

A HIPÓTESE DA DENSIDADE DE ENERGIA DE DEFORMAÇÃO EQUIVALENTE MODIFICADA PARA ESTIMAR O LIMITE DE FADIGA EM ENTALHES AFIADOS ¹

*Jorge Alberto Rodríguez Durán²
Gustavo Borges Amorim³
Luiz Carlos Rolim Lopes²*

Resumo

Neste trabalho se discutem as principais metodologias atualmente em uso para o cálculo do fator de concentração das tensões em fadiga. Em entalhes afiados o limite de fadiga deve ser calculado pelos métodos da mecânica da fratura linear elástica. Nestes casos é possível prever o limite de fadiga da peça comparando o limiar de propagação das trincas que surgem no fundo destes entalhes com a gama do fator de intensidade das tensões aplicado. No trabalho apresenta-se também uma modificação da hipótese da densidade de energia equivalente para o cálculo dos campos de tensões em entalhes afiados. Como forma de aferição desta metodologia, a média prevista da gama das tensões até certa distância crítica se compara então com o limite de fadiga do material para diferentes geometrias de entalhes afiados. Os resultados mostram previsões conservativas para entalhes com elevadas concentrações das tensões e não conservativas para entalhes menos severos, porém ainda afiados.

Palavras-chave: Fadiga de alto ciclo; Trincas curtas.

THE EQUIVALENT STRAIN ENERGY DENSITY HYPOTHESIS MODIFIED FOR ESTIMATE THE FATIGUE LIMIT IN SHARP NOTCHES

Abstract

In this paper, the main methodologies currently in use for calculating the fatigue stress concentration factor are discussed. In sharp notches the fatigue limit should be calculated by the linear elastic fracture mechanics methods. In these cases it is possible to predict the fatigue limit by comparing the threshold of cracks that appear at the background of these notches with the stress intensity factor applied. The paper deals too with a modified equivalent energy density hypothesis for the calculation of stress fields in sharp notches. As a way of gauging this methodology, the average range of predicted stresses to a certain critical distance is then compared with the material's fatigue limit for different geometries of sharp notches. The results show conservative predictions for notches with high stress concentrations and non-conservative predictions for notches less severe but still sharps.

Key words: High cycle fatigue; Short cracks.

¹ *Contribuição técnica ao 63º Congresso Anual da ABM, 28 de julho a 1º de agosto de 2008, Santos, SP, Brasil*

² *Professor Adjunto, Universidade Federal Fluminense.*

³ *Doutorando, Universidade Federal Fluminense.*

1 INTRODUÇÃO

O princípio da similitude parte da idéia de que dois pontos de um sólido submetido a carregamento externo, que podem ser o ponto de um espécime de laboratório e o ponto de uma peça, terão igual comportamento desde que solicitados por as mesmas tensões. Trata-se de um princípio largamente utilizado no projeto mecânico de peças e estruturas sob os mais diversos estados de tensões.

A fadiga dos materiais é um mecanismo de falha mediante o qual, no(s) ponto(s) crítico(s), devido às gamas de tensões e deformações atuantes, uma trinca pode surgir e posteriormente se propagar até provocar a perda completa da funcionalidade da peça ou estrutura. Quando a fadiga ocorre sob gamas de tensões locais $\Delta\sigma$ supostamente elásticas o projeto se baseia nas relações entre estas tensões e o número de ciclos para a iniciação da trinca N_f . Este é o tradicional método de projeto à fadiga conhecido como SN_f , amplamente aceito pela comunidade científica. Nestes casos o limite de fadiga do material $\Delta\sigma_o$, medido em espécimes lisos e posteriormente modificado para levar em conta as reais condições de serviço do componente, serve como parâmetro para utilizar o princípio de similitude e garantir o projeto seguro contra este mecanismo de falha.

Em muitas situações os pontos críticos ocorrem em concentradores das tensões. Se as tensões locais não forem suficientes para provocar o escoamento cíclico localizado, isto é, se o método SN_f for aplicável, o limite de fadiga (sempre expresso como uma tensão nominal) deverá ser diminuído K_t vezes (já que as tensões locais são K_t vezes maiores), onde K_t é o fator de concentração das tensões. Testes de fadiga para K_t 's crescentes mantendo a profundidade do entalhe "a" constante (e por tanto diminuindo o raio do entalhe ρ), indicam uma queda brusca do limite de fadiga do espécime entalhado $\Delta\sigma_{th}$ até certo valor K_t^* , como mostrado na Figura 1. Estes resultados indicam que o verdadeiro limite de fadiga $\Delta\sigma_{th}$ em entalhes afiados (alto K_t) é um pouco maior do que o esperado pela simples redução $\Delta\sigma_o/K_t$. Para quantificá-lo surgiu o conceito de fator de concentração das tensões em fadiga $K_f = \Delta\sigma_o/\Delta\sigma_{th}$. Deve-se lembrar que tanto o $\Delta\sigma_o$ como o $\Delta\sigma_{th}$ são limites de fadiga e conseqüentemente o K_f é apenas definido para vida infinita. Para $K_t > K_t^*$ o limite de fadiga passa a ser controlado pelo campo de tensões $\Delta\sigma(r, \Delta K(a, \Delta\sigma_n))$, onde "r" é a distância a partir do fundo da trinca/entalhe e "K" é o fator de intensidade das tensões da mecânica da fratura linear elástica MFLE, e não mais pela tensão local máxima.

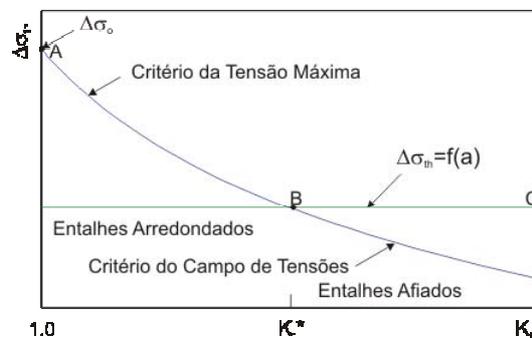


Figura 1 – Limite de fadiga $\Delta\sigma_{th}$ versus o fator teórico de concentração das tensões K_t para entalhes de profundidade constante e raio do entalhe ρ variável.⁽¹⁾

Começando com os trabalhos pioneiros de Neuber⁽²⁾ e Peterson,⁽³⁾ diversas metodologias foram desenvolvidas nas últimas décadas para tratar do problema dos

entalhes em fadiga. O problema ainda não foi completamente esclarecido e vem sendo objeto de intensa pesquisa nos últimos anos,^(1,4,5) principalmente pelas implicações econômicas que resultam de um sobre dimensionamento durante o projeto ao se utilizar K_t no lugar do K_f em entalhes afiados. Neste trabalho se discutem algumas metodologias para o cálculo do fator de concentração das tensões em fadiga e se procede à modificação da hipótese da densidade de energia equivalente para calcular os campos de tensões na frente de entalhes afiados.

2 METODOLOGIAS DE CÁLCULO DO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DAS TENSÕES EM FADIGA K_f

As diferenças entre K_f e K_t são principalmente atribuídas ao gradiente das tensões $d\Delta\sigma(r)/dr$ no ponto crítico da peça. Se este ponto crítico está localizado em uma superfície plana ou no fundo de um entalhe arredondado o valor da tensão máxima na superfície ($r = 0$) define o limite de fadiga $\Delta\sigma_0$ e nestes casos $\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_0/K_t$. O fator de concentração das tensões K_t depende da geometria do entalhe e do tipo de carregamento, podendo ser encontrado em manuais⁽⁶⁾ ou calculado por técnicas numéricas como o método dos elementos finitos.

Para entalhes afiados com elevados gradientes das tensões ($d\Delta\sigma(r)/dr \ll 0$), as teorias clássicas de Peterson e Neuber consideram que o material não seria sensível às tensões locais máximas e sim a uma tensão média em uma região bem pequena, porém finta, na frente do entalhe, chamada de zona de processamento (z_p) ou distância crítica. O limite de fadiga do material com este tipo de entalhe afiado será $\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_0/K_f$.

A metodologia clássica para tratar da concentração das tensões em fadiga baseia-se no *fator de sensibilidade ao entalhe* “q”, definido pela equação:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad \text{Eq. 1}$$

onde q varia entre zero (resultando em $K_f = 1$ ou mínima sensibilidade) e a unidade (resultando em $K_f = K_t$ ou máxima sensibilidade). As expressões para o K_f propostas por Peterson e Neuber são:

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{c_P}{\rho}} \quad \text{Peterson} \quad \text{Eq. 2}$$

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{c_N}{\rho}}} \quad \text{Neuber} \quad \text{Eq. 3}$$

onde c_P e c_N são constantes que dependem da resistência à tração S_u do material e ρ é o raio da ponta do entalhe.

Mais recentemente a teoria de Neuber foi atualizada mediante a observação de Tanaka⁽⁷⁾ de que, no caso limite de uma trinca, a distância crítica pode ser calculada como $2a_0$ onde a_0 (Eq. 4) é o comprimento de trinca de referência de El-Haddad et

al.,⁽⁸⁾ um parâmetro do material utilizado para definir a transição entre trincas curtas e longas.

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 \quad \text{Eq. 4}$$

Estas trincas (curtas ou longas) estão referidas a uma metodologia alternativa na análise do efeito $K_f < K_t$ em entalhes afiados. De acordo com esta metodologia as trincas curtas que surgem nestes entalhes mais não conseguem crescer (chamadas de *trincas não propagantes* TNP's) seriam as responsáveis pela definição do limite de fadiga. O comportamento das trincas curtas e a sua relação com o limite de fadiga podem ser analisados a partir de uma perspectiva de trincas longas com a ajuda do conhecido diagrama de Kitagawa (KT)⁽⁹⁾ (Figura 2).

Este diagrama mostra a variação do limite de fadiga para certa razão de carga $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ com o tamanho da trinca no entalhe. A inclinação da linha no lado direito do diagrama KT é constante e igual a -0.5 , o que corresponde a uma gama do fator de intensidade das tensões constante e independente do tamanho da trinca:

$$\Delta \sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{F \sqrt{\pi a}} \quad \text{Eq. 5}$$

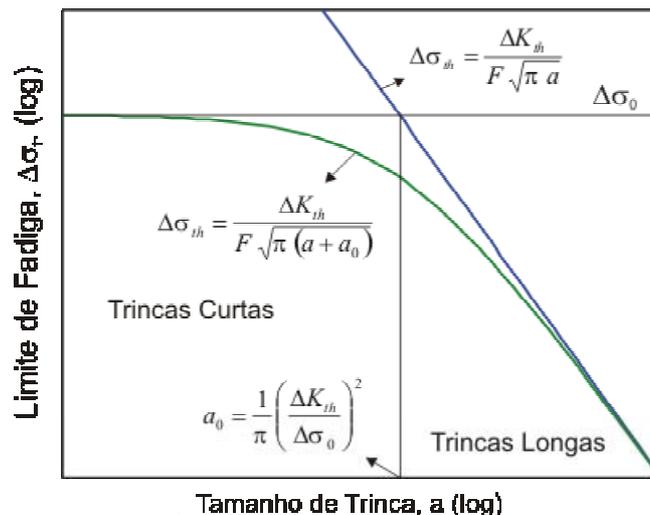


Figura 2 – O diagrama de Kitagawa⁽⁹⁾ mostrando o limite de fadiga na presença de trincas curtas e longas no fundo dos entalhes.

Onde ΔK_{th} é o limiar de propagação de trincas longas, uma propriedade do material que depende fortemente da razão de carga R e “ F ” é o fator de geometria da MFLE. Os dados experimentais no diagrama KT seguem uma transição gradual desde o limite de fadiga de espécimes lisos $\Delta\sigma_0$ até o limite de fadiga de espécimes fragilizados por um tamanho de trinca maior $\Delta\sigma_{th}$, ou seja, não correspondem exatamente aos segmentos AB e BC da Figura 2. Esta inconsistência foi eliminada por El-Haddad et al.⁽⁸⁾ incrementando o verdadeiro tamanho das trincas na Eq. 5 pelo parâmetro a_0 que corresponde à interseção das retas de ΔK_{th} e $\Delta\sigma_0$ no diagrama KT:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{F \sqrt{\pi(a+a_0)}} \quad \text{Eq. 6}$$

A Eq. 6 aproxima assintoticamente as duas retas do diagrama KT e reproduz os resultados experimentais. Pode-se pensar em substituir a reta inclinada do diagrama KT (que corresponde a um valor constante ΔK_{th}) por uma curva que corresponda a um limiar de propagação reduzido para trincas curtas $\Delta K_{th,a}$, que seria função do próprio tamanho dessa trinca curta, o que equivale a:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th,a}}{F \sqrt{\pi a}} \quad \text{Eq. 7}$$

Nesse caso a transição que reproduz os dados experimentais entre os dois limiares de propagação do digrama KT sugere a seguinte interpretação do $\Delta K_{th,a}$:

$$\Delta K_{th,a} = \Delta K_{th} \sqrt{\frac{a}{a+a_0}} \quad \text{Eq. 8}$$

A equação 8 representa o limiar das trincas curtas necessário para obter uma curva $\Delta\sigma_{th} \times \Delta K_{th,a}$ no diagrama KT, ou algebricamente, a expressão $\Delta K_{th,a} = f(\Delta K_{th}, a)$ que, quando substituída em 7 retorna o comportamento representado pela equação 6.

Em entalhes afiados onde surgem TNPs o limite de fadiga pode ser previsto de acordo com o método da curva de resistência.^(6,9) Neste caso se plota a equação 8 para um dado material (ΔK_{th} conhecido) em função do tamanho da trinca “a” e determina-se a tensão nominal necessária que provoca um ΔK aplicado maior do que o $\Delta K_{th,a}$, ou seja, a tensão nominal que faz com que a trinca deixe de ser não propagante. Esta tensão nominal será o limite de fadiga $\Delta\sigma_{th}$ previsto pela curva de resistência.

Como $K_f = \Delta\sigma_0/\Delta\sigma_{th}$, a metodologia baseada na MFLE (especificamente a combinação das equações 4 e 6) fornece a seguinte expressão empírica para o fator de concentração das tensões em fadiga:

$$K_f = \frac{\Delta\sigma_0}{\Delta\sigma_{th}} = \frac{\frac{\Delta K_{th}}{F \sqrt{\pi a_0}}}{\frac{\Delta K_{th}}{F \sqrt{\pi(a+a_0)}}} = \sqrt{\frac{(a+a_0)}{a_0}} = \sqrt{\frac{a}{a_0} + 1} \quad \text{Eq. 9}$$

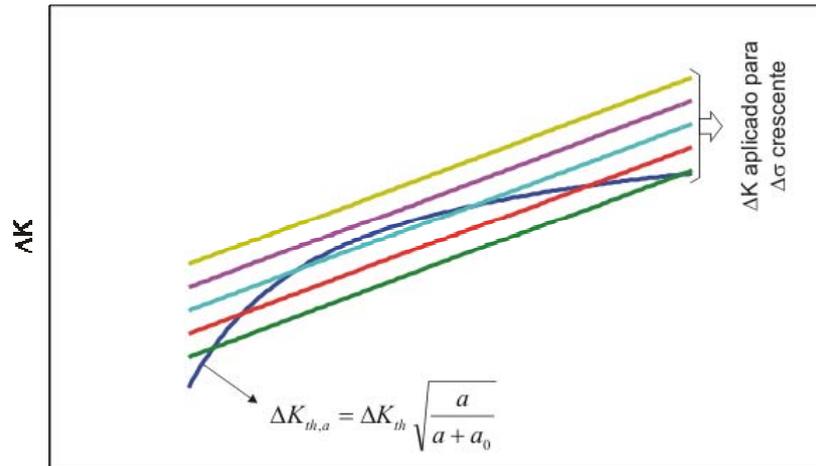


Figura 3 – Uma curva de resistência típica para uma trinca curta no fundo de um entalhe profundo. Os diversos ΔK 's aplicados para diferentes níveis de tensão permitem identificar o limite de fadiga $\Delta\sigma_{th}$ como aquela tensão nominal que provoca um ΔK maior que o limiar de propagação da trinca curta.

Taylor⁽¹⁰⁾ recentemente forneceu um fundamento teórico à equação 9, até então puramente empírica. Utilizando o conhecido princípio da superposição, Taylor calculou uma gama do fator de intensidade das tensões ΔK_{CL} que seria função da tensão local média nas faces da trinca $\Delta\sigma_{avg}$, e não da tensão nominal, como costumeiramente aparece na expressão do ΔK . Ao substituir o $\Delta\sigma_{avg}$ pelo limite de fadiga do material $\Delta\sigma_0$ e o tamanho de trinca “a” pelo valor de $2a_0$ na expressão do ΔK_{CL} e comparar com o valor de $\Delta K_{th,2a_0}$, de El-Haddad, por exemplo, Taylor observou relações próximas da unidade entre estes parâmetros, principalmente para entalhes afiados tipo trincas. Isto demonstra que quando a tensão média é igual ao limite de fadiga na distância $2a_0$, a trinca de tamanho $2a_0$ no fundo do entalhe experimenta o seu limiar de propagação e qualquer valor superior a $\Delta\sigma_0$ faz com que a mesma se propague.

A filosofia de projeto subjacente aos três métodos analisados (da distância crítica de Peterson e Neuber, equações 2 e 3, e da MFLE, equação 9) está baseada no fato de que dois entalhes/trincas terão o mesmo comportamento (testes/serviço) desde que solicitados pelos mesmos campos de tensões.

3 A HIPÓTESE DA DENSIDADE DE ENERGIA EQUIVALENTE (HDEE) PARA O CÁLCULO DOS CAMPOS DE TENSÕES EM ENTALHES

A tensão na ponta de um entalhe com alto K_t não pode ser calculada pela solução elástica $K_t \sigma_n$. Em 1985 Glinka⁽¹¹⁾ propôs uma solução aproximada para resolver este problema. A solução está baseada na idéia de que a densidade da energia na ponta do entalhe, calculada a partir da tensão elastoplástica W_σ é a mesma que àquela calculada a partir da tensão elástica W_S , ou seja, $W_S = W_\sigma$. Para carregamento alternado o método de Glinka consiste em calcular a amplitude das tensões locais σ_a para certo carregamento nominal σ_{an} e fator K_t , de acordo com a seguinte equação:

$$\frac{(k_t \sigma_{an})^2}{2E} = \frac{\sigma_a^2}{2E} + \frac{\sigma_a}{(n'+1)} \left(\frac{\sigma_a}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad \text{Eq. 10}$$

Onde H' e n' são o coeficiente e expoente de encruamento cíclico, respectivamente. Neste trabalho propõe-se uma modificação do método de Glinka de forma que possa ser estimado o campo de tensões (em tensão plana) na frente do entalhe e *não apenas a tensão na ponta do mesmo*. A densidade de energia de deformação elástica W_S em termos da amplitude das tensões principais e em tensão plana é:⁽¹²⁾

$$W_S = \frac{1}{2E} (\sigma_{1ae}^2 + \sigma_{2ae}^2 - 2\nu \sigma_{1ae} \sigma_{2ae}) \quad \text{Eq. 11}$$

Onde os subscritos “a” e “e” indicam uma tensão amplitude e elástica, respectivamente. Devemos lembrar que existe uma estreita relação entre as análises da concentração das tensões e das trincas,⁽¹³⁾ esta última realizada pela mecânica da fratura. No plano do entalhe/trinca e de acordo com a solução elástica de Irwin⁽¹⁴⁾, em tensão plana, as duas tensões atuantes são iguais e principais, o que permite escrever a equação 11 como:

$$W_S = \frac{(1-\nu)}{E} \sigma_{1ae}^2 \quad \text{Eq. 12}$$

Em tensão plana e no plano da trinca, uma equação para o tamanho da zona plástica de um material com encruamento parabólico foi deduzida por Rice⁽¹⁵⁾ e Schwalbe⁽¹⁶⁾ como sendo $2/(1+n')$ vezes o tamanho da zona plástica teórica. Esta correção do tamanho da zona plástica para um material que encrua provoca um deslocamento da curva da solução elástica de Irwin para a direita, ou seja, um incremento do campo das tensões na ponta da trinca/entalhe por um fator de $\sqrt{2/(1+n')}$, o que se reflete no cálculo da W_S :

$$W_S = \sqrt{\frac{2}{(1+n')}} \frac{(1-\nu)}{E} \sigma_{1ae}^2 \quad \text{Eq. 13}$$

Por enquanto deixemos o W_S em função de σ_{1ae} , que pela sua vez é função de K_a (amplitude do fator de intensidade das tensões) e r (distância desde a ponta da trinca/entalhe). O termo W_σ tem uma simples interpretação geométrica: é a área sob a curva $\sigma_a \times \varepsilon_a$ desde que esta curva represente o verdadeiro comportamento do material para o estado das tensões atuante. Em tensão plana e para carregamento proporcional, de acordo com a teoria deformacional da plasticidade, é possível obter uma relação⁽¹⁷⁾ entre a amplitude das tensões e deformações principais (valores elastoplásticos reais) para materiais que encruam de acordo com a equação de Ramberg-Osgood:

$$\varepsilon_{1a} = (1-\lambda\nu) \frac{\sigma_{1a}}{E} + (1-0.5\lambda) (1-\lambda+\lambda^2)^{\frac{1-n'}{2n'}} \left(\frac{\sigma_{1a}}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad \text{Eq. 14}$$

Na equação 14 λ é a relação entre as tensões principais $\lambda = \sigma_{2a}/\sigma_{1a}$. Cada ponto no interior do sólido terá um comportamento de acordo com a equação 14, mostrada

esquemáticamente na Figura 4. Como a curva $\sigma_a \times \varepsilon_a$ está na forma $\varepsilon_a = f(\sigma_a)$ é necessário primeiramente calcular a energia complementar W_{σ}^* :

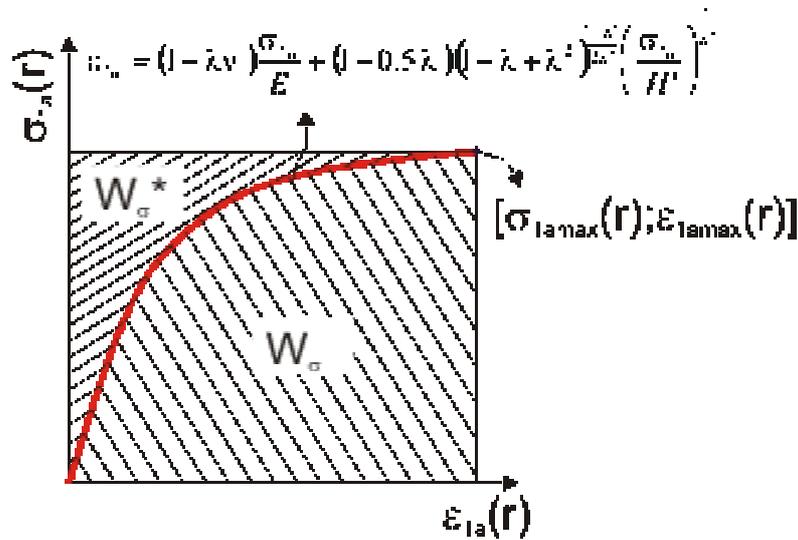


Figura 4 – Densidade de energia elasto-plástica W_{σ} e complementar W_{σ}^* em cada ponto no interior do sólido (r fixo), para carregamento cíclico. O comportamento do material está em concordância com a teoria deformacional da plasticidade.

$$W_{\sigma}^* = \int_0^{\sigma_{1a \max}(r)} \varepsilon_{1a}(r) d\sigma_{1a}(r) \quad \text{Eq. 15}$$

Em carregamento proporcional λ não varia com $d\sigma_{1a}(r)$. Substituindo 14 em 15 e integrando obtém-se:

$$W_{\sigma}^* = (1 - \lambda \nu) \frac{\sigma_{1a \max}^2(r)}{2E} + \frac{n'(1 - 0.5 \lambda) (1 - \lambda + \lambda^2)^{\frac{1-n'}{2n'}}}{(1 + n') H'^{1/n'}} \sigma_{1a \max}^{\frac{1}{n'}+1}(r) \quad \text{Eq. 16}$$

Onde ν é o coeficiente de Poisson. Na Figura 4 a área total para máxima amplitude será:

$$\sigma_{1a \max}(r) \cdot \varepsilon_{1a \max}(r) = W_{\sigma} + W_{\sigma}^* \quad \text{Eq. 17}$$

O valor de $\varepsilon_{1a \max}(r) = f(\sigma_{1a \max}(r))$ está dado pela equação 14, enquanto que $W_{\sigma}^* = f(\sigma_{1a \max}(r))$ pela equação 16. Após substituir e manipular as expressões obtém-se uma equação para a densidade de energia elasto-plástica W_{σ} no plano da trinca/entalhe em tensão plana:

$$W_{\sigma} = \frac{(1 - \lambda \nu)}{2E} \sigma_{1a \max}^2(r) + \frac{(1 - 0.5 \lambda) (1 - \lambda + \lambda^2)^{\frac{1-n'}{2n'}}}{(1 + n')} \sigma_{1a \max}(r) \left(\frac{\sigma_{1a \max}(r)}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad \text{Eq. 18}$$

A equação 18 se reduz, como esperado, ao membro direito da equação 10 para o estado uniaxial de tensões ($\lambda = 0$) existente na ponta da trinca ($r = 0$). Aplicando a hipótese da densidade de energia equivalente $W_S = W_{\sigma}$ ou seja, igualando as

equações 13 e 18 obtém-se uma expressão para a amplitude dos campos de tensões elasto-plásticas $\sigma_{1\text{amax}}(r) = \Delta\sigma_{1\text{max}}/2(r)$ no interior do entalhe:

$$\sqrt{\frac{2}{(1+n')}} \frac{(1-\nu)}{E} \sigma_{1ae}^2 = \frac{(1-\lambda\nu)}{2E} \sigma_{1a\text{max}}^2(r) + \dots$$

$$\dots + \frac{(1-0.5\lambda)(1-\lambda+\lambda^2)^{\frac{1-n'}{2n'}}}{(1+n')} \sigma_{1a\text{max}}(r) \left(\frac{\sigma_{1a\text{max}}(r)}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}}$$

Eq. 19

Mediante o procedimento descrito em ⁽¹⁸⁾ é possível obter uma expressão para a amplitude da tensão elástica σ_{1ae} em função de K_a e r ($r > \rho/2$, onde ρ é o raio da ponta do entalhe/trinca), o que possibilita que a equação 19 passe a ser função do K_a :

$$\sigma_{1ae}(r) = \frac{K_a}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \frac{2}{r} \frac{K_a^2}{\pi E S_y} \sqrt{\frac{1}{2(n'+1)}} \right)$$

Eq. 20

Um pequeno código em Maple8.0TM permite calcular as tensões $\sigma_{1\text{amax}}(r)$ da equação 19 para o K_a aplicado no entalhe, considerando este último como uma trinca, e para diferentes valores da relação λ .

4 APLICAÇÃO DA HDEE MODIFICADA A ENTALHES AFIADOS

Uma forma interessante de verificar as previsões dos campos de tensões previstos pela HDEE modificada consiste em utilizar resultados de testes de fadiga da literatura considerando a validade do método da distância crítica. De acordo com este método a tensão média desde a ponta do entalhe até a distância crítica $2a_0$ corresponde ao limite de fadiga do material $\Delta\sigma_0$. Assim, pode-se aferir a HDEE modificada comparando a média das tensões previstas (equação 21) para $\rho/2 < r < 2a_0$ e para diferentes valores de λ , com o $\Delta\sigma_0$.

$$\Delta\sigma_{1\text{med}} = \frac{1}{2a_0} \int_{\rho/2}^{2a_0} \Delta\sigma_{1\text{max}} dr$$

Eq. 21

Alguns detalhes são importantes para obter uma comparação confiável. Primeiramente as tensões previstas pela HDEE modificada devem ser calculadas para o ΔK atuante no entalhe/trinca. A mecânica da fratura e o seu parâmetro mais importante, o K , só fazem sentido em entalhes tipo trincas. Por este motivo apenas dados de fadiga em geometrias com elevados K_t 's devem ser utilizados. O limite de fadiga do material com entalhe, ou seja, a tensão nominal atuante $\Delta\sigma_{\text{th}}$ deve estar disponível para calcular o ΔK . O limiar de propagação do material ΔK_{th} para a razão de carga R dos testes também deve estar entre os dados experimentais, pois a distância crítica $2a_0$ depende da relação entre este parâmetro e o limite de fadiga (equação 4). Por último, são necessárias também as propriedades cíclicas H' e n' dos materiais testados.

Os dados experimentais foram extraídos do trabalho de Atzori et al.⁽⁵⁾ Correspondem a três geometrias diferentes de espécimes entalhados: 1) barra cilíndrica com

entalhe em V circunferencial, 2) chapa plana com entalhe duplo nas bordas e 3) chapa plana com furo elíptico central. A Tabela 1 mostra o tipo de carregamento, o K_t , o $\Delta\sigma_{th}$ e o ΔK aplicado em cada geometria. Os materiais envolvidos também foram três e as propriedades dos mesmos se mostram na Tabela 2.

Tabela 1 – Dados geométricos e de carregamento dos testes de referência.⁽⁵⁾

Identificação	Mat.	Geometria	Carregamento	K_t	$\Delta\sigma_{th}$ [MPa]	ΔK [MPa.m ^{1/2}]
1	1	1	Flexão Rotativa	23,2	61	2,02
2	1	1	Flexão Rotativa	50,4	63,5	2,1
3	2	1	Flexão Rotativa	24	68,8	5,62
4	2	1	Flexão Rotativa	17,1	70	5,72
5	2	2	Axial	14,9	84,1	11,4
6	2	2	Axial	9,75	90,9	12,4
7	3	3	Axial	9,78	95,3	9,4

Tabela 2 – Propriedades dos materiais dos testes de referência.⁽⁵⁾

Material	S_y [MPa]	$\Delta\sigma_o$ [MPa]	ΔK_{th} [MPa.m ^{1/2}]	R	a_o [μ m]	H' [MPa]	n'
1) Aço 0,45 % C, recozido	364	582	8,1	-1	61	1258	0,208
2) Aço 0,15 % C	340	420	12,8	-1	296	1058	0,24
3) Aço SM41B	194	326	12,36	-1	457	1058	0,24

A Figura 5 mostra o resultado da aplicação da HDEE modificada para o cálculo dos campos de tensões em entalhes afiados correspondentes às geometrias e materiais descritos nas tabelas 1 e 2. Para cada λ calcula-se a média $\Delta\sigma_{1med}$ das gamas previstas até a distância $2a_o$ pela equação 21. Os resultados são apresentados na forma adimensional $\Delta\sigma_{1med}/\Delta\sigma_o$. Um valor igual à unidade desta relação corresponderia a uma previsão exata do limite de fadiga do material pela HDEE modificada, aceitando a validade do método da distância crítica e a qualidade dos dados experimentais.

5 DISCUSSÃO

Devemos notar que a base da idéia de aferir a HDEE modificada está no método da curva de resistência (Figura 3) para estimar o limite de fadiga. Se o entalhe for afiado este limite será definido pelo comportamento das trincas curtas não propagantes. O ΔK necessário para as previsões pela HDEE modificada se calcula utilizando a tensão nominal atuante no instante da iniciação da macro-trinca (ou da propagação da micro-trinca de tamanho $2a_o$). Esta tensão corresponde ao limite de fadiga do espécime entalhado $\Delta\sigma_{th}$. O tamanho de trinca “a” utilizado no cálculo do ΔK corresponde à profundidade do entalhe e não à distância crítica. Como a trinca de tamanho $2a_o$ está prestes a ser tratada como macro-trinca, a aplicação de um $\Delta K < \Delta K_{th}$ vai retornar valores de $\Delta\sigma_{1med}/\Delta\sigma_o < 1$ e viceversa. Esta situação independe da severidade do entalhe em termos do K_t , como pode ser visto na Figura 5 e analisando as Tabelas 1 e 2. É possível observar que as curvas com resultados não-conservativos $\Delta\sigma_{1med}/\Delta\sigma_o > 1$ na Figura 5 correspondem a previsões onde o ΔK aplicado foi bem próximo do ΔK_{th} . Uma parcela do erro nas previsões pode ser debitada sem dúvidas na qualidade dos cálculos do ΔK . Estes cálculos não dependem apenas da solução de K disponível para a geometria em questão, mas

podem depender também, por exemplo, da utilização de soluções elásticas para o cálculo dos esforços internos a partir das tensões.

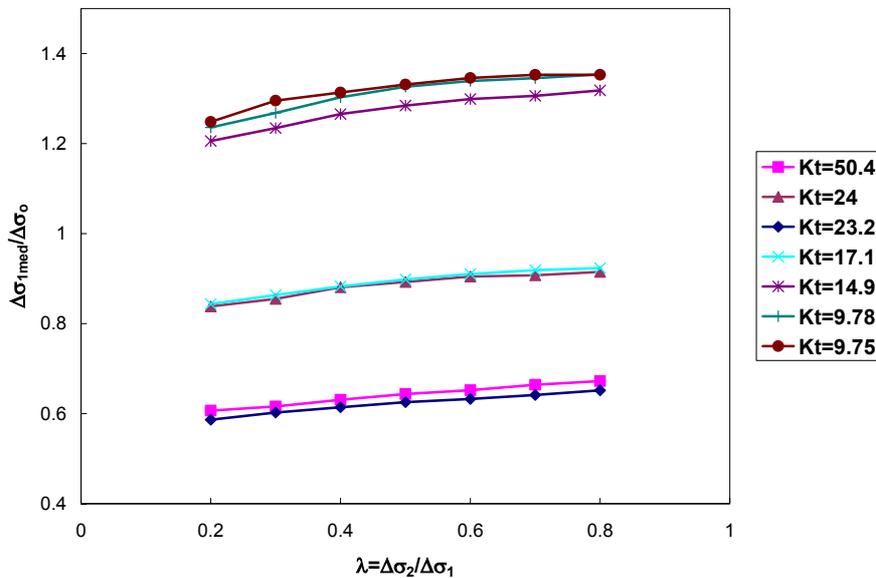


Figura 5 – Relação entre as gamas das tensões médias $\Delta\sigma_{1med}$ previstas pela HDEE modificada até a distância crítica $2a_0$ e o limite de fadiga do material $\Delta\sigma_0$ para diferentes razões λ . Os dados experimentais de referência foram tomados da literatura⁽⁵⁾ e correspondem a testes com diferentes combinações de geometria, material e carregamento.

Um outro fator que não deve ser esquecido ao analisar a Figura 5 é o fato de que o limite de fadiga de alto ciclo dos materiais $\Delta\sigma_0$ é um parâmetro que exibe uma dispersão razoável e que as previsões pela HDEE modificada estão entre -40 % e 40 % de $\Delta\sigma_0$.

O parâmetro λ não parece influenciar significativamente na qualidade das previsões. A escolha da faixa $0,2 < \lambda < 0,8$ para obter as previsões foi influenciada por simulações numéricas em trincas que retornaram valores entre estes limites. Como era de se esperar, um aumento de λ , ou equivalentemente, um aumento da gama $\Delta\sigma_2$ para um $\Delta\sigma_1$ fixo aumenta ligeiramente a rigidez e a dificuldade de escoamento do material e as tensões crescem.

Como na totalidade dos exemplos estudados a distância crítica $2a_0 > 2CTOD$, onde CTOD é a abertura crítica de trinca, a validade da metodologia modificada foi estendida além do limite de $2CTOD$ imposto pela solução elástica de Creager & Paris,⁽¹⁹⁾ utilizada no seu desenvolvimento.

6 CONCLUSÕES

O trabalho discutiu o problema dos entalhes afiados em fadiga e a importância de uma adequada correção do limite de fadiga do material liso. Foi desenvolvida uma metodologia para o cálculo dos campos de tensões em entalhes afiados tipo trincas. A aferição desta metodologia se fez baseada em dados experimentais de fadiga em vários materiais e geometrias. Para isto foi utilizando um procedimento relativamente pouco comum que consistiu em verificar se os resultados das previsões dos campos de tensões satisfaziam os requerimentos da teoria da distância crítica. Os resultados foram considerados razoáveis e os erros nas previsões foram principalmente

atribuídos a imprecisões no cálculo do fator de intensidade das tensões e nas medições do limite de fadiga.

REFERÊNCIAS

- 1 Atzori, B. Lazzarin, P. (2000). "Notch sensitivity and defect sensitivity under fatigue loading: Two sides of the same medal". *International Journal of Fracture*: 107, L3-L8.
- 2 Neuber, H. (1958). "Theory of notch stresses". Springer, Berlin.
- 3 Peterson R.E. (1959). "Notch sensitivity". In: Sines G, Waisman JL, editors. *Metal Fatigue*. New York: MacGraw-Hill. p. 293–306.
- 4 Lawson, L. Chen, E.Y. Meshii, M. (1999). "Near-threshold fatigue: a review". *International Journal of Fatigue*, vol. 21, S15-S34.
- 5 Atzori, B., Lazzarin, P., Meneghetti, G. (2003). "Fracture mechanics and notch sensitivity". *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 26, 257-267.
- 6 Peterson, R.E. (1974). "Stress concentration Factors". Wiley, New York.
- 7 Tanaka, K (1983). "Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches". *Int. Journal of Fracture*, 22, R39-R45.
- 8 El Haddad M.H, Topper T.H, Smith K.N, (1979). "Prediction of non-propagating cracks". *Engineering Fracture Mechanics*, 11: 573–84.
- 9 Kitagawa H, Takahashi S., (1976). "Applicability of fracture mechanics to very small cracks or cracks in the early stage". In: *Proceedings of 2nd International Conference on Mechanical Behavior of Materials*. Metals Park (OH, USA): ASM International: 627–31.
- 10 Taylor, D. (2001). "A mechanistic approach to critical-distance methods in fatigue". *Fatigue and Fracture of Eng. Materials and Structures*, 24, 215-224.
- 11 Glinka, G. (1985). "Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks". *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 22, No. 3, pp. 485-508
- 12 Norton, R. L. (2000). "Machine Design: An Integrated Approach". Prentice Hall Inc., 2nd ed., New Jersey.
- 13 Tada, H. Paris, P.C. Irwin, G.R. (1985). "The Stress Analysis of Cracks Handbook". 2nd. Ed., St Louis Missouri
- 14 Irwin, G.R. (1957). "Analysis of Stresses and Strains Near the end of a Crack Traversing a Plate". *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics*, vol. 24, No. 3, pp 361-364.
- 15 Rice, J.R. (1967). "Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue". *ASTM STP 415, Fatigue Crack Propagation*, pp. 247-311.
- 16 Schwalbe, K.H. (1973). "Approximate calculation of fatigue crack growth". *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 9, No. 4, pp. 381-395.
- 17 Dowling, N.E. (2007). *Mechanical Behavior of Materials*. Pearson Prentice Hall, Inc, 3d ed., New Jersey, U.S.A.
- 18 Durán, J.A.R., Castro, J.T.P., Payão, J.C. (2003). "Fatigue Crack Propagation Prediction by Cyclic Plasticity Damage Accumulation Models". *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 26, pp. 137 – 150.
- 19 Creager, M. Paris, P.C. (1967). "Elastic Field Equations for Blunt Cracks with Reference to Stress Corrosion Cracking". *International Journal of Fracture Mechanics*, vol. 3, pp. 247-252.
- 20 Yates, J.R., Brown, M.W. (1987). "Prediction of the length of non-propagating fatigue cracks". *Fatigue and Fracture of Eng. Mater. and Struct.*, 10, 187-201.

- 21 Tanaka, K., Nakai, Y. (1984). "Mechanics of growth threshold of small fatigue cracks". In: Davidson, D. and Suresh, S. (eds), "Fatigue Crack Growth Threshold Concepts", TMS-AIME, New York, NY, USA.
- 22 Taylor, D. (1999). "Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model". *Int. Journal of Fatigue*, 21, 413-420.