

# ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM CILINDROS DE LAMINADORES QUÁDRUOS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS<sup>1</sup>

Yukio Shigaki<sup>2</sup>  
Alceu José dos Santos Moura<sup>3</sup>  
René Nunes dos Santos Filho<sup>4</sup>  
Felício Bruzzi Barros<sup>5</sup>  
André Luiz Pires Horta<sup>6</sup>

## Resumo

Foi realizada uma análise de tensões e deformações em cilindros de laminação para laminadores quádruos. Para isso foram utilizados dois programas de computador. Um primeiro, baseado no Método dos Coeficientes de Influência (MCI) serviu para fornecer a carga de laminação, considerando a deflexão dos cilindros. O segundo programa, de Elementos Finitos, serviu para determinar as tensões e deformações nos cilindros de laminação, quando solicitados pela carga de laminação anteriormente determinada. Demonstrou-se uma boa concordância entre os perfis da chapa laminada e a carga de contato entre o cilindro de trabalho e o cilindro de encosto, determinados pelo MCI e pelo modelo em elementos finitos.

**Palavras-chave:** Laminação; Cilindros; Elementos finitos.

## STRESS AND STRAIN ANALYSIS FOR ROLLS OF 4-HI ROLLING MILLS THROUGH THE FINITE ELEMENT METHOD

### Abstract

A stress and strain analysis for rolls of 4-high rolling mills was done. It was employed two softwares. The first one, based on the Influence Coefficient Method, was used to calculate the rolling load, taking into account the deflection of the rolls. The second one, the finite element method, was employed to calculate the stress and strains of the rolling rolls, under the rolling load aforementioned. A good agreement was achieved for the strip profile and the contact load between the work roll and the backup roll, calculated by both methods.

**Key words:** Rolling; Rolls; Finite Element.

<sup>1</sup> Contribuição técnica ao 63º Congresso Anual da ABM, 28 de julho a 1º de agosto de 2008, Santos, SP, Brasil

<sup>2</sup> D. Sc., Professor do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG, Mestrado de Modelagem Matemática e Computacional.

<sup>3</sup> B. Sc., CEFET-MG.

<sup>4</sup> Aluno de Iniciação Científica, CEFET-MG.

<sup>5</sup> D. Sc., Professor da Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Estruturas.

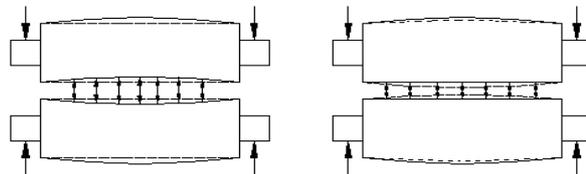
<sup>6</sup> Aluno de Mestrado do Curso de Modelagem Matemática e Computacional – CEFET-MG

## 1 INTRODUÇÃO

Diante de um mercado bastante competitivo como é o das chapas metálicas torna-se imperativo garantir a qualidade de suas características com um mínimo de custo e máxima produtividade. A tendência mundial de fabricação *just-in-time*,<sup>(1)</sup> ou seja, a produção de chapas em bobinas em lotes com características bastante diferentes entre si e em maior número, exigem bastante flexibilidade dos laminadores atuais.

Diante disso desenvolveram-se desde laminadores com contrafletos externos, laminadores com deslocamento axial dos cilindros, perfis de cilindros usinados em forma de garrafa, cilindros com chanfros nos extremos, cilindros de encosto segmentados, cilindros com uma “camisa” externa flexível, até os do tipo infláveis.<sup>(2)</sup>

Apesar dessa grande diversidade de laminadores, o laminador quádruo ainda é amplamente utilizado nas plantas de produção de chapas. Assim, vários laminadores desse tipo foram reformados, recebendo atuadores que aplicam um momento fletor externo sobre o pescoço do cilindro, com a finalidade de modificar a sua flexão, corrigindo o perfil da chapa, como mostra a Figura 1.



**Figura 1** - Coroa mecânica do cilindro: (a) sem coroa, observar a variação da espessura da tira; (b) uso de cilindros com coroa, para compensar a flexão do cilindro.<sup>(3)</sup>

A literatura existente detalha diversos modos de danos em cilindros de laminação, e uma das causas mais críticas são devidas ao contato entre o cilindro de trabalho e o de encosto<sup>(4)</sup>. Em um trabalho anterior foi demonstrada a possibilidade de se sistematizar o projeto de cilindros de laminação de laminadores quádruos de acordo com o *mix* de produção de chapas. Foram trabalhados o perfil usinado dos cilindros e as dimensões do chanfro a ser aplicado, de modo a evitar o surgimento de picos de carga prejudiciais que podem causar desde um desgaste localizado e prematuro dos cilindros até possíveis lascamentos. Isso foi possível graças à aplicação de um simulador matemático-numérico baseado no Método dos Coeficientes de Influência (MCI),<sup>(5)</sup> pois, este programa, denominado MCI/Berger, possibilita conhecer a magnitude e o perfil da carga de contato entre o cilindro de trabalho e o de encosto. Considerando-se que o custo de um cilindro de encosto de um laminador quádruo de desgaste, por exemplo, é da ordem de dezenas de milhares de dólares e que o dimensionamento de chanfros é feito empiricamente, acredita-se que este estudo seja mais do que justificado.

O MCI, porém, não calcula a distribuição de tensões e deformações nos cilindros. Isso somente é possível através de métodos tais como o Método de Elementos Finitos. Apesar, porém, da crescente velocidade de processamento dos computadores, a aplicação maciça do método dos elementos finitos na modelagem da laminação ainda é considerada proibitiva, pois características tais como a plasticidade da deformação da chapa, o contato e atrito nas interfaces curvas (não necessariamente circulares) entre a chapa e o cilindro e entre os cilindros caracterizam problemas altamente não-lineares e, tornando, além disso, necessária a geração de uma nova malha menos distorcida (*remeshing*) da região plástica da

chapa a cada iteração. Esse método, portanto, tem sido utilizado apenas nas situações em que se deseja conhecer detalhadamente a distribuição de tensões residuais na chapa ou a sua expansão lateral. Alguns pesquisadores, por esses motivos, têm trilhado o caminho do processamento paralelo em modelos tridimensionais em elementos finitos ou preferido utilizar as soluções mistas MCI/MEF.

O presente trabalho utiliza, também, uma solução mista MCI/MEF com o interesse primordial focado sobre a distribuição de tensões e deformações nos cilindros de laminação. Ao contrário dos tradicionais métodos mistos MCI/MEF, que aplicam o MEF sobre a deformação da chapa e o MCI para o cálculo da deflexão dos cilindros, o trabalho atual aproveita o programa MCI/Berger validado para determinar a carga de laminação e o aplica aos cilindros modelados no MEF. Esta nova solução mista alia a velocidade de processamento do MCI com a versatilidade do MEF. Existe uma lacuna na literatura técnica sobre pesquisas em laminação focando as tensões e deformações nos cilindros. O conhecimento da distribuição de tensões nos cilindros é de grande utilidade, pois, com isso é possível evitar seu lascamento, prever seu desgaste e dimensioná-lo de modo a minimizar esses efeitos indesejáveis, por exemplo, através de seu chanframento.

Assim, o presente trabalho resume-se em duas etapas principais: uma primeira de geração das cargas de laminação e perfil da chapa laminada; a segunda trata-se de aplicar a carga de laminação, determinada na primeira etapa, sobre os cilindros modelados em elementos finitos. Comparam-se os resultados de perfis gerados pelo MCI/Berger e pelo MEF, e também as cargas de contato e calculam-se as distribuições de tensões e deformações nos cilindros de laminadores quádrus.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 O Método dos Coeficientes de Influência (MCI)

Paralelamente ao desenvolvimento de novos equipamentos, desenvolveu-se o ramo dos simuladores computacionais. Esses simuladores possuem diversas utilidades:<sup>(6)</sup>

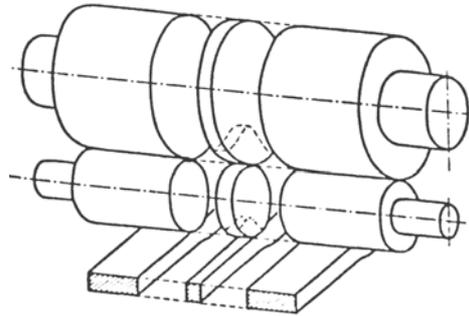
- permitem realizar um estudo da influência de um parâmetro de operação, fixando-se todos os demais parâmetros;
- auxiliam na resposta a questões específicas e na solução de problemas;
- pode-se ter uma maior compreensão de todo o processo, auxiliando na utilização mais eficiente dos equipamentos; e,
- auxiliam no processo de automatização e na seleção de equipamentos no caso de uma modernização da planta.

Tais simuladores são derivados de modelos matemático-numéricos do processo de laminação. Podem-se citar os mais relevantes:

- Método da Fundação Elástica;<sup>(7-9)</sup>
- Método dos Coeficientes de Influência (MCI);<sup>(10-14)</sup>
- Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method, FEM*);<sup>(15-20)</sup>
- Método dos Elementos de Contorno;<sup>(21,22)</sup>
- Métodos Mistos MCI/FEM ou MCI/BEM.<sup>(23-25)</sup>

O MCI surgiu no final da década de 1960. Para se determinar o perfil da tira emergente, é necessário calcular o perfil deformado do cilindro de trabalho, que por sua vez depende do carregamento imposto aos cilindros. Shohet e Townsend<sup>(10)</sup> desenvolveram um método que calcula a deflexão elástica dos cilindros devido à

flexão e ao cisalhamento através dos coeficientes de influência, discretizando a chapa e os cilindros em fatias longitudinais, conforme a Figura 2.



**Figura 2** – Discretização de um laminador quádruplo para o método dos coeficientes de influência.<sup>(26)</sup>

Uma vez determinados tais coeficientes, montam-se as equações de cálculo da deflexão para cada cilindro, superpondo os deslocamentos por flexão, cisalhamento e achatamento localizado (os autores assumem linearidade no achatamento em função da carga, para a faixa de operação normal). Através das equações de equilíbrio de cada cilindro e de compatibilidade nas interfaces cilindro/cilindro e cilindro/tira, determinam-se as cargas distribuídas e o perfil deformado da tira, iterativamente.

O modelo desenvolvido por Pawelski e Teutsch<sup>(27)</sup> aplica o modelo de achatamento de cilindros desenvolvido por Berger,<sup>(28)</sup> possibilitando, assim, obter com boa precisão o perfil da queda brusca da tira junto às bordas (ombro ou *edge-drop*). O modelo de Berger é não linear, pois a matriz de coeficientes de influência do achatamento depende do comprimento do arco de contato, que por sua vez depende do valor da carga distribuída. Em outras palavras, para cada perfil de distribuição de cargas sobre o cilindro, calcula-se uma matriz de achatamento, o que, em termos práticos, dificulta bastante a sua programação.

O MCI tem demonstrado ser um método de comprovada precisão, sendo bastante poderoso na solução de problemas de distribuição transversal da espessura de chapas.<sup>(29)</sup> Deve-se, porém, citar alguns pontos discutíveis a respeito do modelo<sup>(2)</sup> :

- Calcula os coeficientes de influência baseado nas equações de deflexão de uma viga simples. Contudo, a validade destas equações é questionável para cilindros curtos (ou seja, cilindros com razão comprimento/diâmetro reduzidos);
- Simplifica um problema tridimensional em um bidimensional;
- Está baseado na hipótese de contato total do cilindro de trabalho com o cilindro de apoio.

O modelo apresentado por Pawelski e seus colegas foi implementado com algumas modificações, e programado em linguagem do MATLAB. O programa denominado MCI/Berger, em reconhecimento a Bernd Berger,<sup>(28)</sup> autor do modelo de achatamento de cilindros em contato utilizado no programa, foi testado e validado.<sup>(6)</sup>

O Método tem as seguintes características principais:

- Calcula a deflexão elástica dos cilindros devido à flexão e ao cisalhamento através dos coeficientes de influência, discretizando a chapa em fatias longitudinais e cilindros em cortes transversais, conforme a Figura 2;
- Aplica modelo de cálculo de carga de Bland-Ford para cada fatia e Hitchcock para o raio deformado (supõe estado plano de deformação para cada tira);
- Os achatamentos são calculados através do modelo de Berger;

- O programa é constituído de dois ciclos iterativos principais, sendo que um deles converge para haver compatibilidade nas interfaces de contato cilindro-cilindro, e o outro converge com o equilíbrio global de forças;
- Assume-se contato completo ao longo do cilindros de trabalho e encosto;

A seguir são apresentados alguns detalhes do modelo de cálculo de carga utilizado e o programa de computador MCI/Berger.

## 2.2 Modelo de Cálculo de Carga de Laminação

O simulador desenvolvido assume como hipótese o Estado Plano de Deformações (EPD) para a deformação plástica da chapa, conforme pode ser visto na Figura 3. Tal hipótese de EPD justifica-se quando é satisfeita a relação (largura da tira/arco de contato >10), segundo Watts e Ford,<sup>(30)</sup> conservativamente. Tal relação é satisfeita na maioria das situações correntes industriais. Nessa situação, a deformação transversal da chapa laminada a frio é praticamente nula, confinada a uma pequena faixa junto às bordas.<sup>(31)</sup> Deve-se citar também que Finstermann<sup>(32)</sup> verificou experimentalmente que para tiras com espessuras menores que 6 mm, seja laminada a frio ou a quente, a expansão lateral é mínima.

Tal hipótese de EPD é assumida verdadeira quando se particiona a chapa em diversas faixas longitudinais menores, e se é aplicado o modelo de cálculo da carga de laminação em cada uma dessas mesmas faixas, sendo a deformação de cada faixa imposta pela deflexão e achatamento do cilindro de trabalho.

Os modelos analíticos de cálculo de deformação da tira são preferíveis aos modelos numéricos, pois estes requerem um tempo de processamento maior por parte do computador. O modelo originalmente desenvolvido por Von Kármán<sup>(33)</sup> – através do chamado Método dos Blocos -, e posteriormente refinado por Orowan,<sup>(34)</sup> Bland-Ford<sup>(35)</sup> e Alexander<sup>(36)</sup> será aplicado no presente projeto. Escolheu-se o modelo de Bland-Ford por apresentar uma solução analítica simples e relativamente precisa. Este modelo deverá ser aplicado a cada faixa da chapa, dentro de um sistema iterativo. A utilização de um método mais complexo poderia elevar o tempo de processamento relativo a cada passe, apesar disso não ser impedimento para se descartar totalmente sua aplicação. Utilizou-se o método de Hitchcock para a deformação do raio de cada rodela do cilindro de laminação por ser considerado, por muitos autores, suficientemente preciso para a situação em questão.<sup>(37)</sup>

O método dos blocos assume as seguintes hipóteses:

- Deformação plana;
- Deformação homogênea em cada plano;
- Coeficiente de atrito constante;
- Arco de contato circular (de raio deformado R');;
- Ponto neutro dentro do arco de contato;
- Deformação elástica da tira desprezível.

A equação a que chegou Von Kármán é dada por:

$$hS \frac{d}{d\phi} \left(1 - \frac{p}{S}\right) + \left(1 - \frac{p}{S}\right) \frac{d(hS)}{d\phi} = -2R' p (\sin \phi \pm \mu \cos \phi) \quad (1)$$

h: espessura da tira;

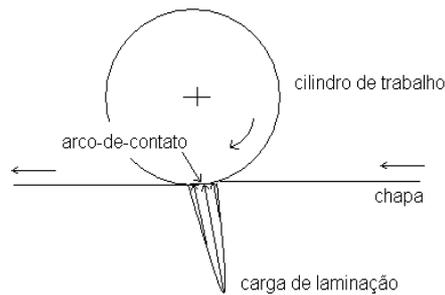
S: tensão de escoamento;

$\phi$ : ângulo dentro do arco de contato;

R': raio deformado;

$\mu$ : coeficiente de atrito;

p: pressão sobre o bloco infinitesimal.



**Figura 3** – Desenho esquemático do processo de laminação.

Bland e Ford sugeriram que o produto  $h \cdot S$  é razoavelmente constante, permitindo, assim, a obtenção de uma solução analítica para a equação (1). Com essa hipótese, a equação (1) fica:

$$hS \frac{d}{d\phi} \left( \frac{p}{S} \right) = 2R' p (\sin \phi + \mu \cos \phi) \quad (2)$$

assim, a solução analítica final será:

$$\text{para a saída:} \quad \frac{p^+}{S} = C_1 \frac{h}{R'} \exp(+\mu H) \quad (3)$$

$$\text{para a entrada:} \quad \frac{p^-}{S} = C_2 \frac{h}{R'} \exp(-\mu H) \quad (4)$$

onde,

$$H = 2 \sqrt{\frac{R'}{h_f}} \arctg \left( \sqrt{\frac{R'}{h_f}} \phi \right) \quad (5)$$

onde,

$h_f$  : espessura final;

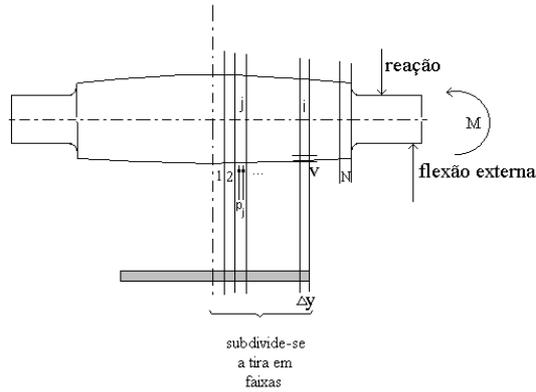
$C_1$  e  $C_2$ : constantes que dependem das condições de contorno, mais concretamente da aplicação de tensão à ré e à frente da tira.

### 2.3 Método dos Coeficientes de Influência (Programa MCI/Berger)

O presente programa utiliza o modelo de Bland-Ford na direção de laminação e o método numérico dos coeficientes de influência na direção transversal.

Para tanto dividem-se a chapa e os cilindros em faixas de menores larguras. Aqui considerou-se a simetria da laminação, de modo que se tomou apenas uma das metades dos cilindros e da chapa. Assumiu-se também, como hipótese, a possibilidade da superposição dos efeitos de flexão e força cortante pelo fato do cilindro se deformar elasticamente. Levou-se em consideração também o seu achatamento, por ter influência crucial na distribuição de espessuras, particularmente nas bordas.

Na Figura 4 é apresentada a forma como cilindro e tira são discretizados para a aplicação do modelo de Bland-Ford e o Método dos Coeficientes de Influência.



**Figura 4** – Subdivisão do cilindro e da tira.

O Método dos Coeficientes de Influência calcula a deflexão do cilindro segundo a equação (as variáveis em negrito representam grandezas vetoriais):

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} \mathbf{p} + \mathbf{b} \mathbf{F} + \mathbf{c} \mathbf{M} \quad (6)$$

sendo:

**u** : vetor de deflexões do cilindro;

**a** : matriz dos coeficientes de influência (equações 7a e 7b);

**b** : vetor de coeficientes para as cargas concentradas (equação 8);

**c** : vetor de coeficientes para os momentos externos (equação 9);

**p** : vetor força por unidade de largura;

**F**: carga concentrada (do mancal e dos contrafletos);

**M**: momento fletor externo dos contrafletos.

$$a_{ij} = \frac{\Delta y}{E} \left[ \frac{1}{6I} (3y_i^2 y_j - y_i^3) + \frac{3}{A} y_i \right] \quad (7a)$$

$$a_{ji} = a_{ij} \quad (7b)$$

$$b_i = \frac{1}{E} \left[ \frac{3}{A} y_i + \frac{Z}{2I} y_i^2 + \frac{1}{6I} y_i^2 (3L - y_i) \right] \quad (8)$$

$$c_i = \frac{1}{2EI} y_i^2 \quad (9)$$

A seguir são explicitadas as equações que determinam o achatamento dos cilindros, baseado no método desenvolvido por Berger.<sup>(28)</sup>

A expressão que calcula o achatamento do cilindro é dada pelas equações abaixo:

$$\mathbf{v} = [f(2 \cdot (j-i), s) + f(2 \cdot (j+1) - 2, s)] \cdot \mathbf{p} \quad (10)$$

$$\frac{\lambda \pi E}{1 - \nu^2} f(k, s) = d(1+k) \ln \frac{|d(1+k)|}{[d^2(1+k)^2 + 4]^{1/2} - 2} + d(1-k) \ln \frac{|d(1-k)|}{[d^2(1-k)^2 + 4]^{1/2} - 2} +$$

$$\begin{aligned}
& +2 \ln \frac{[d^2(1-k)^2 + 4]^{1/2} + d(1-k)}{[d^2(1+k)^2 + 4]^{1/2} - d(1+k)} - 2 \ln \frac{[4c^2 + (1-k)^2]^{1/2} + (1-k)}{[4c^2 + (1+k)^2]^{1/2} - (1+k)} + \\
& - 2 \frac{(1+k)}{[4c^2 + (1+k)^2]^{1/2}} - 2 \frac{(1-k)}{[4c^2 + (1-k)^2]^{1/2}} + \\
& - 2 \frac{(1-2\nu)}{1-\nu} c^2 \left( \frac{(1+k)}{(4c^2 + (1+k)^2)^{3/2}} + \frac{(1-k)}{(4c^2 + (1-k)^2)^{3/2}} \right) \quad (11)
\end{aligned}$$

$$c = D/\Delta y \quad (12)$$

$$d = \Delta y/s \quad (13)$$

$$s = (R'\Delta h)^{1/2} \quad (14)$$

onde,

**v**: vetor de achatamento ao longo da largura (equação 10);

$v_{j,i}$ : achatamento da rodela *i* do cilindro causada por uma força unitária vinda da faixa *j* da tira;

**s**: vetor comprimento do arco de contato (equação 14);

*E*: módulo de elasticidade do material do cilindro;

$\nu$ : coeficiente de Poisson;

$\Delta y$ : largura da faixa;

*R'*: raio deformado segundo Hitchcock;<sup>(38)</sup>

$\Delta h$ : espessura de entrada menos a espessura de saída (redução);

*z*: braço de alavanca para a força contrafletora;

*y*: posição ao longo da largura.

### 2.3.1 Compatibilidade no Contato Cilindro-Cilindro

Define-se o contorno da superfície superior do cilindro de trabalho como:

$$\mathbf{cw} = \mathbf{uw} - \mathbf{Cmw} - \mathbf{vw} + \mathbf{vw1} \quad (15)$$

E o contorno da superfície inferior do cilindro de apoio:

$$\mathbf{cb} = \mathbf{ub} + \mathbf{Cmb} + \mathbf{vb} - \mathbf{vb1} \quad (16)$$

sendo,

**uw** e **ub** : deflexão elástica dos cilindros de trabalho e de apoio respectivamente;

**Cmw** e **Cmb** : coroas impostas aos cilindros de trabalho e de apoio respectivamente;

**vw** e **vb** : achatamento dos cilindros de trabalho e de apoio respectivamente;

$\mathbf{vw1}$  e  $\mathbf{vb1}$  : achatamento no meio dos cilindros de trabalho e de apoio respectivamente; (os termos em negrito representam variáveis vetoriais)

Deve-se notar que **uw**, **ub**, **Cmw**, **Cmb**, **vw** e **vb** são todos vetoriais ao longo de meia largura do cilindro para **u** e **Cm**, e para meia largura da tira para **v**.

O problema resume-se, então, em descobrir as cargas distribuídas nos cilindros de modo a satisfazer a equação de compatibilidade  $\mathbf{cb} = \mathbf{cw}$  e respeitando o equilíbrio de forças. O cálculo da carga distribuída de laminação já é conhecido. A parte mais difícil do problema reside na determinação das cargas de contato. O problema pode ser resolvido, após manipulação das equações acima, através de uma equação

iterativa envolvendo as cargas distribuídas de contato entre cilindros e a carga distribuída de laminação na interface cilindro de trabalho/chapa.

## 2.4 Modelo dos Cilindros em Elementos Finitos (MEF)

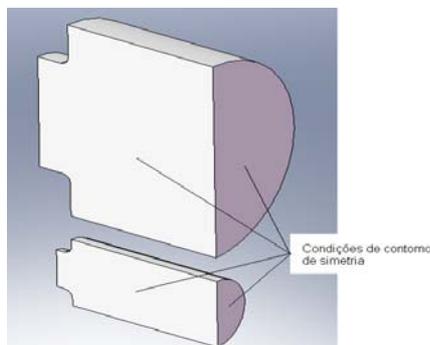
O Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste basicamente em se dividir o domínio (meio contínuo) do problema em sub-regiões de geometria simples, mas que mantêm as propriedades de quem os originou. Esta idéia é bastante utilizada na engenharia, onde usualmente tenta-se resolver um problema complexo (que certamente não poderia ser resolvido de forma segura usando-se apenas técnicas tradicionais), subdividindo-o em uma série de problemas mais simples.

A precisão do método depende da quantidade de nós e elementos, e do tamanho e tipo dos elementos presentes na malha. Um dos aspectos mais importantes do MEF diz respeito à sua convergência. Embora se trate de um método aproximado, pode-se demonstrar que em uma malha consistente, à medida que o tamanho dos elementos finitos tende a zero, e conseqüentemente, a quantidade de nós tende a infinito, a solução obtida converge para a solução exata do problema.

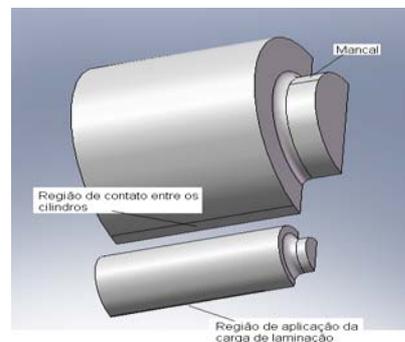
Este método permite também a modelagem de formas geométricas bastante complexas, uma vez que os elementos que compõem a malha podem ser colocados juntos em um número incontável de diferentes configurações. Além disso, possibilita ao projetista bastante flexibilidade na aplicação de cargas e condições de contorno, o que torna este método amplamente utilizado.

O modelo dos cilindros de trabalho e de encosto pelo MEF assumiu algumas hipóteses simplificadoras, descritas a seguir.

- Devido à dupla simetria geométrica do laminador, elaborou-se um modelo com apenas um quarto de cada cilindro, conforme mostrado na Figura 5;
- A carga linear distribuída de laminação ao longo de meia-largura da chapa, gerada pelo MCI/Berger, foi dividida pelo comprimento do arco-de-contato, gerando a pressão. Esta pressão foi aplicada à metade da área de contato entre o cilindro de trabalho e a chapa, conforme mostrado na Figura 6; Assim, o arco-de-contato no cilindro de trabalho é dividido em duas partes iguais (simetria de carregamento) e, portanto, somente um quarto da carga de laminação é aplicada (lembrando que se modelou apenas um quarto do cilindro). Esta hipótese adotada é razoável pelo fato do comprimento do arco-de-contato ter apenas alguns milímetros de comprimento, o que é bem reduzido se comparado às dimensões do cilindro.
- Supôs-se que o mancal do cilindro de encosto suporta toda a carga de laminação na direção vertical, conforme mostrado na Figura 6;

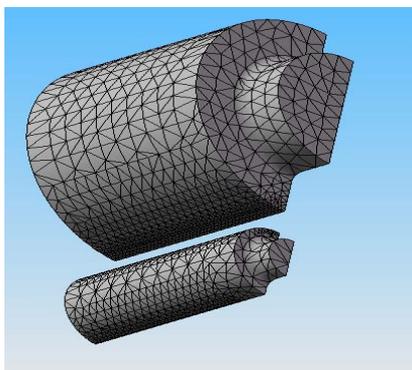


**Figura 5** – Aplicação das condições de contorno no modelo em elementos finitos.



**Figura 6** – Aplicação das cargas e de simetria condições de contorno

O modelo em elementos finitos utilizou elementos tetraédricos de 2ª ordem. A malha gerada está mostrada na Figura 7. Foram gerados 31841 elementos, com 47859 nós. Foi utilizado o software comercial de elementos finitos denominado Cosmos.



**Figura 7** – Malha do modelo em elementos finitos.

Tomou-se um modelo típico de laminador para ser simulado. As características desse laminador e os dados de operação para a simulação no MCI/Berger estão indicados na Tabela 1.

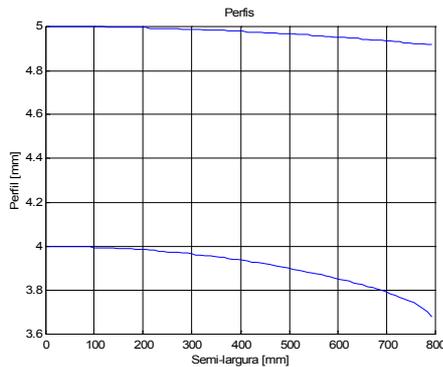
**Tabela 1** – Dados do laminador e da operação.

<b>Características do laminador:</b>	
Comprimento da face:	1900 mm
Diâmetro do cilindro de trabalho:	450 mm
Diâmetro do cilindro de apoio:	1300 mm
Coroa do cilindro de trabalho:	nula
Coroa do cilindro de apoio:	nula
Módulo de elasticidade do material do cilindro:	$2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Poisson do material do cilindro:	0.29
<b>Características da tira:</b>	
Material: aço carbono	$S = 1 + 68.5 \cdot \varepsilon^{0.249} \text{ kgf/mm}^2$
Largura:	1600 mm
Espessura inicial:	5.0 mm
Espessura final:	4.0 mm
Coroa inicial:	40 $\mu\text{m}$ , perfil parabólico, a 25 mm das bordas.
<b>Características operacionais:</b>	
Atrito:	$\mu = 0.1$
Tensões a ré e a frente:	nulas

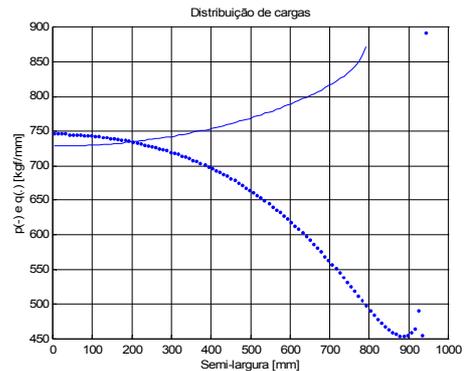
### 3 RESULTADOS

O caso da Tabela 1 foi simulado no programa MCI/Berger, gerando como resultados o perfil da chapa laminada e a distribuição de carga de laminação e de contato, como podem ser observados nas Figuras 8 e 9, respectivamente.

Entende-se como perfil da chapa a espessura da mesma ao longo da largura. As distribuições da carga de laminação e de contato são dadas em unidades de força/comprimento. Metade da chapa foi discretizada em 50 faixas. A carga de laminação para cada faixa foi calculada pelo método de Bland-Ford.



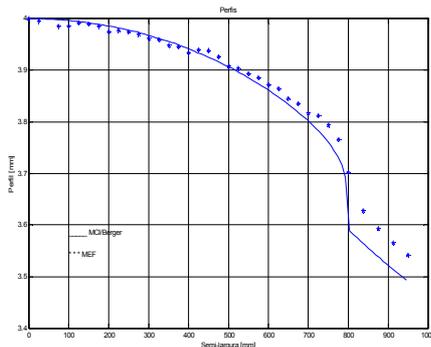
**Figura 8** – Perfis finais da chapa laminada.



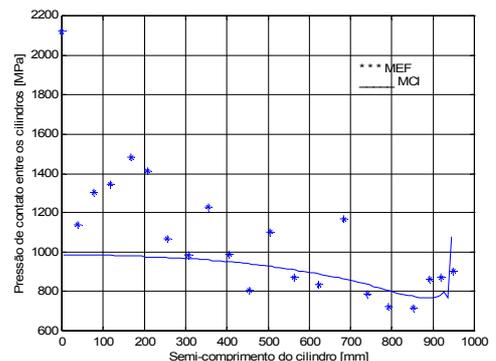
**Figura 9** – Carga distribuída linear de Laminação de contato entre os cilindros.

A carga de laminação, mostrada na Figura 9 (linha contínua), será aplicada ao modelo em elementos finitos. Para essa finalidade foi calculada a pressão de laminação, dada simplesmente pelo quociente entre a carga distribuída linear e o arco-de-contato. Deve-se observar que o arco-de-contato é variável ao longo do comprimento do cilindro devido à variação da carga.

Na Figura 10 pode-se observar num mesmo gráfico os resultados de perfis no cilindro de trabalho em contato com a chapa obtidos pelo MCI/Berger e pelo MEF.



**Figura 10** – Perfis finais da chapa laminada, obtidas pelo MCI/Berger e pelo MEF.



**Figura 11** – Cargas de contato entre cilindros, obtidas por MCI/Berger (linha contínua) e MEF.

Na Figura 11 podem-se observar as cargas de contato na interface cilindro de trabalho/cilindro de encosto.

As Figuras a seguir mostram os resultados em termos das tensões e deformações.

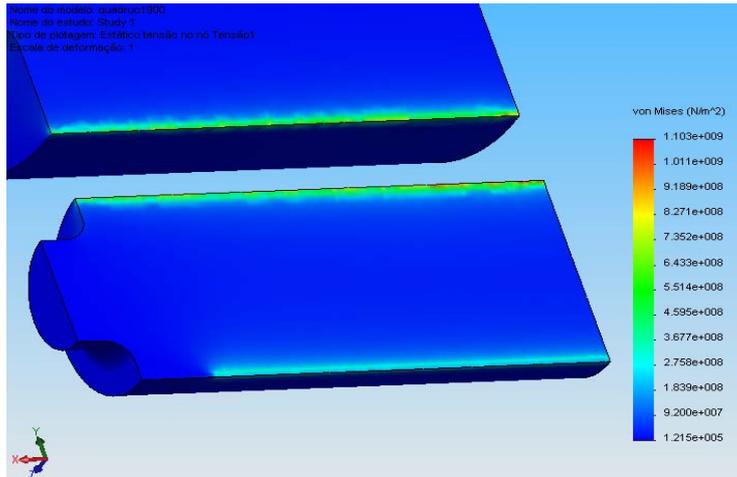


Figura 12 – Tensões de von Mises nas regiões mais críticas.

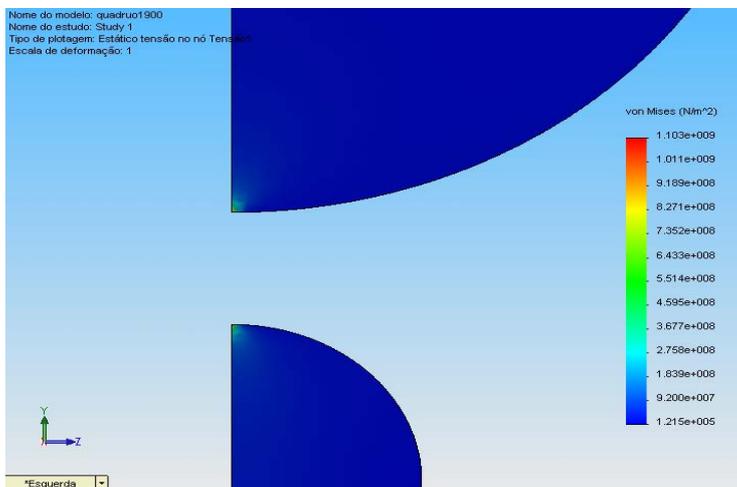


Figura 13 – Tensões de von Mises em outra vista.

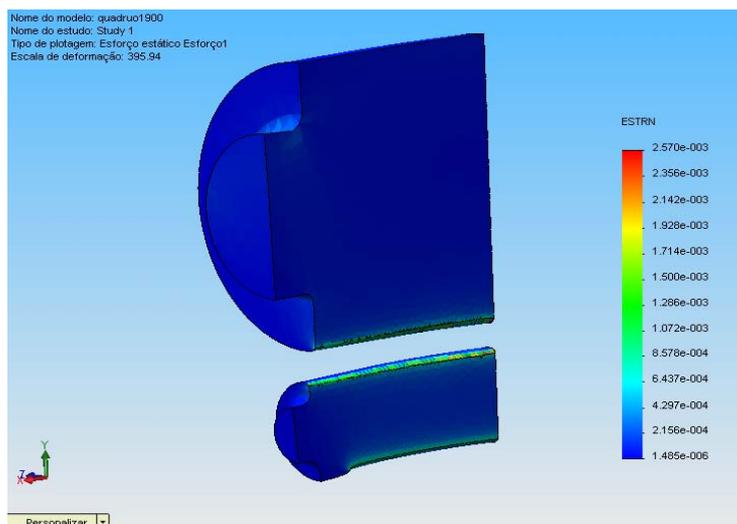


Figura 14 – Deformações equivalentes.

## 4 CONCLUSÕES

Observa-se uma boa concordância entre os resultados do MCI/Berger e MEF em relação ao perfil gerado, como pode se observar pela Figura 10. A coroa absoluta do modelo MCI/Berger é de 0,275mm, enquanto que a do modelo em MEF é de 0,234mm, definidas a 25mm da borda da chapa. Isso resulta em uma diferença percentual de 14,9%. Observa-se, também, a boa concordância nos ombros (*edge-drop*) obtidos por ambos os métodos.

Em relação à carga de contato observa-se uma grande variação nos resultados obtidos via MEF. Na região central do cilindro observa-se uma magnitude um pouco superior à da carga de contato obtida pelo MCI/Berger. Porém esses pontos se aproximam bem do MCI/Berger no restante da largura da chapa. Isso poderá ser mais suavizado aumentando-se o número de elementos nessa região de contato. Houve, porém, um erro no software ao se elevar esse número de elementos.

Pelas Figuras 12 e 13 pode-se observar que as maiores tensões ocorrem efetivamente nas regiões de contato entre a chapa e o cilindro de trabalho e nas regiões de contato entre o cilindro de trabalho e o de encosto, confirmando o que ocorre na prática.

Na Figura 14 observa-se a magnitude das deformações (no desenho é mostrado com um fator de magnificação de 395 vezes).

Por esses resultados pode-se concluir que o modelo apresentado utilizando a técnica mista MCI/MEF produz resultados efetivos para a análise e projeto de cilindros de laminação. Desenvolveu-se uma rotina de cálculo das tensões e deformações em cilindros de laminação que poderá ser utilizada para diversos outros modelos de laminadores quádruplos.

Resultados mais precisos poderão ser obtidos refinando-se a malha de elementos finitos nas regiões de contatos.

## Agradecimentos

Agradecemos à FAPEMIG e ao CEFET-MG pela bolsa de Iniciação Científica e pelo auxílio nos custos de participação do Congresso.

## REFERÊNCIAS

- 1 HOLLANDER F. AND A. G. REINEN, Automatic shape control – Hoogoven's -in hot strip mill, AISE Yearly Proceedings:1976. p. 135-143.
- 2 GINZBURG, 1987Ginzburg, V. B. *Steel-rolling technology: theory and practice*, Marcel Dekker Inc., New York and Basel, 1989.
- 3 HOSFORD, W. F. and CADDELL, R. M. *Metal Forming: Mechanics and Metallurgy*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1983.
- 4 DECULTIEUX, F., HOFFMAN, M. , Adams, T. *Backup Roll Chamfer, Profile and Design*, AIST.
- 5 SHIGAKI, Y. DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA CARGA DE CONTATO EM LAMINADORES ATRAVÉS DE UM MODELO MATEMÁTICO-NUMÉRICO IX Encontro de Modelagem Computacional 2006 Belo Horizonte
- 6 SHIGAKI, Y., A study on strip and plate rolling through a mathematical-numerical model for a 4-high mill, D. Sc. Thesis, Universidade Federal de Minas Gerais: 2001.

- 7 STONE, M. D. AND R. GRAY, Theory and practical aspects in crown control, Iron and Steel Engineer Year Book: 1965 p. 657-667.
- 8 FAZAN, B.; BOUBET, D.; RATTE, P.; BOUVARD, J.; WEBER, F. *Optimum computer control of a plate mill*, Iron and Steel Engineer, pp. 58-64, nov. 1980.
- 9 TOZAWA, Y.; UEDA, M. *Analysis to obtain the pressure distribution from the contour of deformed roll*, Tetsu to Hagane, pp. 29-37, **11**, no. 108, 1970-1.
- 10 SHOHET, K. N. AND N. A. TOWNSEND, Roll bending methods of crown control in four-high plate mills, Journal of the Iron and Steel Institute; ( November, 68 ): 1088-1098.
- 11 KUHN, H. A.; WEINSTEIN, A. S. *Lateral distribution of pressure in thin strip rolling*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, pp. 453-460, mai., 1970.
- 12 O'CONNOR, H. W. AND WEINSTEIN, A. S. *Shape and flatness in thin strip rolling*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, pp. 1113-1123, Nov. 1972.
- 13 PAWELSKI, O., W. RASP, H. TEUTSCH, A mathematical model with a combined analytical and numerical approach for predicting the thickness profile of a cold-rolled strip, Steel Research: 1985; 56( 6 ): p. 327-331.
- 14 GUO R.-M. *Prediction of strip profile in rolling process using influence coefficients and Boussinesq's equations*, Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, pp. 220-226, **119**, may, 1997.
- 15 LI, G.-J.; KOBAYASHI, S. *Rigid-plastic finite-element analysis of plane strain rolling*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of ASME, **104**, pp. 55-64, fev., 1982.
- 16 MORI, K.; OSAKADA, K. *Simulation of three-dimensional deformation in rolling by the finite-element method*, Int. J. Mech. Sci., **26**, No. 9-10, pp. 515-525, 1984.
- 17 MALINOWSKI, Z.; LENARD, J. G. *Experimental substantiation of an elastoplastic finite element scheme for flat rolling*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **104**, pp. 1-17, 1993.
- 18 EDBERG, J.; LINDGREN, L.-E. *Efficient three-dimensional model of rolling using an explicit-element formulation*, Communications in Numerical Methods in Engineering, **9**, pp. 613-627, 1993.
- 19 JIANG, Z. Y., TIEU, A. K., LU, C. A FEM modelling of the elastic deformation zones in flat rolling, Journal of Materials Processing Technology, pp. 167-174, 2004
- 20 DVORKIN E. N., M. A. CAVALIERE, M. B. GOLDSCHMIT, Finite element models in the steel industry Part I: Simulation of flat product manufacturing processes, Computers and Structures 2003;( 81): 559-573.
- 21 KIHARA, J. *Application of boundary element method to rolling technology with special respect to flatness and crown of plate and sheet*, ISIJ International, **31**, No. 6, pp. 543-549, 1991.
- 22 SHANGWU, X.; RODRIGUES, J. M. C.; MARTINS, P. A. F. *Three-dimensional simulation of flat rolling through a combined finite-element-boundary element approach*, Finite Elements in Analysis and Design, 32, pp. 221-233, 1999.
- 23 YANAGIMOTO, J. and KIUCHI, M. Three-dimensional simulation system for coupled elastic/rigid-plastic deformations of rolls and workpieces in strip rolling processes, NUMIFORM: 1992
- 24 YAMADA, K.; OGAWA, S. AND ATAKA, M. *Three-dimensional analysis of flat rolling using rigid-plastic finite element method coupled with roll deformation analysis*, NUMIFORM 1992

- 25 MITAI, Y. and IRIBE, H. Analysis of strip rolling by three-dimensional rigid-plastic FEM, Nippon Steel Technical Report 1992 (January, 52 ).
- 26 HOLLANDER, F.; REINEN, A. G. *Automatic shape control – Hoogoven's 88-in hot strip mill*, AISE Yearly Proceedings, pp. 135-143, 1976
- 27 PAWELSKI, O. AND H. TEUTSCH. A mathematical model for computing the distribution of loads and thickness in the width direction of a strip rolled in four-high cold-rolling mills, *Engineering Fracture Mechanics*: 1985; 21(4 ): p.853-859.
- 28 BERGER, B., O. PAWELSKI AND P. FUNKE, Die elastische verformung der walzen von vierwalzengerüsten, *Arch. Eisenhüttenwes* 1976; 47( 6 ): 351-356.
- 29 GUO R.-M. *Development of a mathematical model for strip thickness profile*, *Iron and Steel Engineer*, pp. 32-39, September 1990.
- 30 WATTS, A. B.; FORD, H. *On the basic yield stress curve for a metal*, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **169**, pp. 1141-1149, 1955.
- 31 GUILLERAULT, J. P.; BASEOTTO, G.; RATTE, P. *Development of a cold rolling flatness model*, *Proceedings 4<sup>th</sup> International Steel Rolling Conference*, Deauville, June, 1987.
- 32 FINSTERMANN, G.; ZEMAN, K. *Profile and flatness in hot strip mills*, VAI Rolling Mill Info, Technical Report, Version 2, Ver. 1.2.
- 33 VON KARMAN, T. *On the theory of rolling*, *Z. Angew. Math. Mech.*, **5**, pp. 130-141, 1925.
- 34 OROWAN, E. *The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling*, pp. 10-37, Aug. 1943.
- 35 BLAND, D. R. AND H. FORD, The calculation of roll force and torque in cold strip rolling with tensions, *Proc. Inst. Mech. Engrs* 1948; ( 159 ):144-153.
- 36 ALEXANDER, J. M. *On the theory of rolling*, *Proc. R. Soc. Lond. A.* **326**, pp. 535-563, 1972.
- 37 HELMAN, H. E. CETLIN, P. R. *Fundamentos da conformação mecânica dos metais*, Fundação Christiano Ottoni, Belo Horizonte, 1993.
- 38 HITCHCOCK, J. H. Elastic deformation of rolls during cold rolling, ASME Research Publication Roll Neck Bearings: 1935.