

# MODELAGEM GEOMÉTRICA DE PROPAGAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE FISSURAS

José Luiz Antunes de O. e Sousa<sup>1</sup>  
Túlio N. Bittencourt<sup>2</sup>  
Luiz Fernando C. R. Martha<sup>3</sup>

## RESUMO

Este trabalho descreve o desenvolvimento e utilização de ferramentas de modelagem de sólidos para simulação tridimensional de propagação de fissuras. São abordados problemas de representação de dados para modelagem geométrica e numérica, e ainda algoritmos e estratégias computacionais para simulações tridimensionais de processos de fraturamento. São apresentados exemplos que ilustram sua aplicação.

**PALAVRAS-CHAVES:** modelagem geométrica, propagação tridimensional, fratura.

## INTRODUÇÃO

O problema de simulação tridimensional de processos de fraturamento requer o desenvolvimento de recursos computacionais que permitam contínua atualização do modelo (malha de elementos finitos ou de elementos de contorno) levando em consideração as alterações de geometria requeridas pela propagação de fissuras arbitrárias. Para que isso seja viável, é necessário primeiro contornar a necessidade de alteração da malha com um mínimo de impacto nas regiões não afetadas diretamente pela propagação. Esse problema tem sido de difícil solução devido a:

- limitações da capacidade de gerar eficientemente malhas tridimensionais em sólidos com geometria arbitrária, incluindo fissuras não planas;
- a propagação de uma ou mais fissuras requer que a malha seja parcialmente removida. Com as informações sobre geometria e condições de contorno do problema físico associadas diretamente à malha, há necessidade de o analista reintroduzir essas informações ao refazer a malha nos locais onde ela foi removida. Assim, esse processo se repete continuamente após cada passo de

---

<sup>1</sup> Seminário de Mecânica da Fratura - Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais - ABM.

<sup>1</sup> Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas.

<sup>2</sup> Laboratório de Mecânica Computacional, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

<sup>3</sup> ICAD-Laboratório de CAD Inteligente, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

propagação, mesmo que as alterações no modelo físico não estejam diretamente relacionadas às faces criadas pela propagação da fissura.

- a dificuldade de se fazer uma distinção clara entre a descrição do problema físico e a malha, esta um mero artifício para a solução numérica. Em geral, discretização utilizada no procedimento numérico acaba se confundindo com a representação do domínio do problema.

A frustração no tratamento desses problemas em programas convencionais, baseados exclusivamente na malha, levou ao desenvolvimento do sistema FRANC2D, 2D Fracture Analysis Code [Wawrzynek, 1987]. FRANC2D é um sistema para análise estrutural bidimensional de sólidos contendo fissuras arbitrárias. Uma estrutura de dados baseada na topologia (*winged-edge*) do modelo físico permite que propriedades físicas e condições de contorno sejam associadas a regiões do modelo, e não diretamente aos elementos que compõem a malha. Quando a malha é parcialmente removida para acomodar alterações devidas à propagação da fissura, essas informações, armazenadas convenientemente tendo em conta as regiões cujos elementos foram removidos, são automaticamente reintroduzidas na nova malha a ser construída. Assim, é possível simular um processo de fraturamento, em regime linear elástico, com vários passos de propagação, obtendo-se valores de fatores de intensidade de tensões para, por exemplo em análise de fadiga, determinar diretamente uma curva de extensão da fissura versus número de ciclos de carregamento. Adicionalmente, processos de fraturamento em regime linear podem também ser simulados em procedimentos quasi-automáticos, em que a interferência do analista se reduz a um mínimo indispensável.

Em princípio o mesmo tratamento pode ser estendido para a simulação tridimensional. Entretanto o grau de complexidade aumenta sensivelmente, apresentando problemas semelhantes aos mencionados para a simulação bidimensional no que se refere à atualização da malha, com dificuldades adicionais:

- maior complexidade dos algoritmos para geração de malhas volumétricas tridimensionais, para utilização da técnica de elementos finitos;
- dificuldade no tratamento numérico, pela técnica dos elementos de contorno, de sólidos contendo fissuras arbitrárias. Estratégias para enfrentar este problema, em geral, conduzem a limitações drásticas na aplicabilidade ou complexidade adicional na geração do modelo matemático;
- maior complexidade na definição da forma da porção da fissura que se propaga em cada passo do processo. Em simulações bidimensionais, apenas a definição da extensão de propagação é suficiente, sendo escolhida com base no grau de discretização desejado para a trajetória da fissura. Em simulações tridimensionais, o grau de discretização seria determinado pela área de propagação, porém restaria a necessidade de definir a extensão relativa de propagação entre os vários pontos ao longo do fronte da fissura. Critérios para determinação da forma da fissura tridimensional não são completamente definidos a nível teórico.

Neste trabalho, o ambiente computacional desenvolvido para a simulação tridimensional de processos de fraturamento é descrito, apresentando implementações para o tratamento de problemas de fraturamento hidráulico para estimulação de reservatórios petrolíferos e para a simulação do comportamento não-linear coesivo de fissuras em materiais cerâmicos (*Short-rod test*).

## REPRESENTAÇÃO E MODELAGEM EM TRÊS DIMENSÕES

FRANC3D (*3D Fracture Analysis Code*) é um sistema que explora recursos gráficos e de processamento de estações de trabalho de alto desempenho para modelagem e visualização tridimensionais de sólidos contendo fissuras arbitrárias [Wawrzynek 1988, 1991, e Martha, 1989]. FRANC3D foi desenvolvido sobre um banco de dados baseado na topologia do objeto (*radial-edge datastructure*) (figura 1), obtida a partir de uma representação do contorno do sólido. Dados de geometria, propriedades físicas e condições de contorno são tratados como atributos associados a essa topologia.

Vários modelos, cinco na atual implementação, são mantidos no banco de dados, mantendo entre si uma hierarquia. No topo dessa hierarquia situa-se o modelo correspondente à descrição do problema físico, incluindo a descrição geométrica, propriedades físicas e condições de contorno. Na base encontra-se a malha, correspondente ao modelo matemático para análise pelas técnicas de elementos finitos ou de contorno. Os demais modelos correspondem a passos intermediários para a geração da malha. Mudanças no modelos mais altos na hierarquia forçam, de maneira automática, a compatibilidade dos modelos mais baixos. Assim, uma alteração no modelo mais alto, da geometria, devido a propagação de uma fissura, força a destruição da malha e outras informações que se tornaram incompatíveis nos demais modelos. Essas informações são a seguir substituídas pelo analista, com a geração de nova malha compatível com a nova geometria, porém sem perder informações como propriedades físicas, descrição geométrica de faces e arestas, e condições de contorno, que se mantiveram inalteradas no modelo mais alto. Essas informações são associadas aos elementos da malha apenas no momento de extrair dados para a análise.

A análise numérica se processa em sistemas a parte, que se comunicam com o FRANC3D através de arquivos em disco. Essa estratégia tem sido preferida, uma vez que a análise tridimensional de um sólido em qualquer aplicação realista requer um tempo de processamento elevado. Uma vez gerado o modelo, sua descrição é armazenada de modo que possa ser recuperada quando a análise for completada, permitindo a visualização de resultados e eventual geração de novo modelo, correspondente, por exemplo, a um novo passo de propagação.

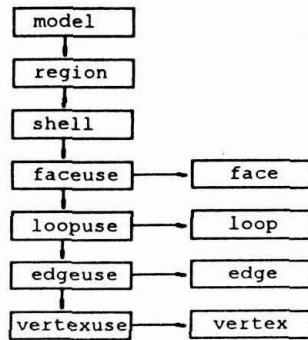


Figura 1 - Elementos da estrutura de dados topológica *radial-edge*

### INTERAÇÃO FLÚIDO-ESTRUTURA EM FRATURAMENTO HIDRÁULICO

Um importante problema em Engenharia de Petróleo é a estimulação de produtividade de reservatórios petrolíferos através de fraturamento hidráulico. O processo se inicia com a realização de canhoneios em uma região de interesse do poço. Canhoneios são perfurações transversais ao poço, produzidas por cargas explosivas que atravessam o revestimento de aço e o cimento, penetrando algumas polegadas na rocha. A seguir a região do poço em questão é isolada e submetida a pressão hidráulica, com o que se iniciam fissuras nas bocas desses canhoneios. Mantendo-se a pressurização, essas fissuras se propagam, unindo-se umas às outras de modo a formar um menor número de fissuras de maior extensão. Após a formação dessas fissuras, um material granular (*proppant*) é adicionado ao flúido de fraturamento de modo que, ao se aliviar a pressão, as faces das fissuras se fecham sobre esse material. Com isso se forma uma descontinuidade na rocha, preenchida com material de alta permeabilidade, com dezenas ou mesmo centenas de metros de extensão, criando um caminho preferencial para o petróleo, propiciando um aumento da capacidade produtiva do poço.

Nesse processo, a previsão acurada da geometria da fissura é importante para que se possam prever possíveis pontos de estrangulamento no caminho percorrido pelo flúido, especialmente na fase em que o material granular é adicionado. Para isso a fissura induzida deve permanecer em contacto direto com o poço através dos canhoneios. Esse problema adquire maior importância a medida que poços e "*lay-out*" de canhoneios, com geometrias arbitrárias, são mais utilizados, como em casos de poços inclinados ou horizontais. Nesses poços é impossível controlar a orientação dos canhoneios em relação às tensões de confinamento da rocha. Com isso a possibilidade de estudar o "*lay-out*" dos canhoneios que conduz a um maior número de canhoneios ligando a(s) fissura(s) induzida(s) ao poço é de fundamental importância.

Para o tratamento desse problema foi desenvolvido, dentro do ambiente computacional estabelecido pelo sistema FRANC3D, o sistema HyFSys (*Hydraulic Fracturing System*), para a solução acoplada dos problemas de fluxo de fluido pela fissura e de comportamento estrutural da rocha [Sousa 1992]. Este sistema foi desenvolvido com base na filosofia de Programação Orientada para Objetos, que confere ao sistema um alto grau de extensibilidade e reutilização.

O comportamento da rocha é suposto linear elástico, com o que o problema de variabilidade da distribuição de pressões pela fissura é resolvido através da superposição de efeitos, com o que pode-se computar o campo de abertura da fissura a partir de uma dada distribuição de pressões em suas paredes. O fluido é admitido como Newtoniano ou não-Newtoniano (*power-law fluids*). O fluxo de fluido é modelado pela técnica dos elementos finitos no domínio das pressões. Técnicas de modelagem derivadas da análise estrutural de cascas foram empregadas para tratamento do problema na superfície não plana da fissura.

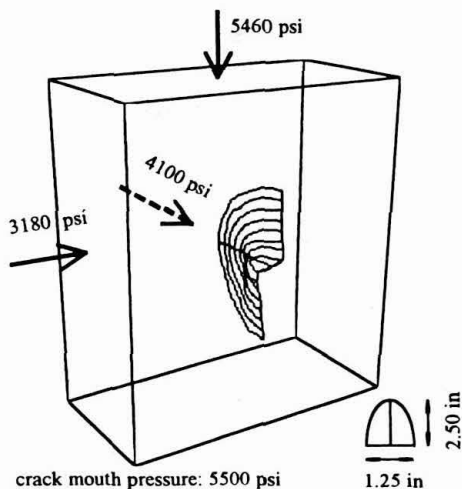


Figura 2 - Fissura elíptica inclinada - geometrias inicial e final, e tensões de confinamento da rocha.

A solução do problema acoplado permite a obtenção de campos abertura da fissura e pressão nas paredes, de modo a satisfazer equilíbrio tanto do ponto de vista estrutural quanto hidráulico ao final de cada passo de propagação. A condição de que a fissura esteja na iminência de se propagar ao final de cada passo de propagação permite o ajuste do correspondente intervalo de tempo. Uma sequência desses passos de propagação permite que seja simulado o processo de fraturamento, essencialmente transiente, de propagação de fissura induzida pela pressão de fluido.

Exemplos de aplicação foram realizados, comparando com resultados publicados por outros pesquisadores que empregaram modelos relativamente complexos, porém limitados quanto ao tratamento de geometrias arbitrárias. As figuras 2 e 3 ilustram o tipo de resultados que podem ser obtidos.

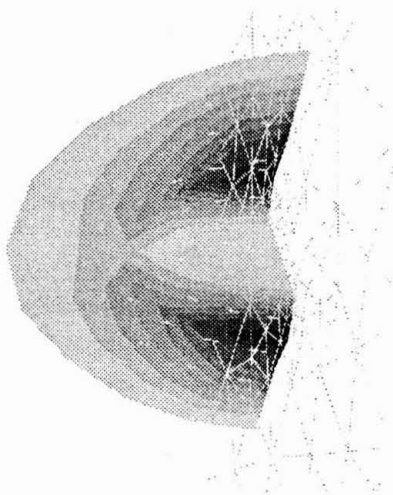


Figura 3 - Geometria não-plana de fissura hidráulica. Contornos e setas representam vazões e direções do fluxo de fluido. Maiores vazões correspondem ao sombreado mais escuro.

#### MODELAGEM DO TESTE *SHORT-ROD* PARA DETERMINAÇÃO DE TENACIDADE AO FRATURAMENTO DE MATERIAIS CERÂMICOS

A utilização do teste *shor-rod*, com a configuração tipo *chevron*, está se tornando bastante comum para a determinação da tenacidade ao fraturamento dos materiais. Já existem normas para estes ensaios que abrangem uma grande variedade de materiais, incluindo materiais cerâmicos. A geometria do corpo de prova (Figura 4) é tal que possibilita a propagação estável até a ruptura de uma fissura que é inicializada na ponta do V (ou *chevron*) do volume de ligamento.

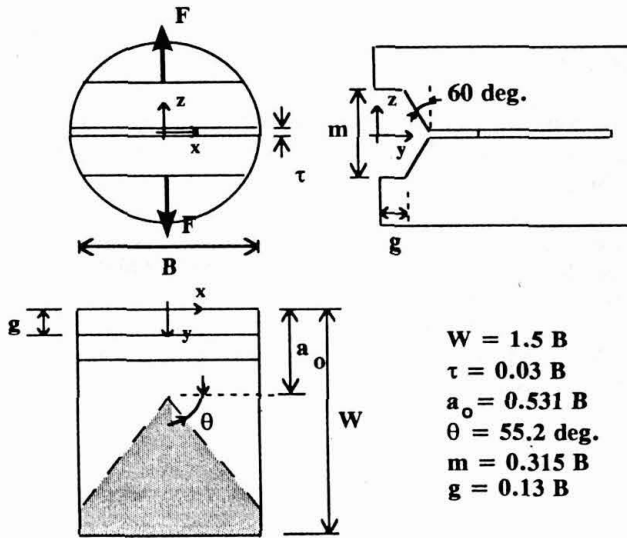


Figura 4 - Geometria do corpo de prova *Short-rod*.

A curva de resposta do ensaio, em condições onde a Mecânica do Fraturamento em regime elástico linear é válida (Figura 5), é dada por um gráfico relacionando a força de abertura e a abertura relativa da boca do corpo de prova, no ponto de aplicação da força.

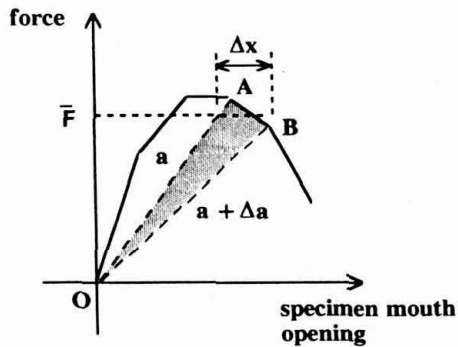


Figura 5 - Curva de resposta do *short-rod* para condições ideais de comportamento elástico.

Dentro das hipóteses básicas da Mecânica do Fraturamento em regime linear, a tenacidade do material pode ser então obtida através da fórmula a seguir:

$$K_{Ic} = A F_c / B^{3/2} \quad (1)$$

Onde  $A$  é uma constante que depende somente do tipo de carregamento e das dimensões relativas do corpo de prova,  $B$  é o diâmetro do corpo de prova, e  $F_c$  é a força máxima obtida.

As dimensões dos corpos de prova podem ser substancialmente reduzidas se é feita a introdução de um fator inelástico de correção dos valores de tenacidade. Muito embora as dimensões mínimas para a consideração dos conceitos da Mecânica do Fraturamento em regime linear sejam violadas, pode-se ainda obter estimativas precisas para o valor da tenacidade, desde que se comprove a validade da utilização do fator de correção. A curva de resposta do ensaio nestas condições é dada pela figura 6.

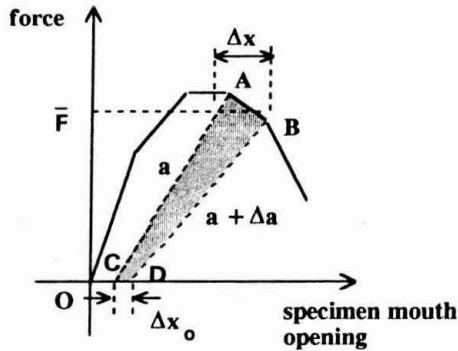


Figura 6 - Curva de resposta do *short-rod* para condições inelásticas de comportamento.

O fator inelástico de correção é dado por:

$$p = \Delta x_0 / \Delta x \quad (2)$$

onde os parâmetros  $\Delta x_0$  e  $\Delta x$  são obtidos experimentalmente através do descarregamento e recarregamento do corpo de prova. O valor da tenacidade corrigida é então dada por:

$$K_{Ic} = \sqrt{\frac{(1+p)}{(1-p)}} K_{I_0} \quad (3)$$

onde  $K_{I_0}$  é obtido pela equação (1).



A possibilidade de redução das dimensões dos corpos de prova é muito importante já que ela implica na redução da quantidade de material e na redução da complexidade dos equipamentos de ensaio. Isto faz com que este tipo de ensaio se torne mais atrativo do ponto de vista de custos e facilidade de execução. Porém é necessário verificar a aplicabilidade das hipóteses de correção. Pode-se verificar estas hipóteses tanto experimentalmente, quanto numericamente. Esta última, desde que haja condições de simular o teste em questão. No caso de materiais cerâmicos, como o concreto, o processo de fraturamento é dito coesivo devido à presença de uma região de *softening* [Bittencourt 1992] que aparece na vizinhança da fissura. Este problema foi estudado com a introdução de um modelo de propagação coesiva tridimensional [Bittencourt 1993].

O tratamento desse problema exigiu o desenvolvimento do sistema CoCrack-3D (*Cohesive Crack 3D*), integrado ao ambiente computacional estabelecido pelo sistema FRANC3D. O CoCrack-3D foi derivado do sistema HyFSys (*Hydraulic Fracturing System*). Com base na filosofia de Programação Orientada para Objetos foi possível fazer a extensão e a adaptação do código anterior para o tratamento do problema coesivo.

A simulação numérica do teste *short-rod* para materiais coesivos produz resultados coerentes para a tenacidade do material [Bittencourt 1993]. Com os resultados obtidos é possível visualizar a evolução da zona de processos inelásticos (Figura 7), bem como da linha que define a formação da fissura verdadeira.

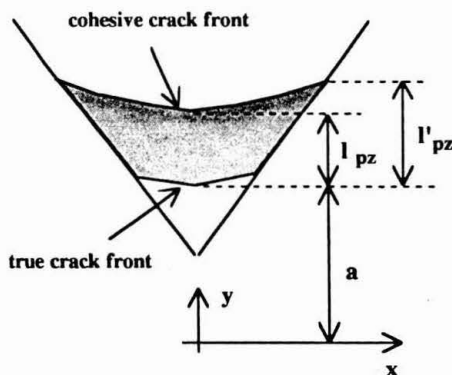


Figura 7 - Esquema da evolução da zona de processos inelásticos para o teste *short-rod*.

Cabe ressaltar que este problema é fundamentalmente tridimensional e que seria de tratamento muito complexo sem a utilização das ferramentas de modelagem de sólidos aqui descritas.

## CONCLUSÕES

A simulação tridimensional de processos de fraturamento é um problema complexo e que pode ser eficientemente enfrentado com a introdução de conceitos que transcendem o campo da análise estrutural, envolvendo:

- conceitos de modelagem de sólidos, com representação e manipulação de entidades geométricas com base na Topologia;
- computação gráfica interativa para modelagem e visualização, envolvendo sistema de janelas cliente-servidores;
- técnicas avançadas de desenvolvimento de software em grupo, valendo-se de recursos de estações de trabalho de alto desempenho;
- técnicas de Programação Orientada para Objetos, que proporcionam alta flexibilidade no desenvolvimento de *software*, permitindo alta reutilização e adaptação de códigos já disponíveis e testados para uso em novas aplicações;
- programas de análise de tensões que possam tratar eficientemente problemas envolvendo fissuras, sem onerar desnecessariamente o processo de modelagem, permitindo que sólidos fissurados, com geometria arbitrária possam ser tratados com elevado grau de realismo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Prof. Emérito Anthony R. Ingraffea, da Cornell University e aos colegas do *Cornell Fracture Group*, que participam ou participaram da formulação e implementação dos conceitos aqui descritos: Dr. Paul "Wash" Wawrzynek, Dr. Earlin D. Lutz, Dr. David O. Potyondy, Dr. Bruce J. Carter e Dr. William Riddell.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bittencourt, T.N. and Ingraffea, A.R., 199# - "Three-dimensional Cohesive Crack Analysis of Short-rod Specimens," 25th Symposium on Fracture Mechanics, ASTM STP #####, American Society for Testing Materials, Philadelphia.
- Bittencourt, T.N., Ingraffea, A.R., Llorca, J., 1992 - "Simulation of Arbitrary, Cohesive Crack Propagation," First International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, June.
- Bittencourt, T.N., 1993 - "Computer Simulation of Linear and Nonlinear Crack Propagation in Cementitious Materials," PhD. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.
- Lutz, E.D., 1991 - "Numerical Methods for Hypersingular and Near Singular Boundary Integrals in Fracture Mechanics," PhD. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.

- Martha, L.F., 1989, "Topological and Geometrical Modeling Approach to Numerical Discretization and Arbitrary Fracture Simulation in Three Dimensions," PhD. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.
- Potyondy, D.O., 1993, "A Software Framework for Simulating Curvilinear Crack Growth in Pressurized Thin Shells," PhD. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.
- Sousa, J.L., 1992, "Three-Dimensional Simulation of Near-Wellbore Phenomena Related to Hydraulic Fracturing from a Perforated Wellbore," PhD. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.
- Wawrzynek, P.A., Ingraffea, A.R., 1987, "Interactive Finite Element Analysis of Fracture Processes: An Integrated Approach," *Theor. & Appl. Frac. Mech.*
- Wawrzynek, P.A., Martha, L.F., Ingraffea, A.R., 1988, "A Computational Environment for the Simulation of Fracture Process in Three Dimensions, " Analytical, Numerical, and Experimental Aspects of Three-Dimensional Fracture Processes, *ASME AMD- Vol. 91*, Ed A. J. Rosakis et. al, 321-327.
- Wawrzynek, P.A., 1991, "Discrete Modeling of Crack Propagation: Theoretical Aspects and Implementation Issues in Two and Three Dimensions," PhD. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.

# **Geometric Modeling of 3D Crack Propagation**

José Luiz Antunes de O. e Sousa  
Túlio N. Bittencourt  
Luiz Fernando C. R. Martha

## **ABSTRACT**

This paper describes the development and use of geometric modeling tools for the simulation of 3D crack propagation. The problem of representation of data for numerical and geometric modeling is first addressed. Algorithms and computational strategies for simulating some particular cases of 3D crack propagation are then presented. Illustrative example applications, involving hydraulic and cohesive 3D fracturing, are described.

**KEYWORDS:** geometric modeling, 3D-propagation, fracture.