteve-se um resultado muito bom para todas as condições de R estudadas. É importante observar que a obtenção dos novos parâmetros não envolveu curvas de 1 a 3, demonstrando que o MBP apresentado aqui, ainda que de forma inicial, mostra-se muito promissor. Um programa forte de ensaios experimentais envolvendo diversos materiais está sendo executado para um possível aprimoramento do MBP e avaliação precisa das condições e limitações de seu uso.

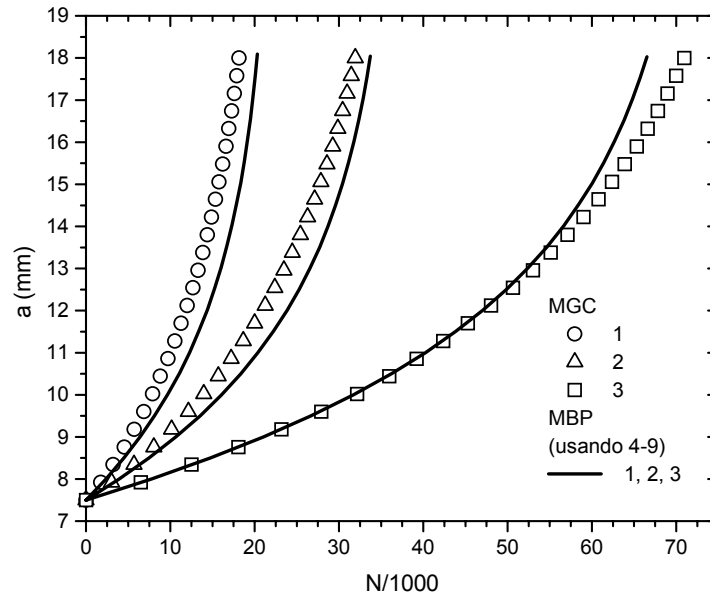


Figura 6. Comparação do MGC das curvas 1-3 com o MBP obtido pelas curvas 4-9.

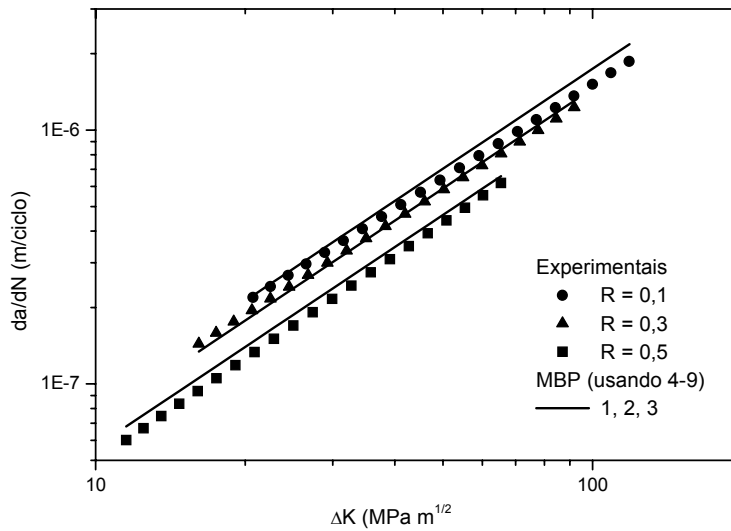


Figura 7. Comparação das taxas de trinca experimentais com previstas pelo MBP.

4 CONCLUSÕES

Embora os resultados apresentados aqui sejam preliminares, algumas conclusões já podem ser feitas:

O Modelo de Geração de Curvas proposto (MGC), embora restrito à geometria da chapa com trinca central, mostrou-se eficiente nestas condições e abre a possibilidade de ser desenvolvido para outros parâmetros de propagação.

O Modelo Bi-Paramétrico (MBP), proposto aqui, mostrou-se promissor quando as constantes α , β e C são obtidas a partir de curvas consistentes que abranjam os espectros de carregamentos que se deseje analisar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 PARIS, P.; ERDOGAN, F. A critical analysis of crack propagation laws. **J. Basic Engng, Trans. ASME**, p.528-534, 1963.
- 2 DOWLING, N.E. **Mechanical Behavior of Materials**. New Jersey, Prentice Hall, 830p., 1999.
- 3 SADANANDA, K.; VASUDEVAN, A.K. Unified approach to fatigue crack growth. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS, 8, 1999, Victoria, Canada. Proceedings, V.1.6, p.283-288.
- 4 KUJAWSKI, D. A new $(\Delta K^+ K_{\max})^{0.5}$ driving force parameter for crack growth in aluminum alloys. **International Journal of Fatigue**, v.23, p.733-740, 2001.
- 5 ELBER, W. The significance of fatigue crack closure. In: DAMAGE TOLERANCE IN AIRCRAFT STRUCTURES, ASTM STP 486, 1971, Philadelphia, USA, p.230-247.
- 6 KUJAWSKI, D. ΔK_{eff} parameter under re-examination. **International Journal of Fatigue**, v.25, p.793-800, 2003.
- 7 LOUAT, N.; SADANANDA, K.; DUESBERY, M.; VASUDEVAN, A.K. A theoretical evaluation of crack closure. **Metallurgical Transactions A**, v.24A, p.2225-2232, 1993.
- 8 MEGGIOLARO, M.A.; CASTRO, J.T.P. On the dominant role of crack closure on fatigue crack growth modeling. **International Journal of Fatigue**, v.25, p.843-854, 2003.
- 9 SADANANDA, K. Role of crack tip plasticity in fatigue crack growth. **Philosophical Magazine A**, v.81(5), p.1283-1303, 2001.
- 10 SADANANDA, K.; VASUDEVAN, A.K. Crack tip driving forces and crack growth representation under fatigue. **International Journal of Fatigue**, v.26, p.39-47, 2004.
- 11 WALKER, K. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum. In: EFFECTS OF ENVIRONMENT AND COMPLEX LOADING HISTORY ON FATIGUE LIFE, ASTM STP 462, 1970, Philadelphia, USA, p.1-14.
- 12 PASTOUKHOV, V.A.; BAPTISTA, C.A.R.P. Análise da resistência à propagação subcrítica de trincas sob carregamento cíclico. In: SEMINÁRIO DE MECÂNICA DA FRATURA, 1, 1995, Ouro Preto. São Paulo: ABM, 1995, p.227-240.
- 13 BAPTISTA, C.A.R.P.; PASTOUKHOV, V.A. A damage accumulation model of fatigue crack growth in titanium. **Journal of the Mechanical Behavior of Materials**, v.14, p.73-85, 2003.

BI-PARAMETRIC MODELING OF FATIGUE CRACK GROWTH UNDER STATIONARY LOADINGS

*Carlos A.R.P. Baptista
Marcelo A.S. Torres
Viktor A. Pastoukhov*

Abstract

Due to the recurring conceptual and experimental difficulties in the evaluation of crack closure and ΔK_{eff} , new emerging approaches that consider fatigue crack growth as a phenomenon controlled by two driving forces and thus better described by two independent loading parameters are in evidence. The present work introduces the bi-parametric potential kinetic equation, in which fatigue crack growth rate is given in terms of ΔK and K_{max} . A preliminary evaluation of the model is performed and its ability in predicting the fatigue crack behavior in not previously tested conditions is analyzed. The crack propagation data employed in calculations were obtained from computational simulations generated by a damage accumulating method and from some experimental work using commercially pure titanium samples. The promising results encourage the continuity of the research.

Key-words: Fatigue; Crack propagation; Modeling.