

MODELO MATEMÁTICO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS PARA O RESFRIAMENTO DE UM TUBO DE AÇO SUBMETIDO A TEMPERA POR ANÉIS DE RESFRIAMENTO *

Daniela Fátima Gomes¹
Roberto Parreiras Tavares²
Bernardo Martins Braga³

Resumo

O processo de têmpera é uma das etapas críticas na produção de tubos de aço, possuindo grande importância na determinação da qualidade do produto final. Nesse trabalho foi desenvolvido um modelo matemático para o resfriamento de um tubo submetido a têmpera por anéis. Neste processo, o tubo passa através de um conjunto de anéis com sprays de água. Uma série de variáveis afetam a performance do processo, tais como: temperatura de entrada do material na estrutura de resfriamento e velocidades de rotação e avanço do tubo. Diversas simulações foram desenvolvidas, comparando diferentes abordagens para a modelagem. Constatou-se que o espaçamento entre os anéis causa grandes gradientes de temperatura ao longo da superfície do tubo. Verificou-se que a transferência de calor ao longo do comprimento do tubo não deve ser negligenciada e a velocidade de rotação do tubo uniformiza a temperatura ao longo da direção angular do tubo.

Palavras-chave: Perfil de temperatura ;Têmpera; Controle de processos.

MATHEMATICAL MODEL FOR TEMPERATURE' S PROFILE IN A STEEL PIPE QUENCHED BY WATER COOLING RINGS

Abstract

The quenching process is one of the most important steps in steel pipe production and has a significant impact on the quality of the product. Mathematical models have been developed to simulate the heat transfer in this process and to improve the conditions being adopted the conduct the cooling of the tubes. In the present work, a mathematical model was developed to simulate the quenching in a system of cooling rings with water sprays. Several parameters affect the performance of the process, including initial temperature of the tube and its speeds. In the present work, several heat transfer simulations have been carried out, comparing different approaches in the modeling. The results showed that the space between the cooling rings can lead to a non-uniform temperature profile, the heat transfer along the axial direction should not be ignored and the speed of rotation make the temperature distribution more uniform around the pipe.

Keywords: Temperature profile; Quenching; Process's controlling.

¹ *Engenheira metalurgista, bacharel em engenharia metalúrgica, estudante de mestrado, programa de pós-graduação em engenharia metalúrgica, materiais e de minas, Universidade federal de minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais/Brasil.*

² *Engenheiro metalurgista, doutor, professor, departamento de engenharia metalúrgica e de materiais, Universidade federal de minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais/Brasil.*

- ³ *Engenheiro metalurgista, mestre em engenharia metalúrgica, estudante de doutorado, programa de pós-graduação engenharia metalúrgica, materiais e de minas, Universidade federal de minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais/Brasil.*

1 INTRODUÇÃO

Tubos de aço são elementos estruturais muito importantes para construção civil, indústria automobilística e para a indústria petrolífera. A demanda por produtos com propriedades mecânicas adequadas e capazes de resistir a condições de operação de elevada exigência tem aumentado ao longo dos anos. Assim a indústria necessita se adaptar para atender a um mercado que busca uma alta qualidade.

Uma das etapas mais importantes da fabricação dos tubos de aço é o tratamento térmico de têmpera. Nessa etapa é possível promover transformações na microestrutura do material importantes para melhorar as propriedades mecânicas dos produtos como dureza, limite de resistência e limite de escoamento. Durante a têmpera pode ocorrer formação de defeitos como, por exemplo, ovalização dos tubos, crescimento de diâmetro, empenamento e trincas térmicas. Esses defeitos podem ser diminuídos adequando-se as variáveis de processo e realizando um controle rigoroso das mesmas.

Na têmpera, o aço é aquecido até a temperatura de austenitização, em torno de 800°C a 1000°C, e mantido nessa temperatura durante um determinado tempo, denominado tempo de cura. Após atingir o tempo de cura, o tubo é resfriado pelo contato com um fluido refrigerante, na grande maioria dos processos o fluido utilizado é a água. As instalações onde é feito o resfriamento dos tubos podem variar de indústria para indústria, podendo ser do tipo tanque, leitos de resfriamento (caso o fluido refrigerante seja o ar), do tipo anel com sprays e etc.

Na estrutura do tipo anel, o tubo passa por um circuito formado por um ou mais anéis, cada um desses anéis possui um conjunto de bicos de sprays ou pequenas aberturas por onde a água é forçada a passar e é aspergida sobre o material. A Figura 1 mostra um anel com sprays de resfriamento e a Figura 2 mostra um arranjo com seis anéis na linha de tratamento térmico.



Figura 1. Anel de têmpera. Dewinch, 2014



Figura 2. Seis anéis Dewinch, 2014

Esse processo possui um conjunto de variáveis como: temperatura de entrada do material na estrutura de resfriamento, velocidade de avanço, vazão de água nos bicos de spray e pressão de água nos bicos de spray.

Em algumas plantas podem haver outras variáveis como por exemplo velocidade de rotação do tubo. O tubo além de avançar pode girar em torno do próprio eixo.

O controle dessas variáveis é fundamental para que o resfriamento ocorra de forma adequada e as propriedades mecânicas alcancem os padrões de qualidade desejados e a quantidade de defeitos e deformações sejam minimizadas.

Em algumas empresas é realizada uma série de experimentos para determinar as condições operacionais, o que tem um alto custo e compromete a produtividade. Um modelo matemático para a transferência de calor no material durante a têmpera

pode prever o perfil térmico da peça e auxiliar na determinação das variáveis operacionais com uma maior acurácia e substituir uma série de procedimentos experimentais e assim gerar uma economia de recursos considerável.

A grande maioria dos trabalhos de modelagem de tratamentos térmicos encontrados na literatura estudam a transferência de calor na têmpera de placas. Esses trabalhos são importantes pois são os pioneiros nesse tipo de desenvolvimento.

Wang et al. [1] desenvolveram um modelo transiente e bidimensional para o resfriamento de uma placa, cuja temperatura inicial era de 1000°C, e que foi resfriada por um jato de spray à medida que se movimentava. Ao comparar os resultados do modelo com medidas experimentais, Wang et al. [1] tiveram uma grande aproximação dos resultados nos primeiros instantes de tempo de resfriamento, no entanto para tempos maiores o modelo não foi capaz de representar, com a mesma semelhança, a realidade.

Dentre os modelos desenvolvidos para geometria cilíndrica tem-se o modelo transiente e bidimensional desenvolvido por Volle et al. [2] que descreve um tubo com movimento de rotação resfriado por jatos de spray. Esse trabalho mostrou a importância de tratar o problema com geometria bidimensional e o impacto que a velocidade de rotação pode ter na extração de calor do cilindro, sobretudo quando a distribuição dos bicos de spray não é uniforme ao longo da direção angular. Devynck [3] desenvolveu um modelo para a transferência de calor em tubos temperados em um sistema de anéis com bicos de spray. No sistema modelado por Devynck [3], o tubo possui uma velocidade de rotação, no entanto o autor não levou isso em consideração na modelagem, o que pode ser um dos fatores que contribuiu para erros nas previsões. Um sistema semelhante ao estudado por Devynck [3] é o analisado por Chen et al. [4]. No trabalho de Chen et al. [4] não ficaram explícitas as equações utilizadas, no entanto esses autores obtiveram resultados muito coerentes com os experimentos.

Os modelos encontrados na literatura para a têmpera de geometrias cilíndricas consideram a transferência de calor na direção radial e angular. No entanto a transferência de calor na direção axial pode ser importante, principalmente nas situações em que as condições de resfriamento variam ao longo dessa direção. O problema de empeno de tubos durante a têmpera é uma evidência da importância de considerar-se a transferência de calor ao longo do comprimento dos tubos.

Esse trabalho visa modelar a transferência de calor em tubos, considerando a direção angular, radial e axial. Foi incluído o termo relativo à velocidade de rotação para que o modelo possa ser adaptado a situações onde haja este tipo de movimento. Diferentes abordagens para a modelagem foram comparadas.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O modelo matemático desenvolvido para o resfriamento de um tubo submetido a têmpera por anéis de resfriamento é transiente, leva em consideração a transferência de calor nas direções radial, angular e axial. O modelo incorpora a rotação do tubo.

2.1 Modelo matemático

O domínio do modelo matemático é o tubo de aço, visto esquematicamente na Figura 3.

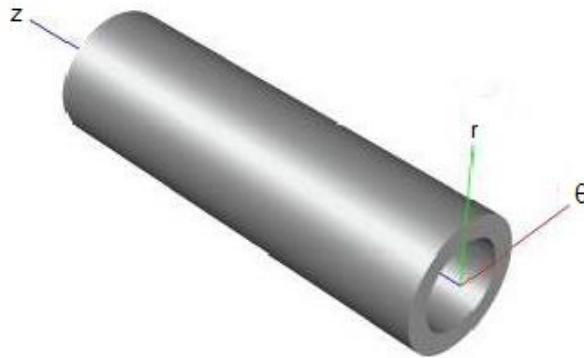


Figura 3 :Domínio do modelo, tubo de aço.

A equação geral que representa o princípio de conservação de energia é expressa pela (1):

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

Onde:

ρ é a densidade do aço (kg/m³).

c_p é o calor específico do aço (J/kg.K).

T é a temperatura do aço (K).

t é o tempo (s).

v_θ é a velocidade de rotação do tubo (m/s).

r é a direção radial (m).

k é a condutividade térmica (W/m.K)

θ é a direção angular (rad).

z é a direção axial (m).

Na versão bidimensional do modelo, o domínio é dado por um anel de espessura unitária, e a equação geral, utilizada para realizar-se o balanço de energia á a mesma dada pela Equação (1), suprimida da transferência de calor na direção axial, Equação (2).

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (2)$$

Essa equação foi discretizada e resolvida de forma explícita pelo método dos volumes finitos descritos por Patankar [5]. Nesta versão, uma fatia bidimensional do tubo é acompanhada ao longo de sua trajetória pela linha de resfriamento.

As propriedades físicas do aço foram consideradas de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades físicas adotadas no modelo

Propriedade Física	Valor adotado	Fonte
Massa específica	ρ (Kg/m ³) 7854	Bergan et al. [6]
Calor específico	c_p (J/Kg.K) 481,48+0,199T*	Wang et al. [7]
Condutividade Térmica	k (W/m.K) 15,91+0,012T*	Brimacombe [8]

T* é a temperatura em °C

2.2 Condições de contorno e iniciais

As condições de contorno adotadas para a modelagem são:

Nas superfícies interna, externa, frontal e posterior do tubo, a condição de contorno é estabelecida pelo coeficiente de transferência de calor total que corresponde ao somatório dos coeficientes de transferência de calor por radiação e convecção como mostra a Equação (3)

$$h_{total} = h_c + h_r \quad (3)$$

Onde:

h_c é o coeficiente de transferência de calor devido ao contato com o fluido ($W/m^2.K$).

h_r é o coeficiente de transferência de calor devido à radiação ($W/m^2.K$).

Para a superfície externa do tubo, que entra em contato com os jatos de spray, adotou-se um coeficiente de transferência de calor (h_{total}) correspondente ao resfriamento pela água, adotou-se o valor de 8000 ($W/m^2.K$), obtido por Chen et al. [4]. As superfícies interna, frontal e posterior não são molhadas da mesma forma que a superfície externa, por isso adotou-se um valor de h_{total} inferior ao valor adotado para superfície externa, 150 ($W/m^2.K$), correspondente ao resfriamento ao ar, conforme indicado por Chen et al. [4]. A temperatura inicial em todos os pontos do tubo é considerada uniforme em todo o domínio e correspondente à temperatura da peça no início do resfriamento.

$$T(r, \theta, z)_{t=0} = T_i = 800 \text{ } ^\circ C$$

2.3 Descrição do método de cálculo adotado

O fluxograma da Figura 4 descreve as etapas de cálculo realizadas pelo modelo. Os parâmetros estáticos são aqueles que não variam ao longo da simulação como, por exemplo, as dimensões do tubo tratado e a temperatura na entrada da estrutura de resfriamento que é a temperatura inicial da simulação. Os parâmetros dinâmicos são dependentes da temperatura nos volumes de controle, que têm o seu valor alterado a cada passe de tempo da simulação como a condutividade térmica, o calor específico.

Ao final da simulação serão obtidos perfis de temperatura para cada instante de tempo da simulação em todas as posições do domínio.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações apresentadas, foram desenvolvidas para um tubo de dimensões 139,7mm x 7,72mm X 10m, que são diâmetro externo, espessura da parede e comprimento, respectivamente. Fez-se um teste de independência de malha para definir o número de elementos em cada uma das divisões do domínio. Assim, na abordagem bidimensional utilizou-se 15 elementos na direção radial e 36 na direção angular. Na abordagem tridimensional, usou-se o mesmo número de elementos da abordagem bidimensional para as direções radial e angular e a direção axial foi dividida em 50 elementos. O intervalo de tempo utilizado nas simulações foi 0,01s

Os parâmetros de processo que foram utilizados são mostrados na tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros de processo adotados na simulação

Parâmetro	Valor adotado
Número de anéis de resfriamento	9
Distância entre cada anel de resfriamento (m)	1
Largura da região resfriada por cada anel (m)	0,35
Velocidade de avanço do tubo (m/s)	0,9
Tempo de residência na zona de resfriamento (s)	10s

Fonte: Processo estudado por Chen et al. [4]

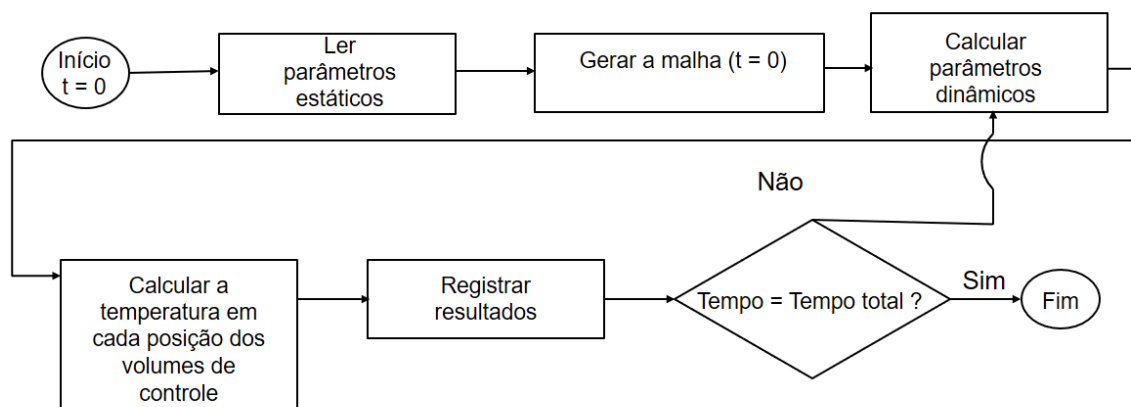


Figura 4. Fluxograma das etapas realizadas pelo modelo para obter os resultados.

Previamente às simulações, realizou-se uma verificação no modelo. A geometria do modelo foi alterada para um cilindro maciço e adotou-se um coeficiente de transferência de calor constante em toda a superfície. A solução obtida pelo modelo foi comparada com a solução analítica desse problema. Os resultados obtidos pelo modelo apresentaram diferenças inferiores a 1°C , ao longo de todos os tempos de simulação.

No sistema utilizado para a modelagem, os anéis são espaçados entre si, por isso foram utilizados valores de coeficiente de transferência de calor para a superfície externa do tubo, que variaram ao longo da direção axial à medida que o tubo se desloca a uma dada velocidade. Assim, adotou-se valores de h_{total} correspondentes ao resfriamento por água, $8000 \text{ (W/m}^2\cdot\text{K)}$, para as posições correspondentes à zona de influência dos anéis, considerada de $0,35\text{m}$ para cada anel. Nas demais posições considerou-se o h_{total} iguais ao resfriamento por ar $150 \text{ (W/m}^2\cdot\text{K)}$. A Figura 5 mostra um desenho esquemático, onde os quadrados em branco representam a zona de influência dos anéis, onde considerou-se o resfriamento por água.

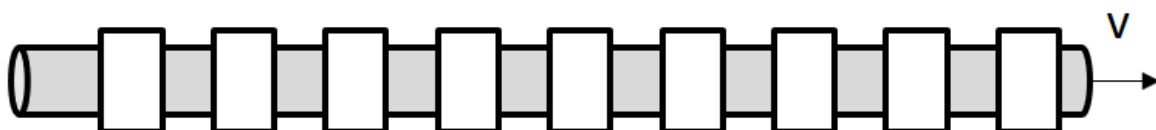


Figura 5. Desenho esquemático das zonas de influência de cada anel.

3.1 Influência da descontinuidade da linha de resfriamento:

Foram realizadas simulações considerando o espaço entre os anéis onde o h_{total} foi variado dentro da zona de resfriamento. A Figura 6 mostra a evolução da temperatura para três posições radiais, interno, na superfície mais interna do tubo, parede, posição intermediária, e externo posição localizada na superfície externa.

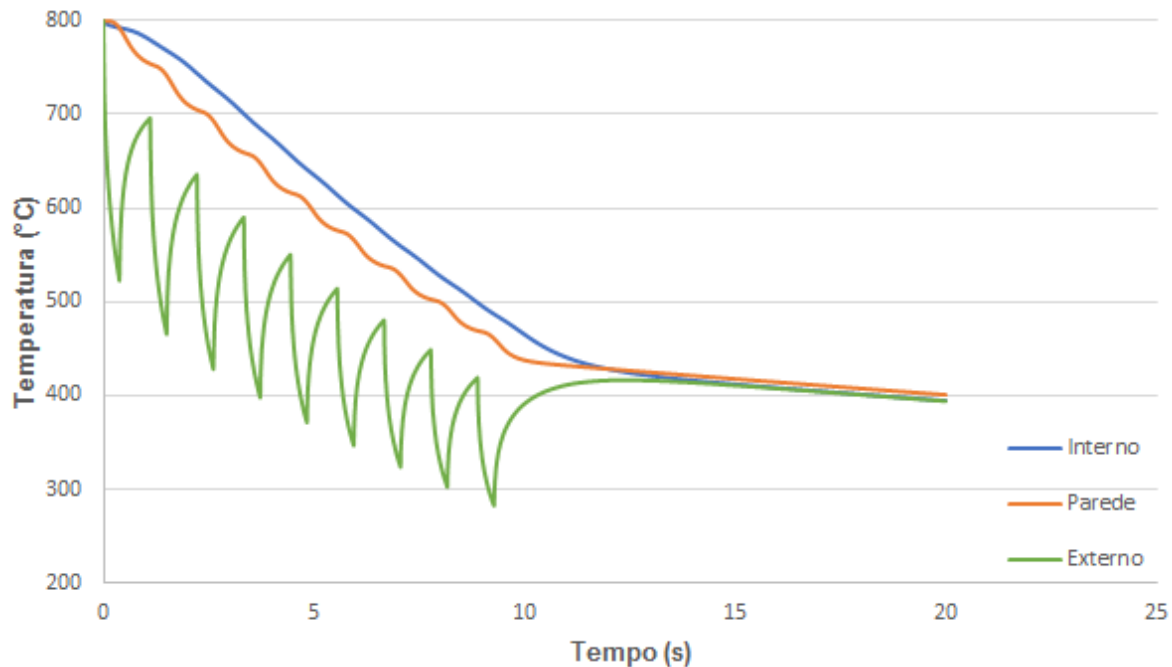


Figura 6: Perfil de temperatura calculado com o coeficiente de transferência de calor variável ao longo da zona de resfriamento.

O perfil de temperatura previsto está coerente com os resultados obtidos por Chen (2016) [4] e Chan (2007) [9], que consideraram o espaçamento entre as regiões de resfriamento.

Pode-se observar como o espaçamento entre os anéis na zona de resfriamento afeta a temperatura no tubo. Regiões com taxas de resfriamento muito diferentes podem contribuir para a formação de defeitos, aumento das tensões residuais e deformações. O efeito do espaçamento entre as zonas é mais evidente na superfície externa do tubo que entra em contato com a água dos sprays.

3.2 Impacto da transferência de calor na direção axial

Os modelos desenvolvidos para a têmpera de aços encontrados na literatura consideram transferência de calor em duas dimensões. Nos modelos para geometria cilíndrica são consideradas apenas as direções radial e angular, como nos modelos de Devynck [3] e Volle et al. [2]. Nesse trabalho foram realizadas simulações utilizando a mesma abordagem bidimensional de Devynck [3] e Volle et al. [2] e simulações utilizando a abordagem tridimensional, que realiza o balanço de energia nas direções radial, angular e axial. Os resultados obtidos foram comparados

As Figuras 7 e 8 mostram uma comparação entre os resultados utilizando-se a abordagem bidimensional (2D) e tridimensional (3D) na superfície externa e interna do tubo, respectivamente.

Para considerar o espaçamento entre os anéis e a consequente variação do coeficiente de transferência de calor ao longo da direção axial na simulação

bidimensional, fez-se o rastreamento do domínio ao longo do tempo. Imaginou-se uma fatia com dimensão unitária na direção axial que se movimenta ao longo do tempo de acordo com a velocidade de avanço do tubo.

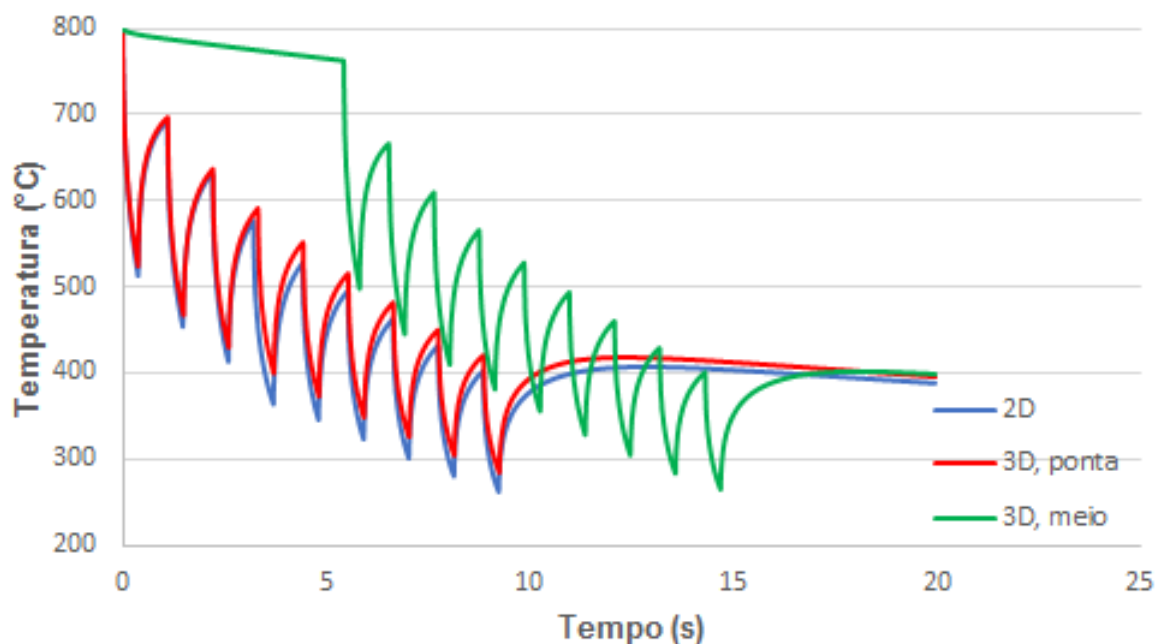


Figura 7 Temperatura calculada pelo modelo 2D e 3D na ponta e no meio do tubo para a posição mais externa.

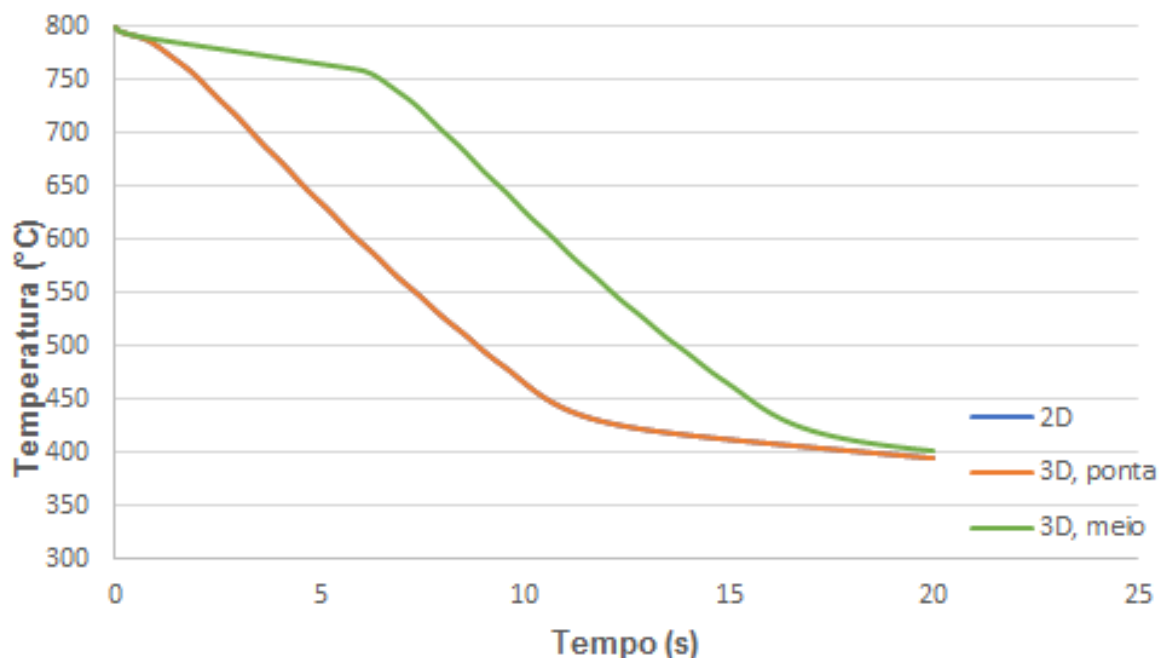


Figura 8 Temperatura calculada pelo modelo 2D e 3D na ponta e no meio do tubo para a posição mais interna.

Observando o gráfico da Figura 8, nota-se que o perfil de temperatura previsto no modelo bidimensional é semelhante ao previsto pelo modelo tridimensional para a ponta do tubo na posição mais interna ao tubo. No entanto na superfície externa, Figura 7, existe uma diferença entre a temperatura calculada entre os dois modelos.

Essa diferença pode chegar a 30% em relação ao modelo 2D. Isso ocorre porque no cálculo do modelo bidimensional não há condução de calor na direção axial e não existe convecção nas superfícies frontal e posterior. Apesar dos coeficientes de transferência de calor nessas regiões serem baixos, os resultados mostraram que eles têm impacto na modelagem do resfriamento do tubo. A diferença entre as duas abordagens é mais evidente na superfície, pois a superfície está em contato direto com os bicos de sprays, que são a maior fonte de extração de calor e os gradientes térmicos nessa região são maiores. Como na superfície interna do tubo, os gradientes térmicos são menores, a diferença entre os dois modelos torna-se menos evidente.

Em ambos os gráficos, Figuras 7 e 8, é mostrado o perfil térmico calculado pelo modelo 3D para uma posição localizada no meio do tubo. Pode-se observar que esse perfil difere da ponta do tubo, pois essa região entra no circuito de anéis posteriormente. No início, a extração de calor na superfície externa é promovida pelo ar e por condução ao longo da direção axial. Esse resultado não pode ser obtido pela abordagem bidimensional pois esta distingue a posição da fatia pelo tempo de resfriamento e ignora a condução ao longo do comprimento do tubo, o que implica em resultados com imprecisões para os valores de temperatura calculados. Outra possibilidade do uso da simulação tridimensional é a investigação das tensões térmicas e geração de defeitos na peça resfriada.

A Figura 9 mostra a temperatura calculada pelo modelo na superfície interna (A) e externa (B), ao longo do comprimento do tubo, para tempos de simulação iguais a 5s, 10s, 15s e 20s.

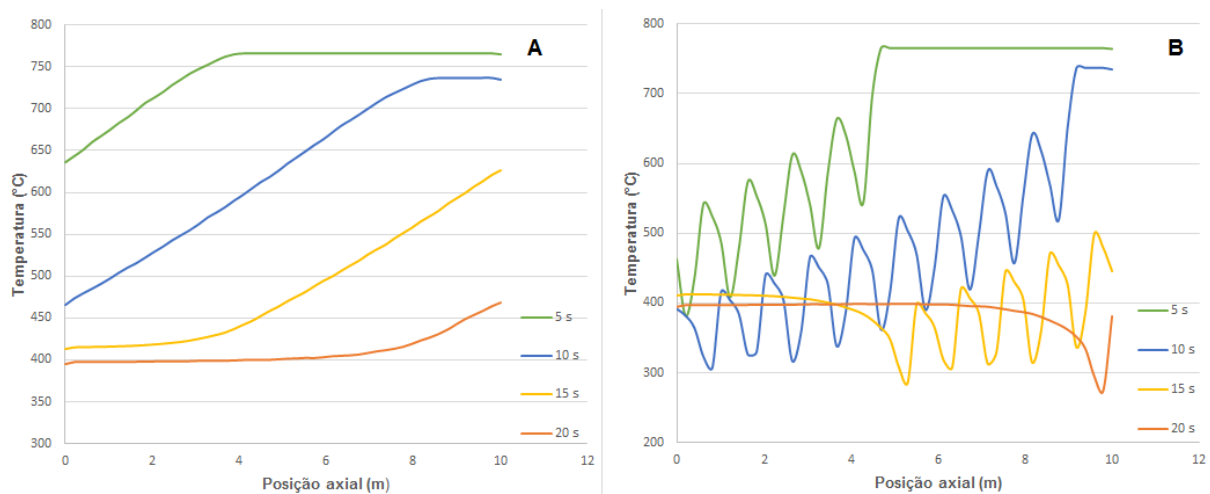


Figura 9 Temperatura na superfície interna (A) e externa (B) do tubo ao longo da posição axial para os instantes 5s, 10s, 15s e 20s.

No instante 5s, observa-se que a parte frontal do tubo, posição axial entre 0m e 4m, está dentro do circuito de anéis e tem a superfície resfriada pelos sprays de água, enquanto que o restante do tubo se encontra a temperaturas elevadas, pois são resfriados ao ar. Na superfície externa, Figura 9(B), as temperaturas da região frontal do tubo são inferiores às da superfície interna, Figura 9(A), pois é a partir da superfície externa que o calor é extraído pelos sprays de água. Percebe-se também os elevados gradientes térmicos na superfície do tubo, na porção dentro dos anéis, que correspondem a picos e vales devido à descontinuidade da zona de resfriamento.

No instante 10s, a maior parte do tubo está dentro da zona de resfriamento e nota-se que a temperatura aumenta ao longo do comprimento do tubo pois a ponta do tubo permaneceu um tempo maior dentro dos anéis, que permitiu uma maior extração de calor nessa região.

No instante 15 s, parte do tubo, posição axial entre 5m e 10m, encontra-se em contato com os sprays, e a outra parte, posição axial entre 0m e 5m, já passou pelo circuito e está sendo resfriada ao ar, por isso tem valores de temperaturas mais uniformes, sem picos e vales na superfície externa.

No instante 20s, a maior parte do tubo se encontra fora da zona molhada pelos sprays e apresenta um perfil de temperatura mais homogêneo ao longo da direção axial. A parte posterior do tubo se encontra uma temperatura um pouco mais elevada pois essa parte teve um tempo de residência menor dentro do circuito de anéis e o tempo de simulação não foi suficiente para que ocorresse o equilíbrio térmico entre todos os volumes de controle. Na figura 9 (B) isso fica bem evidente pelo vale na posição 10m, devido ao contato do pé do tubo, última parte a passar no circuito com o ultimo anel de resfriamento.

3.3 Impacto da velocidade de rotação no processo:

Em algumas plantas industriais onde é feita a têmpera de geometrias cilíndricas tem-se um sistema que faz com que o tubo ou cilindro gire em torno do próprio eixo como no caso do sistema modelado por Devynck [3] e Volle et al. [2]. Nos anéis de resfriamento os sprays podem ser espaçados entre si, o que implica em uma variação do coeficiente de transferência de calor ao longo da direção angular. Para avaliar o impacto que a velocidade de rotação tem em sistemas como esse, desenvolveu-se simulações, utilizando a abordagem bidimensional, onde o h_{total} foi considerado dependente da posição angular e dado pela Equação (4):

$$h_{total} = 4000 \times (1 + \sin \theta) \quad (4)$$

Onde θ corresponde à posição angular.

Utilizando o modelo bidimensional, foram feitas simulações onde a velocidade angular, v_{θ} , foi considerada nula e simulações com velocidades angulares 2rad/s, 4rad/s e 6 rad/s. As Figuras 10,11,12 e 13 mostram os resultados do perfil de temperatura ao longo das posições angulares para três posições radiais, interna, meio da parede e externa, para os quatro valores de velocidade de rotação. O tempo de simulação utilizado foi de 5s.

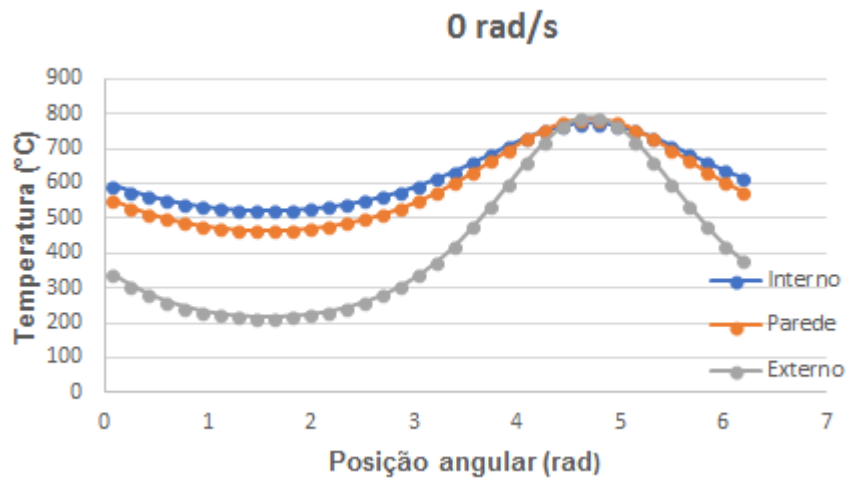


Figura 10. Perfil de temperatura para v_θ igual a 0rad/s.

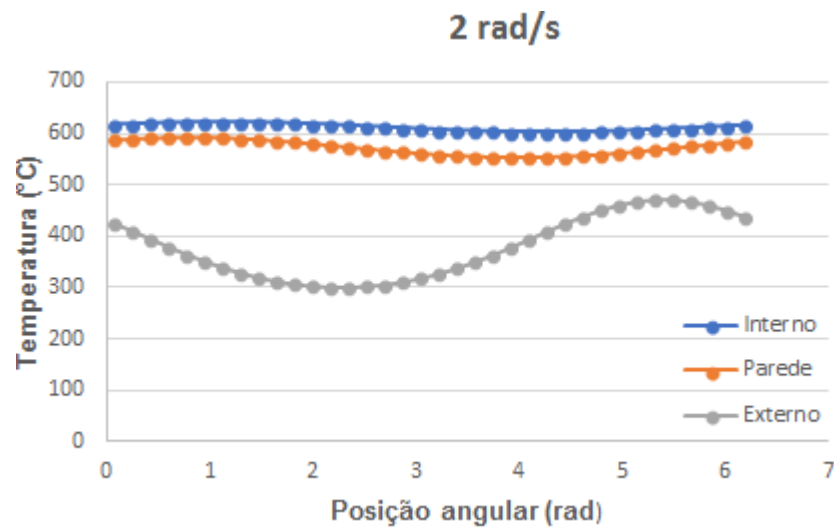


Figura 11. Perfil de temperatura para v_θ igual a 2rad/s.

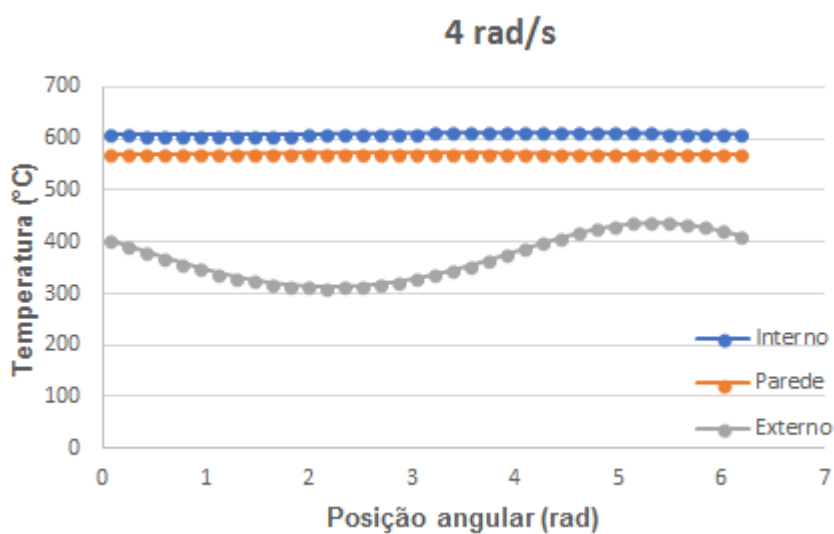


Figura 12. Perfil de temperatura para v_θ igual a 4rad/s.

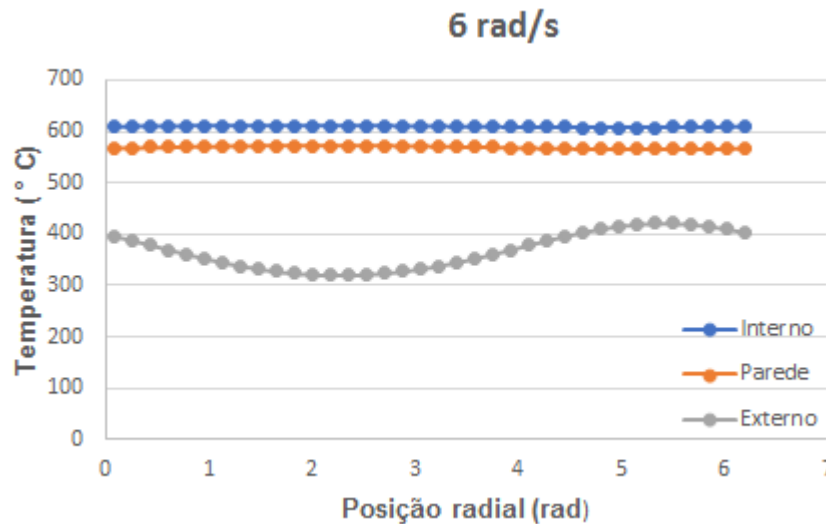


Figura 13. Perfil de temperatura para v_{θ} igual a 6rad/s.

Os resultados obtidos foram semelhantes aos de Volle et al. [2]. Os gráficos mostram que à medida que a velocidade aumenta, o perfil térmico ao longo da direção angular se torna cada vez mais uniforme. Sendo que na situação onde a velocidade de rotação é nula, tem-se o perfil térmico com os maiores gradientes de temperatura.

4 CONCLUSÃO

A partir das simulações realizadas foi possível estabelecer as seguintes conclusões:

- O espaçamento entre os anéis faz com que os gradientes de temperatura sejam muito elevados o que pode contribuir para a formação de defeitos;
- A transferência de calor na direção axial tem impacto na temperatura calculada pelo modelo sobretudo na superfície externa;
- A velocidade de rotação faz com que o perfil térmico seja mais uniforme ao longo da direção angular o que pode reduzir a formação de defeitos e deformações ao longo dessa direção, sobretudo, nos processos onde os bicos de sprays são muito espaçados.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, de Minas e de Materiais (PPGEM) da UFMG, aos programas de fomento à pesquisa CAPES-PROEX, CAPES e FAPEMIG pelo apoio ao projeto.

REFERÊNCIAS

1. Wang, H., Yu, W., & Cai, Q. Experimental study of heat transfer coefficient on hot steel plate during water jet impingement cooling. *Journal of Materials Processing Technology*, 212(9), 2012. 1825–1831.
2. Volle, F., Mailet, D., Gradeck, M., Kouachi, A., & Lebouché, M. Practical application of inverse heat conduction for wall condition estimation on a rotating cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(1–2), 2009. 210–221.

3. Devynck, S. Etude experimentale et numerique du procede de trempe par jet d'eau impactant. Ph.D thesis, University of Lorraine, Nancy, France, 2014
4. Chen, Z., Han, H., Ren, W., & Huang, G. Heat transfer modeling of an annular on-line spray water cooling process for electric-resistance-welded steel pipe. *Plos one*. 2015, 10(7), 2016. 1–19.
5. Patankar, S. V. Numerical heat transfer and fluid flow. (Taylor&Francis, Ed.), 1980. Book.
6. Bergman, T., Lavine, A., Incropera, F., Dewitt, D. Fundamentals of Heat and Mass Transfer (sétima edição), 2011. Jefferson, USA: John Wiley & Sons.
7. Wang, H. et al. Mathematical heat transfer model research for the improvement of continuous casting temperature ISIJ International, v. 45, n. 9, p. 1291-1296, 2005
8. Brimacombe, J.K. et al. Spray cooling in the continuous casting of steel. In: Continuous Casting: Heat Flow, Solidification and Crack Formation. Warrendale: Iron and Steel Society, 1984, v. 2, p. 109-123.
9. Chan, P. Jet impingement boiling heat transfer at low cooling temperatures. PhD thesis, University of British Columbia, 2007.