

SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS TERNÁRIAS Fe-C-P PELO MÉTODO DO CAMPO DE FASE¹

Alexandre Furtado Ferreira²
Carlos Roberto Xavier³

Resumo

Um modelo do Campo de Fase para a simulação da microestrutura e concentração de solutos durante o processo de solidificação de ligas ternária Fe-C-P é proposto. Neste trabalho a relação entre as propriedades do material e os parâmetros do modelo é apresentada. No desenvolvimento deste trabalho foi aplicado o modelo na solidificação de ligas ternárias para análise da concentração dos solutos. Para os cálculos bidimensionais, os resultados mostram as dendritas das ligas de Fe-C-P para diferentes concentrações de fósforo. As alterações na concentração de fósforo afetam a velocidade da interface sólido/líquido. Estas alterações na velocidade da interface sólido/líquido se devem a baixa difusividade do fósforo durante o processo de solidificação.

Palavras-chave: Campo de fase; Solidificação; Segregação; Dendrita.

SIMULATION OF SOLIDIFICATION PROCESS FOR TERNARY ALLOYS Fe-C-P BY PHASE FIELD METHOD¹

Abstract

The model Phase Field for simulation of microstructure and solutes concentration during the solidification process of ternary alloys Fe-C-P is considered. In this present paper the relationships between material properties and the model parameters are presented. In the development of this paper an analysis of solutes concentration was considered. For two dimensional computations, the results show the dendrites of Fe-C-P alloy for different phosphorus concentrations. The alterations in the phosphorus concentration affect the speed of the solid/liquid interface. This alteration in the speed of the solid/liquid interface is due small diffusivity of phosphorus during the solidification process.

Key words: Phase field; Solidification; Segregation; Dendrite.

¹ *Contribuição técnica ao XXXVIII Seminário de Aciaria – Internacional, 20 a 23 de maio de 2007, Belo Horizonte, MG, Brasil.*

² *Professor Doutor do Programa de Pós-Graduação da EEIMVR-UFF, Av. dos Trabalhadores 420, Volta Redonda – RJ;*

³ *Pesquisador Doutor em Ciências em Engenharia Metalúrgica do Programa de Pós-Graduação da EEIMVR-UFF, Av. dos Trabalhadores 420, Volta Redonda – RJ.*

1 INTRODUÇÃO

É relativamente pouco conhecido que a produção de quase todos os objetos produzidos pelo homem envolve a solidificação em algum estágio do seu processo de fabricação. A solidificação é importante, porque é o principal fenômeno do processo de fundição, o qual é um método muito econômico para obtenção de produtos. Atualmente, grande parte dos conceitos e métodos desenvolvidos pela pesquisa dos fenômenos de solidificação já podem ser transferidos para a escala industrial com bastante sucesso, decorrendo um notável aperfeiçoamento da qualidade das peças obtidas via processo de solidificação. Isto faz do estudo do processo de solidificação uma poderosa ferramenta. Nas tecnologias convencionais, o conhecimento e controle do processo de solidificação abrem horizontes promissores em função do seu potencial econômico, já que é o caminho mais curto entre a matéria-prima metálica e a forma final do produto. Essa conjuntura coloca a solidificação como uma das mais importantes especialidades da metalurgia e da ciência dos materiais.

A solidificação do metal no molde não se efetua de modo passivo, como poderia parecer à primeira vista. Na realidade, a transformação líquido/sólido pela qual passa o metal é de natureza ativa e dinâmica, já que durante a mesma ocorrem eventos como a nucleação e crescimento de estruturas dendríticas, que se não forem devidamente controlados, podem comprometer o desempenho do produto final ou, até mesmo, interromper a seqüência de fabricação. Tais eventos podem dar origem a diversos tipos de heterogeneidade que interferem drasticamente na qualidade metalúrgica do produto final. Portanto, a solidificação e as estruturas obtidas provenientes deste processo, conhecidas como estruturas dendríticas, são muito importantes do ponto de vista prático, uma vez que influenciam fortemente as propriedades dos produtos.

Em muitas situações práticas é impossível a determinação da solução analítica pelos modelos matemáticos tradicionais para tratar os processos de solidificação. Os métodos tradicionais de simulação, baseados em equações de transporte clássicas, tornam-se ineficientes para o tratamento de fenômenos onde devem ser considerados regimes de solidificação metaestáveis. Como por exemplo, no caso de substâncias puras, onde a frente da solidificação avança através de uma fase líquida super-resfriada, ou ainda no caso de solidificação de ligas, onde pode haver instabilidades da frente devido ao super-resfriamento constitucional. Nestes casos a interface sólido/líquido pode adquirir uma geometria complexa, que depende localmente da curvatura, da velocidade de solidificação, e ainda sob a influência da anisotropia. Por esta razão um considerável esforço tem sido empregado no desenvolvimento de métodos numéricos nos últimos vinte anos.

Em particular, o método do Campo de Fase tem-se tornado muito popular devido à sua habilidade em simular o processo de solidificação com interface sólido/líquido complexa. O primeiro trabalho sobre o Método do Campo de Fase foi proposto por Caginalp,⁽¹⁾ que data do início dos anos 80. A partir deste trabalho, vários modelos foram desenvolvidos principalmente para a solidificação de materiais puros⁽²⁻⁵⁾ e depois estendidos para a aplicação de ligas binárias.⁽⁶⁻⁹⁾ Neste trabalho será considerado o método do Campo de Fase aplicado ao fenômeno de solidificação de ligas ternárias (Fe-C-P), a partir de condições prescritas, tais como o super-resfriamento, levando-se em conta os efeitos da tensão superficial, cinética do super-resfriamento e anisotropia cristalina. A razão de estudar o fósforo é por que mesmo presente em pequenas quantidades nos aços, tem grande influência sobre

sua qualidade. O fósforo é considerado como um elemento nocivo, devido à fragilidade a frio que confere aos aços, principalmente em aços de alto carbono e quando o seu teor ultrapassa certos limites. Por esta razão, teores máximos aceitáveis de fósforo são especificados.

A fragilidade a frio causada pelo fósforo é devida à sua dissolução na ferrita, endurecendo-a. O endurecimento por solução sólida causa baixa resistência ao choque ou baixa tenacidade.

Os aços IF (Interstitial Free) ultra baixo carbono, especialmente aqueles com fósforo, são susceptíveis a apresentar fratura frágil em baixas temperaturas em partes estampadas. Este fenômeno é referido como fragilização após trabalho a frio⁽¹⁰⁾. Um alto teor de fósforo pode acarretar a presença do eutético rico em fósforo, que funde a uma temperatura pouco acima de 1000° C, isto pode ocasionar a ruptura do aço quando deformado a quente.

2 MODELAMENTO MATEMÁTICO

O modelamento matemático apresentado neste trabalho consiste na solução simultânea das equações de energia, fases e concentração de carbono e fósforo. O método do campo de fase em geral assume o crescimento de um ou vários núcleos sólidos na fase líquida. Em particular neste trabalho, será considerada uma única semente a crescer. Portanto, existem três regiões a serem consideradas: a região do sólido, o líquido e a interface. Todo o domínio é representado por uma distribuição de uma única variável de estado conhecida como parâmetro de ordem (ϕ), ou variável de fase. Neste trabalho adotou-se para a região dos sólidos $\phi = +1$, na região do líquido $\phi = 0$ e a interface sólido/líquido sendo definida entre 0 e +1. A equação da energia adotado neste modelo é definida por:⁽⁴⁾

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T + \frac{\Delta H}{C_p} h'(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1)$$

O primeiro termo do lado esquerdo representa o termo transiente da equação. O primeiro termo do lado direito representa o termo difusivo, D é a difusividade térmica e T a temperatura. O segundo termo representa o termo fonte, onde C_p é o calor específico, ΔH representa o calor latente liberado na região da interface e $h'(\phi)$ é conhecida como função suavizante, que será definida posteriormente.

A equação de fases é definida por:⁽⁴⁾

$$\frac{1}{M} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \varepsilon^2 \nabla^2 \phi - W g'(\phi) + h'(\phi) \frac{RT}{V_m} \ln \left[\frac{(1 - (c_{CS}^e + c_{FS}^e))(1 - (c_{CL} + c_{FL}))}{(1 - (c_{CL}^e + c_{FL}^e))(1 - (c_{CS} + c_{FS}))} \right] \quad (2)$$

Na equação 2, M é a mobilidade da equação, $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ representa o termo transiente, $\varepsilon^2 \nabla^2 \phi$ representa o termo difusivo da equação, o último termo do lado direito da equação representa a força motriz do processo de solidificação, e $W g'(\phi)$ representa a energia livre de excesso devido à superfície, ou seja, a tensão superficial na região da interface. O R é a constante dos gases, V_m é o volume molar. Os C_{CS}^e e C_{FS}^e são as concentrações em equilíbrio de carbono e fósforo na

região do sólido. Os C_{CL}^e e C_{CL}^e representa a concentração em equilíbrio no líquido. Os C_{CL} e C_{FL} são as concentrações de carbono e fósforo na região líquida. Os C_{CS} e C_{CS} são as concentrações na região do sólido calculada pelas equações 3 e 4.⁽¹²⁾

As equações de transporte de soluto

$$\frac{\partial C_C}{\partial t} = \nabla \left(D_C(\phi) \left\{ (1-h(\phi)) \frac{C_{CL}(1-(C_{CL}+C_{FL}))}{1-C_{FL}} + h(\phi) \frac{C_{CS}(1-(C_{CS}+C_{FS}))}{1-C_{FS}} \right\} \cdot \nabla \ln \frac{C_{CL}}{1-(C_{CL}+C_{FL})} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial C_F}{\partial t} = \nabla \left(D_F(\phi) \left\{ (1-h(\phi)) \frac{C_{FL}(1-(C_{CL}+C_{FL}))}{1-C_{CL}} + h(\phi) \frac{C_{FS}(1-(C_{CS}+C_{FS}))}{1-C_{CS}} \right\} \cdot \nabla \ln \frac{C_{FL}}{1-(C_{CL}+C_{FL})} \right) \quad (4)$$

Nas equações 3 e 4, D_C e D_F são as difusividades do carbono e fósforo nas regiões do sólido e líquido. Todas as equações foram resolvidas numericamente pelo método dos volumes finitos, sendo que para a equação de energia foi utilizado um esquema implícito enquanto que as equações de campo de fases e do soluto foram resolvidas com um esquema explícito.

A função suavizante $h(\phi)$ e a função que modela a tensão superficial na região da interface $g(\phi)$ são representadas abaixo:⁽⁴⁾

$$h(\phi) = \phi^3 (10 - 15\phi + 6\phi^2) \quad (5)$$

$$g(\phi) = \phi^2 (1 - \phi)^2 \quad (6)$$

As equações (5) e (6) são amplamente utilizadas nos trabalhos com o método do campo de fases. Note que $h'(\phi)$ e $g'(\phi)$ é nulo para $\phi = 0$, (região do líquido), ou quando $\phi = +1$ (região dos sólidos). Isto garante que o segundo e terceiro termo da equação 2 somente serão diferentes de zero na região da interface. Uma forma amplamente utilizada nos trabalhos do Campo de Fase para adicionar o fenômeno de anisotropia ao modelo é considerarmos que ε na equação 2 depende de um ângulo de crescimento θ . Este ângulo θ é a orientação da normal da interface em relação ao eixo dos x:⁽⁴⁾

$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon_o (1 + \delta_\varepsilon \cos j(\theta - \theta_o)) \quad (7)$$

Aonde δ_ε é a força de anisotropia. O valor de j controla o número de direções preferenciais de crescimento, por exemplo, para $j = 0$ teremos um caso isotrópico, para $j = 4$ teremos uma dendrita com crescimento em 4 direções preferenciais. A constante θ_o é a orientação da interface com a máxima anisotropia. ε_o e o w da equação (2) são parâmetros do modelo que são associados com a energia interfacial (σ) e espessura da interface (λ), como mostrado a seguir:⁽¹¹⁾

$$2\lambda = \int_{0,1}^{0,9} \frac{dx}{d\phi_o} d\phi_o = 2,2\sqrt{2} \frac{\varepsilon}{\sqrt{w}} \quad (8)$$

$$\sigma = \varepsilon^2 \int_{-\lambda}^{+\lambda} \left(\frac{\partial \phi_o}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{\varepsilon \sqrt{w}}{3\sqrt{2}} \quad (9)$$

A mobilidade da equação de Fases (M) é expressa como: ⁽¹¹⁾

$$\frac{1}{M} = \frac{\varepsilon^3}{\sigma\sqrt{2w}} \left(\frac{1}{D_{li}} \xi_1(c_{1L}^e, c_{1S}^e) + \frac{1}{D_{2i}} \xi_2(c_{2L}^e, c_{2S}^e) \right) \quad (10)$$

$$\xi_j = \frac{RT}{V_m} (c_{jL}^e - c_{jS}^e)^2 \times \int_0^1 \frac{h(\phi_o)[1-h(\phi_o)]}{[1-h(\phi_o)]c_{jL}^e(1-c_{jL}^e) + h(\phi_o)c_{jS}^e(1-c_{jS}^e)} \cdot \frac{d\phi_o}{\phi_o(1-\phi_o)} \quad (11)$$

Para simular o crescimento da dendrita assimétricas, se faz necessário a introdução de um termo (ruídos) do lado direito da equação de fases. Estes ruídos são expressos da seguinte forma: ⁽¹¹⁾

$$ruídos = 16ar\phi^2(1-\phi)^2 \quad (12)$$

Onde r é o número aleatório gerado entre -1 e +1. O fator de amplitude “a” adotado foi de 0,025. Pode-se observar que o ruído tem seu valor máximo em $\phi = 0,5$, sendo nulo em $\phi = 0$ e $\phi = +1$, ou seja, os ruídos são gerados na região da interface.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho o método do Campo de Fase foi aplicado para o caso da solidificação de ligas ternárias Fe-C-P. As propriedades físicas da liga, utilizada neste trabalho são apresentadas na Tabela 1:

Tabela 1. Propriedades físicas da liga. ⁽¹²⁾

Propriedades	C	P	Fe
Coefficiente de Partição	0,204	0,102	-----
Inclinação da linha liquidus m_e (K/mol)	1802	1836	-----
Difusividade do soluto no líquido D_L (m ² /s)	$2,0 \times 10^{-8}$	$1,7 \times 10^{-9}$	-----
Difusividade do soluto no sólido D_S (m ² /s)	$6,0 \times 10^{-9}$	$5,5 \times 10^{-11}$	-----
Energia interfacial σ (J/m ²)	-----	-----	0,204
Temperatura de fusão T_m (K)	-----	-----	1810
Volume molar V_m (m ³ /mol)	-----	-----	$7,7 \times 10^{-6}$

Os parâmetros utilizados no método do Campo de Fase são mostrados na Tabela 2:

Tabela 2. Parâmetros computacionais.

Constante de anisotropia δ_ε	0,05
Espessura da interface ε_0 (J/m) ^{1/2}	$1,462 \times 10^{-4}$
Tensão superficial w (J/m ³)	$1,346 \times 10^6$
Mobilidade da interface M (m ³ /sJ)	0,393
Espaçamento da malha $\Delta x = \Delta y$ (m)	3×10^{-8}
Passos no tempo Δt (s)	1×10^{-9}

Primeiramente serão apresentados os resultados do método do Campo de Fase no instante inicial do processo de crescimento da dendrita. Da ponta da dendrita serão retirados os dados que constituirão o perfil de soluto do carbono e fósforo.

3.1 Perfis de Solute do Carbono e Fósforo nas Fases Sólido, Líquido e Interface

As condições de contorno para esta simulação são de fluxo nulo para as equações (1), (2), (3) e (4). A temperatura inicial do domínio é de 1760 K, uma semente foi adicionada previamente na parte inferior do domínio (em $Y=0$ e $X=2,25 \times 10^{-6}$ m), o crescimento preferencial da ponta da dendrita é de 90° em relação ao eixo dos x , o modo de anisotropia é $J = 4$. A concentração molar inicial do carbono e fósforo é de 0,5% e 0,001%, respectivamente. A figura do início do crescimento da dendrita é apresentado a seguir:

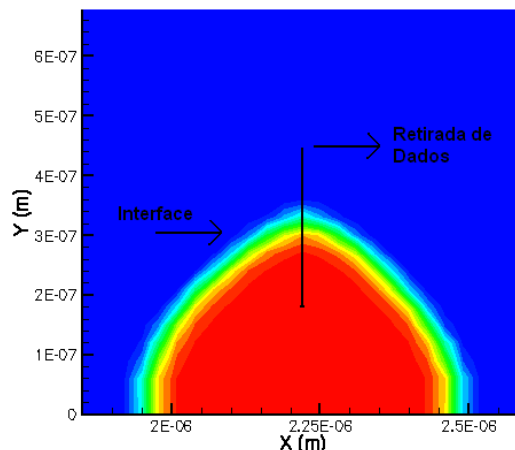


Figura 1 – Início do crescimento da dendrita, $t = 4 \times 10^{-7}$ seg.

A região avermelhada representa a região solidificada, a região de cor azul representa o líquido remanescente enquanto que a região de cor amarelada, localizada entre o sólido e o líquido é a região da interface. As dimensões desta ponta são de $0,5 \times 10^{-6}$ m na sua base e de altura aproximadamente $0,3 \times 10^{-6}$ m. O perfil de concentração de carbono e fósforo retirado da dendrita acima é mostrado na figura a seguir:

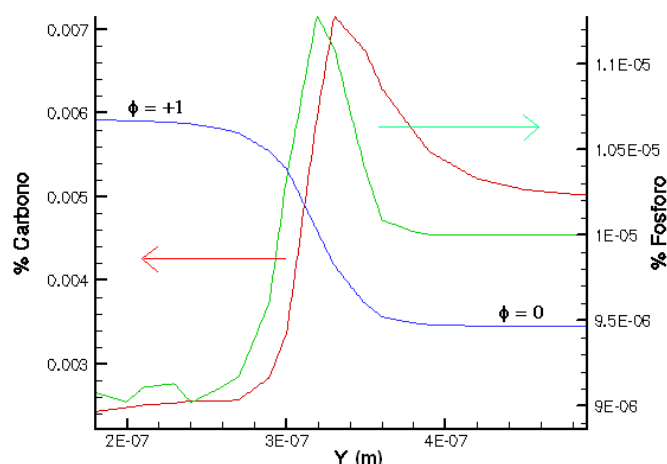


Figura 2 – Perfil de concentração de carbono e fósforo na região da interface sólido/líquido.

Os perfis mostrados na figura 2 são para um tempo de 4×10^{-7} s. O perfil de concentração do carbono pode ser visto utilizando o eixo dos Y à esquerda do gráfico, enquanto que a concentração de fósforo é visualizada utilizando o eixo dos

Y à direita. Para $\phi = +1$, temos a região do sólido, para a região do líquido temos $\phi = 0$. Entre +1 e 0 encontra-se a região da interface. Portanto, pode-se observar nesta figura 2, que a região do sólido se encontra com uma concentração empobrecida de carbono e fósforo. Isto se deve ao fato que, durante a solidificação, os solutos são rejeitados para a fase líquida, dessa forma enriquecendo a região logo a frente da interface. Na fase líquida, a concentração dos solutos à frente da interface diminui exponencialmente para a concentração inicial dos solutos no líquido. Observando-se os dois perfis (carbono e fósforo) pode-se também concluir que a camada difusa do carbono é maior que a camada difusa do fósforo, isto se deve ao fato do carbono apresentar uma difusividade maior quando comparada com a difusividade de soluto do fósforo.

3.2 Simulação Microestrutural da Liga Fe-C-P

A Figura 3, mostra os resultados obtidos para a simulação microestrutural de uma dendrita da liga de Fe-C-P, com 0,5% C e 0,001% P. As condições de contorno e as condições iniciais são as mesmas adotadas no item anterior, com exceção a temperatura inicial que foi adotado 1750 K.

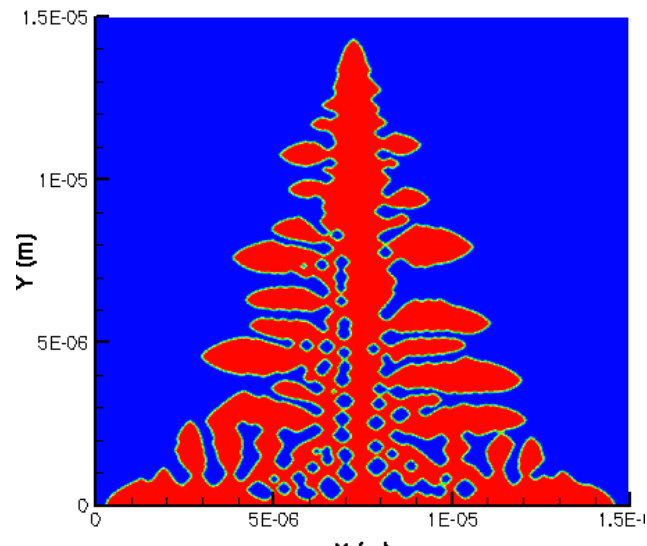


Figura 3 – Dendrita calculada a num domínio super-resfriado.

Em azul temos o líquido remanescente, e a região em vermelho apresenta a liga solidificada, entre as duas regiões tem-se a interface. A dendrita apresentada na figura 3 foi calculada a partir de uma semente (núcleo sólido) previamente adicionado ao domínio em $Y = 0$ e $X = 0,75 \times 10^{-5}$ m. Observa-se o crescimento preferencial em três direções, o tempo de crescimento da dendrita acima foi de $2,75 \times 10^{-5}$ s. Vale também ressaltar que a velocidade de crescimento da dendrita depende o super-resfriamento inicial (ΔT), como mostrado em Furtado e colaboradores.⁽⁴⁾ A dendrita acima apresenta algumas características encontradas em literaturas/experimentos que são os braços secundários que crescem a aproximadamente 90° partir dos braços primários.

A figura a seguir apresenta os campos de concentração de carbono e fósforo, para a dendrita mostrada na Figura 3.

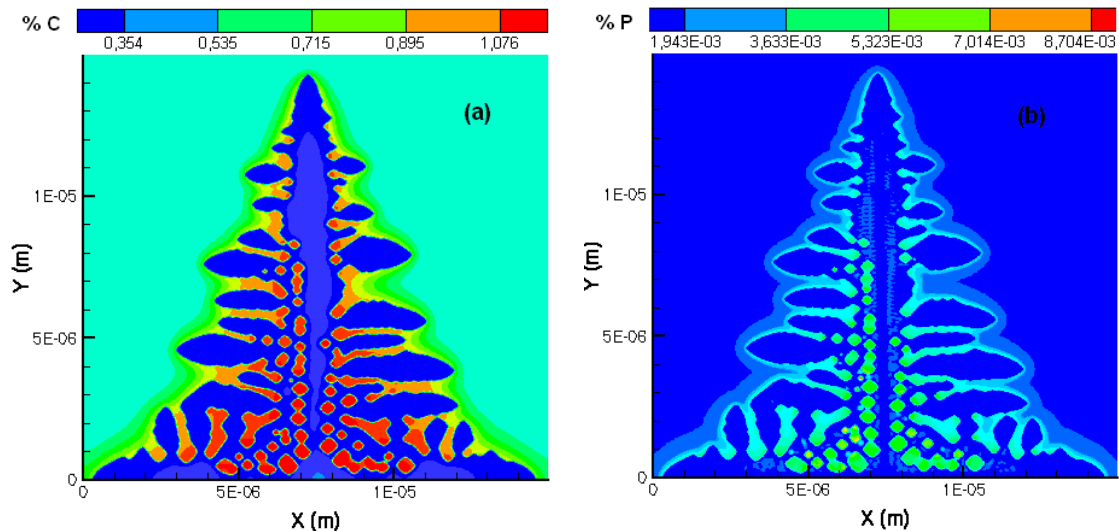
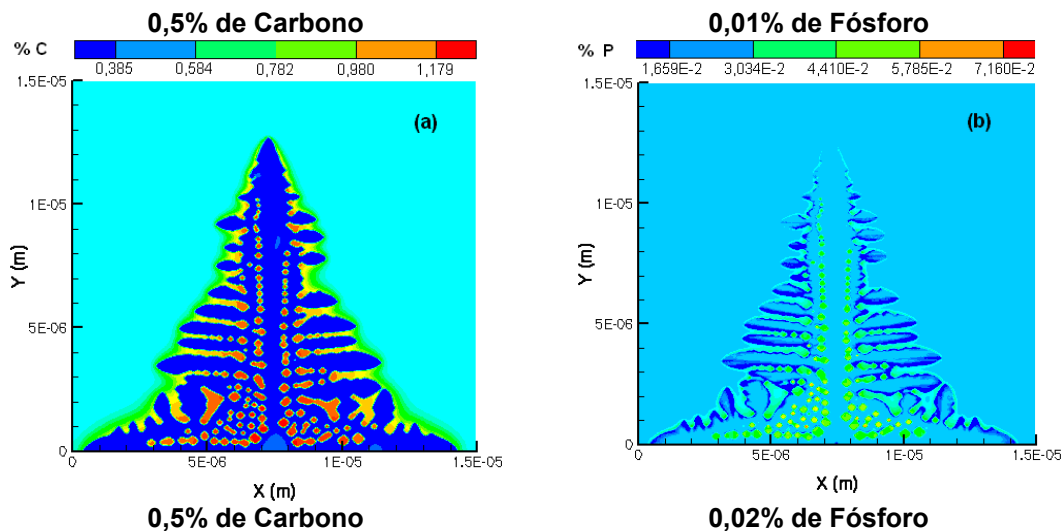


Figura 4 – Campos de concentrações de carbono (a) e fósforo (b).

Na Figura 4 (a) e (b) pode-se observar os campos de concentrações do carbono e fósforo, onde a camada difusa do carbono é mais espessa que a camada do fósforo. Isto é explicado como citado anteriormente devido à difusividade do soluto de carbono ser maior que a difusividade do fósforo. Durante o processo de solidificação, primeiramente na região líquida, ocorrem às variações de concentração de carbono e em seguida as mudanças de concentração do fósforo. Entre os braços secundários da dendrita pode-se notar o aprisionamento de soluto de carbono e fósforo, são essas regiões as mais ricas em concentração de soluto (carbono e fósforo). Este aprisionamento tem como consequência o abaixamento da temperatura de solidificações nesses pontos. Assim, devido essas regiões apresentar uma maior concentração de soluto, principalmente carbono, será as últimas a serem solidificadas.

As seqüências de figuras a seguir mostram os resultados das simulações realizadas para as seguintes ligas:

- a) 0,5% de C e 0,01% de P;
- b) 0,5% de C e 0,02% de P.



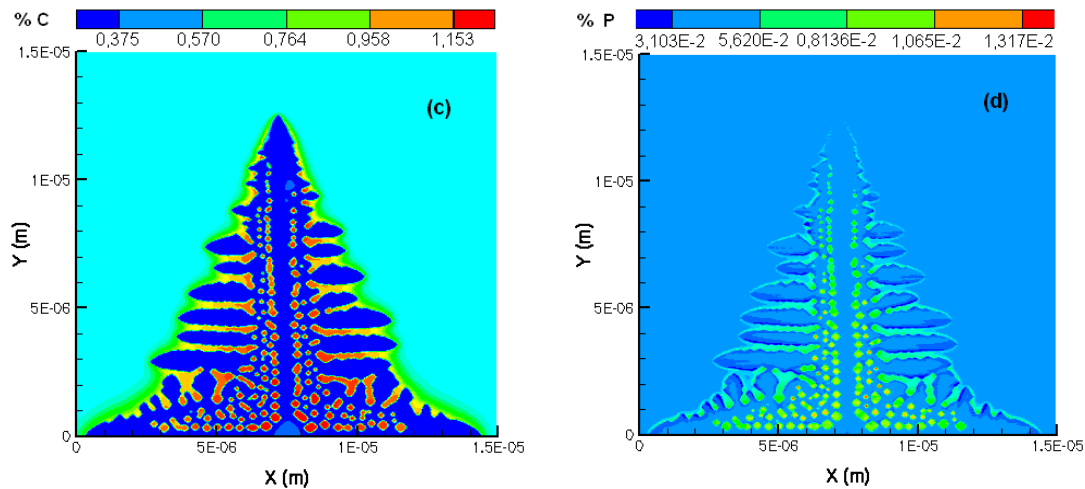


Figura 5 – Campo de concentrações de soluto de carbono e fósforo. Para a liga com 0,5% de C e 0,01% de P Fig. 5.(a) e 5.(b), para a liga com 0,5% de C e 0,02% de P Fig. 5.(c) e 5.(b).

O objetivo dessa simulação é fazer um estudo sobre a forma da dendrita para diferentes teores de fósforo. No entanto, dobrando o teor de fósforo da liga a forma da dendrita permaneceu praticamente inalterada. Portanto, não ocorreram mudanças significativas na espessura dos braços da dendrita ou na forma da dendrita gerada na simulação. No próximo item faremos um estudo em relação à velocidade de avanço da ponta da dendrita para diferentes teores de fósforo.

3.3 Influências dos Teores de Fósforo sobre a Velocidade de Solidificação

Nesta simulação, as condições iniciais e de contorno são as mesmas adotadas no item anterior com exceção dos teores de fósforo que foram modificados. Os resultados dessa simulação são mostrados na figura a seguir:

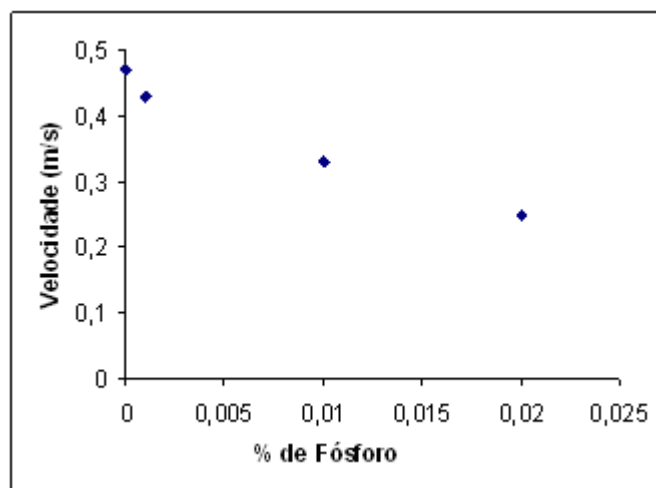


Figura 6 – Velocidade da ponta da dendrita versus teor de fósforo.

A relação entre a velocidade da ponta da dendrita e o teor de fósforo é apresentada na Figura 6. Nessa figura pode-se observar que a velocidade de avanço da ponta da dendrita diminui com o aumento do teor de fósforo. Isto se deve ao fato do fósforo diminuir a mobilidade da interface, atuando como uma barreira para o avanço da mesma.

4 CONCLUSÕES

Os resultados mostram dendritas semelhantes às encontradas em experimentos/literaturas, com seus braços primários e secundários. Durante o processo de solidificação solutos de carbono e fósforo são aprisionados entre os braços secundários. Este aprisionamento tem como consequência a diminuição da temperatura de solidificação nessas regiões, portanto esses pontos levarão um tempo maior para solidificarem. Devido a difusividade do carbono ser maior quando comparado ao fósforo, as simulações apresentam uma camada difusa mais espessa para o carbono. No último item, pode-se concluir que o fósforo afeta a mobilidade da interface sólido/líquido.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Federal Fluminense pelo suporte financeiro e a estrutura necessária para o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- 1 Caginalp, G.; Fife, P. Phase-Field Methods for Interface Boundaries. *Physical Review B*, Vol. 33, pp. 7792-7794, 1986.
- 2 Kobayashi R. Modeling and Numerical Simulations of Dendritic Crystal Growth. *Physica D*, vol. 63, pp.410-423, 1993.
- 3 Kim, S. G., Kim W. T., Lee J. S., Ode, M., Suzuki, T. Large Scale Simulation of Dendritic Growth in Pure Undercooled Melt by Phase-Field Model. *ISIJ International*, vol. 39, no. 4, pp.335-340.
- 4 Furtado, A. F.; Castro, J. A.; Silva, A. J. Simulation of the Solidification of Pure Nickel Via the Phase-field Method. *Materials Research*, vol. 9, no. 4, pp. 349-356, 2006.
- 5 Furtado, A. F.; Castro, J. A.; Silva, A. J. Simulação do Processo de Crescimento Dendrítico através do Método do Campo de Fase. In: Congresso em Ciência de Materiais do Mercosul, 2004, Joinville. Santa Catarina: SULMAT2004.
- 6 Lee, J. S.; Suzuki, T. Numerical Simulation of Isothermal Dendritic Growth by Phase-Field Model. *ISIJ International*, vol. 39, 1999, n^o. 3, pg. 246-252.
- 7 Ode, M.; Suzuki, T. Numerical Simulation of Initial Evolution of Fe-C Alloys Using a Phase-Field Model. *ISIJ International*, vol. 42, 2002, n^o.4, pg. 368-374.
- 8 Furtado, A. F.; Castro, J. A.; Silva, A. J. Simulação do crescimento dendritico durante o processo de solidificação num sistema líquido preenchido com uma liga Fe-C super-resfriado. In: 60^o CONGRESSO ANUAL DA ABM, 2005, Belo Horizonte. Minas Gerais: ABM.
- 9 Furtado, A. F.; Castro, J. A.; Silva, A. J. Simulação do crescimento dos nódulos de grafita em ferro fundido pelo método do campo de fase. In: 61^o CONGRESSO ANUAL DA ABM, 2006, Rio de Janeiro. RJ: ABM, p.2592-2601.
- 10 Furtado, A. F.; Passos, S. R. M.; Martins A. A. R.; Silva, A. L. V. C. Formulação e avaliação de modelo para a previsão de manganês e fósforo no fim de sopro em conversor de sopro combinado. In: XXXIII SEMINÁRIO DE FUSÃO, REFINO E SOLIDIFICAÇÃO DOS METAIS, 2002, Santos. SP: ABM, p. 111-119.
- 11 Furtado, A. F. Modelamento do Processo de Solidificação e Formação de Microestrutura pelo Método do Campo de Fase. Tese de doutorado apresentado ao programa de pós graduação em engenharia metalúrgica UFF/EEIMVR – Volta Redonda – RJ – Brasil, 2005.
- 12 Ode, M., Lee J. S., Kim S. G., Kim W. T., Suzuki T. Phase-field model for solidification of ternary alloys. *ISIJ International*, vol. 40, 2000, n^o.4, pg. 870-876.