



ANÁLISE NUMÉRICA DAS TENSÕES RESIDUAIS GERADAS DURANTE O PROCESSO DE TÊMPERA DE UM CILINDRO DE AÇO AISI 4140¹

Edwan Anderson Ariza Echeverri²
André Paulo Tschiptschin³

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar a distribuição das tensões residuais que resultam da combinação das variações volumétricas resultantes dos gradientes térmicos e das transformações de fase que ocorrem durante a têmpera de um cilindro de aço 4140. O modelo matemático usado para este objetivo utiliza o software AC3 de modelagem de tratamentos térmicos (curvas de transformação, curvas de resfriamento, microestrutura e a dureza do material), para alimentar um modelo de elementos finitos, considerando acoplamento termomecânico e comportamento não linear elasto-plástico, para previsão de tensões residuais em cilindros de aço 4140 temperados. São apresentados, também, os resultados de observações metalográficas e perfis de dureza que confirmam quantitativa e qualitativamente as previsões do software AC3. A simulação numérica, através do método dos elementos finitos, evidencia a existência de tensões residuais de tração na região superficial após do processo de têmpera e indica de maneira qualitativa que as tensões mais significativas são as circunferências.

Palavras-chave: Modelamento por elementos finitos; Têmpera; Tensões residuais; Simulação de tratamento térmico.

NUMERICAL ANALYSIS OF RESIDUAL STRESSES GENERATED DURING HARDENING OF AN AISI 4140 BAR

Abstract

The aim of this work is to analyze the distribution of residual stresses resulting from combination of volumetric changes due to heat gradients and phase changes occurring during the quenching process of a 4140 steel cylinder. The mathematical model used for this objective uses the AC3 Software modeling of thermal treatments (transformation curves, cooling curves, microstructure and material hardness), whose results were input in an finite element model, considering thermal-mechanical coupling and non-linear elastic-plastic behavior aiming the forecast of residual stresses in quenched 4140 steel cylinders. The observed microstructure and measure hardness confirmed quantitatively and qualitatively the previsions of the AC3 Software. The finite element numerical simulation showed the existence of tensile residual stresses on the surface region after a quenching process and indicates in a qualitative manner that the most significant stresses are circumferential.

Key words: Finite element modeling, Quenching, Residual stress, Heat treatment simulation.

¹ *Contribuição técnica ao 66º Congresso Anual da ABM, 18 a 22 de julho de 2011, São Paulo, SP, Brasil.*

² *Estudante de Mestrado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Depto. de Engenharia Metalúrgica e de Materiais.*

³ *Professor Titular - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Depto. de Engenharia Metalúrgica e de Materiais.*



1 INTRODUÇÃO

O tratamento térmico de têmpera consiste em aquecer o aço até a temperatura ligeiramente superior à crítica (austenitização), temperatura que dependerá da composição do aço, mantê-lo nesta temperatura até que a temperatura da superfície seja aproximadamente igual ao centro da amostra e em seguida resfriá-lo a uma velocidade suficientemente alta para garantir transformação martensítica na superfície do material. A microestrutura resultante deste tratamento térmico é composta predominantemente de martensita, uma fase que apresenta elevada dureza e fragilidade. Este é um tratamento drástico que conduz, muitas vezes, à distorção e a fissuração (trincas de têmpera) da peça. Desta maneira, se faz necessário o controle efetivo da taxa de resfriamento durante o processo a fim de melhorar as propriedades mecânicas e, além disto, evitar estes defeitos, resultantes tanto das tensões internas que se desenvolvem devido ao gradiente térmico entre o núcleo e a superfície da peça, quanto das tensões de transformação originadas pelas variações volumétricas decorrentes da decomposição da austenita em agregados de ferrita e carbonetos ou em martensita. O efeito destas alterações volumétricas na distribuição de tensões depende da temperabilidade do aço e da diferença de tempos de início e fim de reação na superfície e no núcleo da peça. Assim, a expansão de volume associada à formação de martensita, combinada com os gradientes de temperatura de resfriamentos não uniformes, promovem elevadas tensões residuais e distorções em aços temperados, ao final do resfriamento para têmpera. O estado de tensões residuais influencia fortemente a vida útil do componente, enquanto as distorções exigem operações de retificação secundárias com custos elevados.⁽¹⁾

Os principais problemas apresentados nos tratamentos térmicos são a dificuldade de controlar a microestrutura para obter as propriedades mecânicas desejadas, as tensões residuais e deformações que sofrem a peça. São necessários conhecimentos quantitativos precisos das tensões e deformações, associadas aos gradientes térmicos e às transformações de fase, dando origem ao acoplamento termomecânico que gera tensões residuais ao final do resfriamento. Neste contexto, torna-se importante a elaboração de modelos e simulações numéricas capazes de descrever os processos que ocorrem na peça durante a têmpera, as deformações originadas no resfriamento, a evolução da temperatura e da microestrutura, e a forma com que as tensões residuais se distribuem durante e após o tratamento térmico. Os conhecimentos destas variáveis e de suas interações permite otimizar o processo de têmpera, a microestrutura do material e as propriedades mecânicas associadas.

A previsão de tensões residuais desenvolvidas durante a têmpera vem sendo estudado intensamente na literatura; vários trabalhos são encontrados utilizando diferentes metodologias de modelagem. Arimoto et al.⁽²⁾ apresentam em trabalho de revisõesobre trincas de têmpera e classificam os métodosde ensaiosexistentes. O mesmo autor⁽³⁾ conduziu no ano 2006 uma pesquisa em que tenta explicar a origem da distorção e das tensões residuais em cilindros temperados usando um método de análise acoplado, incorporando modelos de transformações de fase utilizando o método dos elementos finitos. Sedighi e Salek⁽⁴⁾ estudaram e modelaram o processo de têmpera de um aço 4340 utilizando o software AC3 de previsão de microestruturas e durezas em corpos de prova de aços cilíndricos, submetidos a tratamentos de resfriamento contínuo em diferentes condições.⁽⁵⁾ Neste estudo foram comparadas medidas experimentais e de modelagem da dureza e da microestrutura

sob diferentes condições de resfriamento, chegando a resultados muito próximos. Em cilindros escalonados de aço AISI 4140, Ehlers, Müller e Löhe,⁽¹⁾ fizeram medidas experimentais e simulação das tensões residuais e de distorção devidas ao processo de têmpera por imersão em água e óleo com o fim de analisar a forte influência da direção do mergulho, comportamento do resfriamento e as tensões residuais resultantes. Fernandes, Denis e Simon⁽⁶⁾ e Denis et al.^(7,8) analisaram através de modelos acoplados de transformações de fase, o efeito da deformação plástica sobre a distribuição de tensões residuais, estudando o efeito das tensões residuais sobre a transformação de fase, a cinética da transformação e as interações metalúrgicas e mecânicas. Em seu estudo Denis, et al. salientaram a importância da elaboração de novos modelos que expliquem o efeito das tensões internas desenvolvidas durante o tratamento térmico. Esses trabalhos indicam a necessidade de se obter conhecimentos quantitativos precisos dos parâmetros térmicos, mecânicos e metalúrgicos envolvidos na geração de tensões em diferentes condições de resfriamento.

No presente trabalho, é feita a modelação das tensões desenvolvidas durante a têmpera em óleo, com agitação, de um aço 4140, utilizando programa de elementos finitos. Para este objetivo adotou-se uma combinação entre o software de elementos finitos ABAQUS/Standard e o software AC3 dedicado à modelagem do processo de têmpera. O software AC3 prevê as curvas de transformação, evolução da temperatura, as curvas de resfriamento, a dureza e a microestrutura do material em cada posição entre a superfície e o centro do cilindro. O software AC3 tem diversas aplicações, como por exemplo: o desenvolvimento computarizado dos processos de tratamento térmico, seleção de materiais, otimização dos ciclos de tratamento existentes. As porcentagens transformadas de cada uma das fases, obtidas utilizando o programa AC3, foram consideradas para determinar as propriedades mecânicas introduzidas no ABAQUS/Standard. Para a previsão da evolução das tensões residuais e das deformações, os valores das propriedades mecânicas foram incluídos levando em conta a dependência da expansão térmica, do módulo de elasticidade, do coeficiente de Poisson, da densidade, do calor específico, da condutividade térmica, da temperatura e das fases presentes em função do tempo de tratamento.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Material

O material utilizado foi um cilindro de 68 mm de comprimento e 38,2 mm de diâmetro, de aço de médio carbono (0,4%) AISI 4140, que possui alta temperabilidade e boa resistência à torção e a fadiga. A composição química do aço AISI 4140 é mostrada na Tabela 1.

Tabela 1. Composição química do aço AISI 4140

Composição (%)								
C	Mn	Ni	Cr	Mo	Si	V	Cu	Al
0,4	0,88	0,05	0,95	0,20	0,20	0,05	0,050	0,050

A densidade do material é de 7.800 Kg/m³.

2.2 Tratamento Térmico

A modelação feita visou determinar as tensões residuais originadas pelo ciclo térmico associado à têmpera em óleo. Uma peça cilíndrica de aço AISI 4140 foi austenitizada a 870°C por 1 hora, e posteriormente submetida a tratamento térmico de têmpera em um banho de óleo com intensa agitação.

2.3 Análise Metalográfica

A análise metalográfica foi feita seguindo os procedimentos de corte, embutimento e lixamento até a grana 1.000, para o desbaste mais grosseiro e polimento final com suspensões com alumina de granulometria 1 e 0,3 μm , de acordo com o procedimento metalográfico padrão. Para o ataque da microestrutura foi empregado o reagente químico, usualmente aplicado na revelação de aços carbono, Nital 2%, álcool etílico e ácido nítrico (2 ml de HNO₃ em 98 ml de álcool etílico (95%)), por imersão durante 10 s. Após ataque as amostras foram lavadas com água fria e depois com álcool etílico, sendo posteriormente secas com ar quente forçado e submetidas ao exame em microscópio óptico Olympus BX-60.

2.4 Modelamento

2.4.1 AC3

O modelo matemático feito utiliza as informações fornecidas pelo software AC3⁽⁵⁾ de modelagem de tratamentos térmicos: (a) curvas de transformação; (b) curvas de resfriamento; (c) microestrutura e (d) dureza do material em 20 posições entre a superfície e o centro do cilindro, para alimentar um modelo não linear elasto-plástico de acoplamento termomecânico desenvolvido através do Método dos Elementos Finitos.

O software AC3 calcula matematicamente a evolução da microestrutura em qualquer ponto da peça, ao longo do tempo, pela sobreposição da curva de resfriamento com o diagrama de resfriamento contínuo. As curvas de resfriamentos são calculadas, usando a condutividade térmica, capacidade calorífica, temperatura do meio de têmpera e o coeficiente de transferência de calor para a superfície.⁽⁴⁾ O programa AC3, divide a curva de resfriamento em 54 intervalos iguais e avalia o estado de transformação para cada ponto, determinando se o ponto está em uma região de transformação, fornecendo quanto de cada fase ou microconstituente há no interior do material, na região considerada.

2.4.2 Método dos Elementos Finitos – MEF

A modelação realizada na previsão dos campos de tensões e deformações foi desenvolvida no software ABAQUS 6.9 de modelação não linear por elementos finitos. Foram consideradas as propriedades elasto-plásticas do material em função da temperatura e da fração parcial de cada constituinte.

Visto que a geometria analisada é cilíndrica, uma representação axissimétrica foi utilizada na geração da malha de elementos finitos, com 12.420 elementos de ordem geométrica quadrática CAX4T.

A análise termomecânica acoplada se inicia considerando que todo o cilindro está a uma temperatura uniforme de 870°C. O resfriamento do material é definido pela imposição de uma condição de contorno de variação de temperatura nos nós da superfície do cilindro.

O modelo foi alimentado com a divisão do modelo axissimétrico em vinte fatias, cada uma delas tendo propriedades físicas e mecânicas diferentes segundo as frações volumétricas transformadas.

2.4.3 Determinação das propriedades físicas e mecânicas

Entre as propriedades mecânicas e térmicas que influenciam o desenvolvimento das tensões residuais estão incluídas a condutividade térmica, calor específico, expansão térmica, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson.⁽⁹⁾ Neste trabalho, o processo de tratamento térmico foi simulado diferenciando as propriedades de cada fase, de modo que estas são função da combinação dos valores segundo as frações volumétricas transformadas. As equações (1) a (15) apresentam as propriedades térmicas e mecânicas do aço em função da temperatura. Estas equações foram obtidas a partir da interpolação dos resultados obtidos por Schröder,⁽¹⁰⁾ tendo como resultados diversos polinômios para temperaturas que variam, entre 0°C e 900°C, onde E é o módulo de elasticidade, dado em GPa e T, é a temperatura em °C.

$$E_A = -6x10^{-9}T^3 + 6x10^{-6}T^2 - 0,084T + 200 \quad (1)$$

$$E_M = -6x10^{-5}T^2 - 0,033T + 200 \quad (2)$$

$$E_B = 2x10^{-8}T^3 - 0,0001T^2 + 0,016T + 200 \quad (3)$$

$$E = E_A(1 - \beta) + E_M\beta \quad (4)$$

Na equação (4), β é a fração de volume da fase martensítica, E_A e E_M são os módulos de elasticidade da Austenita e da Martensita respectivamente.

Razão de Poisson:

$$v_A = 8x10^{-11}T^3 - 7x10^{-8}T^2 + 7x10^{-5}T + 0,291 \quad (5)$$

$$v_M = v_B = 8x10^{-11}T^3 - 9x10^{-8}T^2 + 7x10^{-5}T + 0,28 \quad (6)$$

Condutividade térmica (em W/m°C):

$$C_{TA} = 0,11T + 14,85 \quad (7)$$

$$C_{TM} = -0,021T + 43,13 \quad (8)$$

$$C_{TB} = -0,024T + 49,01 \quad (9)$$

Calor específico (em J/kg°C):

$$C_{eA} = -6x10^{-6}T^2 + 0,112T + 531,7 \quad (10)$$

$$C_{eM} = -8x10^{-6}T^2 + 0,283T + 484,4 \quad (11)$$

$$C_{eB} = 9x10^{-5}T^2 + 0,237T + 485,9 \quad (12)$$

Onde os sub-índices *A*, *M* e *B* representam as fases Austenítica, Martensítica e o microconstituente Bainítico, respectivamente.

Expansão térmica (em K⁻¹):

$$E_{TA} = 2,1 \times 10^{-5} \quad (13)$$

$$E_{TM} = 1,3 \times 10^{-5} \quad (14)$$

$$E_{TB} = 1,4 \times 10^{-5} \quad (15)$$

Expansão volumétrica

Sabendo que a transformação martensítica leva a expansão volumétrica, quando o núcleo se transformar este expandirá, forçando a camada dura e frágil de martensita da superfície, o que pode levar como efeitos: distorções, empenamento, criação de tensões residuais e até trincas de têmpera. A Tabela 2 mostra as porcentagens da expansão volumétrica provocadas pelas diversas transformações de fase que ocorrem no aço AISI 4140.

Tabela 2. Expansão volumétrica para a composição geral e para o aço AISI 4140 em cada fase transformada⁽¹¹⁾

Transformação de fase	Variação do Volume, %	Expansão volumétrica para o aço AISI 4140
Austenita → Martensita	4,64 – 0,53 (% C)	4,428
Austenita → Bainita inferior	4,64 – 1,43 (% C)	4,068
Austenita → Bainita superior	4,64 – 2,21 (% C)	3,756

2.5 Dureza

Em função da decarbonetação durante a têmpera, para que as medidas que possibilitaram o levantamento do perfil de dureza das seções médias do corpo de prova fossem realizadas, as amostras foram cortadas transversalmente ao meio. Estes dados foram plotados em curvas de distribuição, visando evidenciar a região de transição da mudança, a avaliação da eficiência do processo de têmpera, e a validação do modelo desenvolvido no AC3, que usando uma soma linear da dureza de cada microestrutura calcula a dureza total do material.⁽⁴⁾

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Programa AC3

O diagrama RC relacionado à análise de têmpera é apresentado na Figura 1. Observa-se que devido ao processo de resfriamento rápido em óleo, com agitação, é formada uma estrutura completamente martensítica na superfície. Já a curva do núcleo da peça corta o campo de formação de bainita, pelo menos em uma pequena extensão.

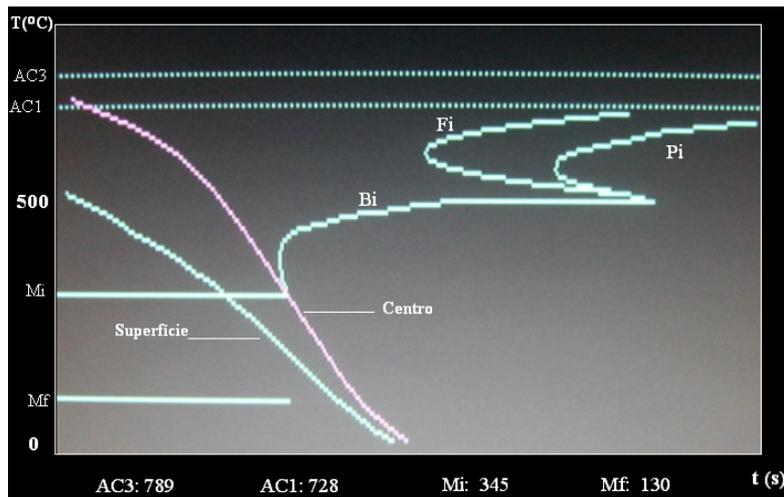


Figura 1. Ilustração da curva RC do aço tratamento térmico.

O resultado quantitativo de cada constituinte no interior do material é mostrado na Figura 2. No caso estudado, temos na superfície 100% martensita e no núcleo 90% de Martensita e 10% de Bainita.

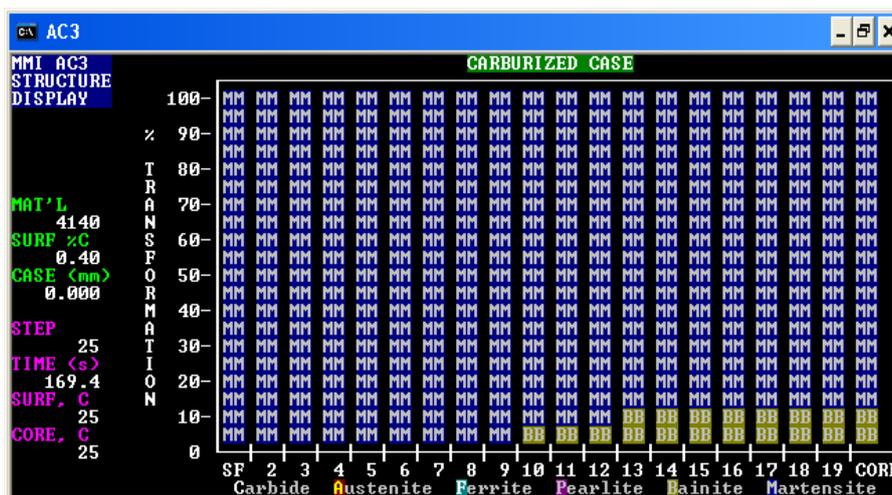


Figura 2. Ilustração da transformação de fase.

3.2 Metalografia

As micrografias da superfície e do centro da peça, resultantes da têmpera em óleo são mostradas nas Figuras 3 a 4. A microestrutura do centro da amostra é mostrada na Figura 3, e consiste basicamente de feixes de pequenas ripas paralelas de bainita, possivelmente nucleados a partir dos contornos de grão austeníticos, em diferentes orientações cristalográficas, dispersas em uma matriz constituída de regiões com tonalidade marrom claro, caracterizada como martensita. Na Figura 4, vê-se a micrografia da superfície da peça, observa-se a presença de plaquetas de martensita conforme previsto pelo programa AC3.

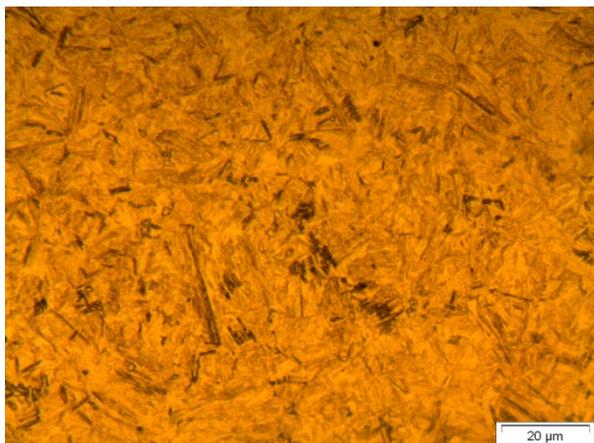


Figura 3. Micrografia do centro da peça aumentada em 1.000x.



Figura 4. Micrografia da superfície da peça aumentada em 1.000x.

3.3 Método dos Elementos Finitos

Para determinar os resultados das tensões ao final do tratamento térmico de têmpera, foi feita a simulação envolvendo a análise termomecânica acoplada com os efeitos das transformações de fase. Para verificação destes resultados, foram escolhidos dois caminhos de nós desde o centro até a superfície, como mostra a Figura 5.

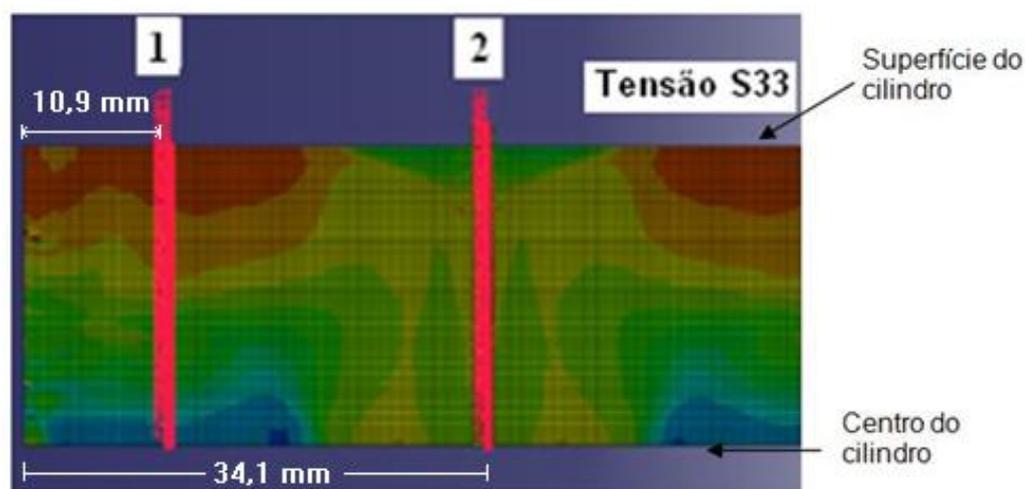


Figura 5. Caminhos para determinação dos valores das tensões resultantes. Caminho 1 ao redor da máxima tensão resultante e o caminho 2 no centro da peça.

Os resultados das tensões axial, radial e tangencial de cada caminho são mostrados nas Figuras 6 e 7. Ambas as figuras trazem os resultados da tensão em função do raio do cilindro. Os resultados da Figura 6 mostram um estado predominante de tração na superfície tanto para a tensão tangencial, quanto para tensão axial, com valores de 684 MPa e 465 MPa respectivamente. Já a tensão radial é quase nula na superfície com um valor em compressão de 3,6 MPa. Para o resultado no centro da peça, nesse mesmo caminho, os resultados das três tensões são compressivos com valores tangencial e radial próximos aos 930 MPa, e de 530 MPa para a tensão axial.

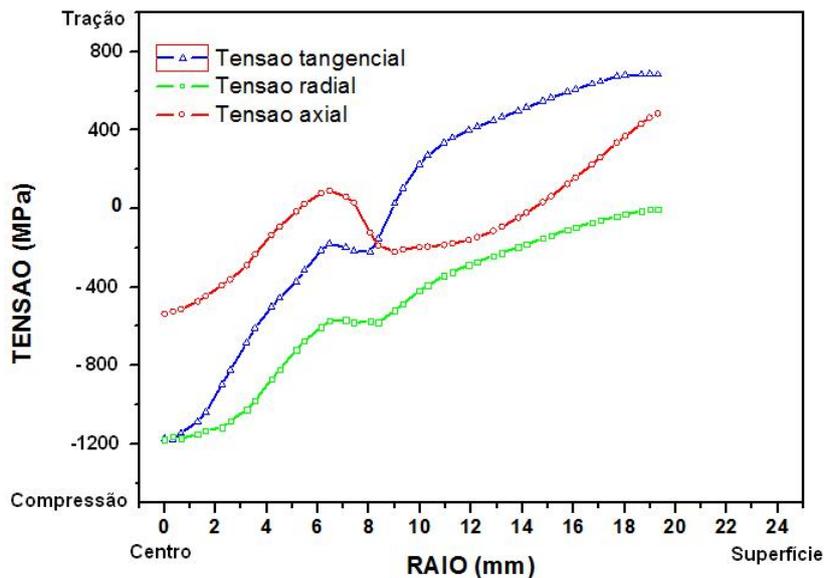


Figura 6. Resultados das tensões axial, radial e tangencial, ao longo do caminho 1.

Os resultados observados na Figura 7, avaliados na metade do comprimento do cilindro (caminho 2), mostram que a superfície fica em tensões de tração nas três direções, com valores de 329 MPa, 747 MPa e 4,47 MPa respectivamente. Já no centro do cilindro o valor mais representativo se obtém na direção axial com um valor de 748 MPa. Observa-se que o comportamento destas tensões, ao longo desta trajetória, é semelhante ao relatado na literatura.⁽¹²⁻¹⁵⁾

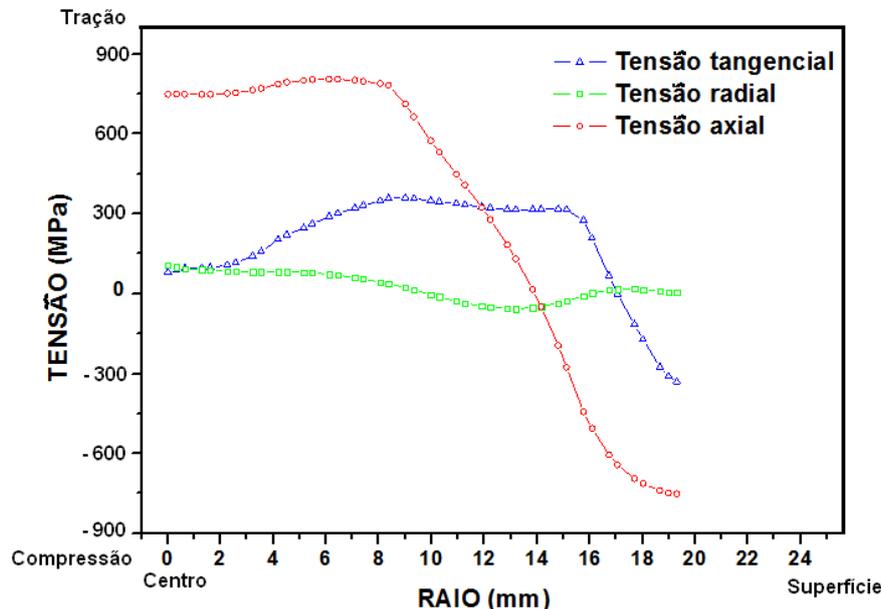


Figura 7. Resultados das tensões axial, radial e tangencial, ao longo do caminho 2.

A Figura 8 mostra os campos de tensões resultantes na direção radial, axial e circunferencial. Notam-se de maneira qualitativa, que na superfície, os resultados das tensões mais significativas são circunferenciais.

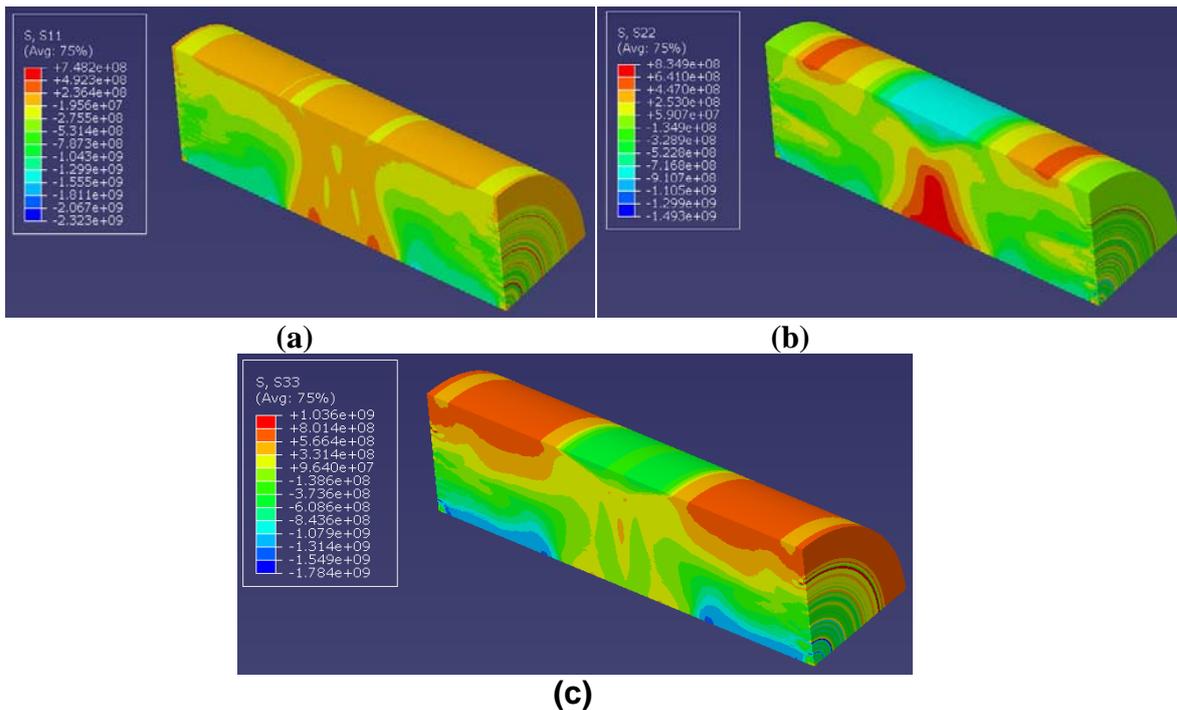


Figura 8. Distribuição das tensões residuais (a) radiais; (b) axiais; (c) tangenciais.

É possível observar, nas Figuras 6, 7 e 8, que devido ao princípio de equilíbrio, as tensões de tração ou de compressão na superfície estão contrapostas, respectivamente com tensões de compressão e de tração no centro do cilindro.

A análise das tensões residuais desenvolvidas no tratamento térmico de têmpera em óleo do cilindro de aço, mostra que é possível avaliar o estado de tensões radiais, axiais e circunferenciais nas duas seções transversais do cilindro utilizando os resultados microestruturais obtidos através do programa AC3 no programa de elementos finitos Abaqus/STANDARD.

3.4 Dureza

As microestruturas formadas no software AC3 resultam em valores de dureza que podem ser observados na Figura 9. Após a têmpera a superfície da barra cilíndrica terá aproximadamente 58 HRC e cerca de 53 HRC no centro.

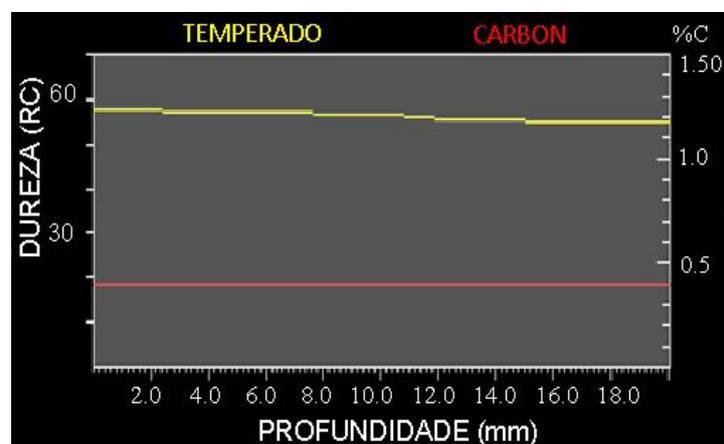


Figura 9. Comportamento da dureza do material após têmpera.

A Figura 10(a) mostra os resultados da dureza Rockwell C obtidos ao longo do diâmetro, em uma seção transversal do cilindro (10(b)), desde o ponto 1, perto da superfície, até o ponto 7 no centro, com uma distância aproximada de 2,7 mm entre os pontos. Os resultados mostram que a dureza cai suavemente com a profundidade, sendo então coerentes com as microestruturas apresentadas nesses pontos e com os resultados obtidos através do software AC3.

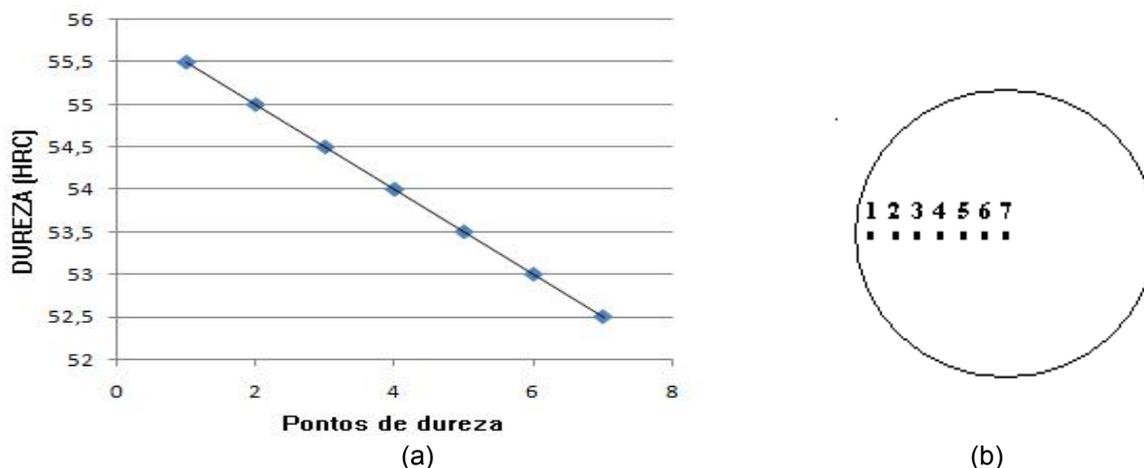


Figura 10. (a) Resultados da dureza em função da distância ao centro da amostra. **(b)** esquema do posicionamento dos pontos de medição de dureza.

4 CONCLUSÕES

A modelação de tensões, combinando os resultados microestruturais fornecidos pelo programa AC3, com o programa de modelamento de elementos finitos ABAQUS/Standard permitiu calcular com boa precisão as tensões residuais resultantes do tratamento de têmpera em óleo do aço AISI 4140.

O campo de tensão na superfície é predominantemente de tração no sentido circunferencial, com valores próximos aos 700 MPa.

Os resultados da simulação pelo método dos elementos finitos mostraram as diferenças nos valores de tensão residual que são encontradas em diferentes seções transversais do cilindro. A avaliação de diferentes seções transversais permitirá fazer uma melhor identificação da evolução das concentrações de tensão residual.

Para obter estes resultados, a modelagem requer a inclusão das propriedades mecânicas e físicas, as porcentagens de cada fase transformada, em função da temperatura, bem como as análises precisas das principais interações e de acoplamento termomecânico, para alimentar o modelo não linear elasto-plástico proposto a fim de prever o estado de tensões residuais e de deformações que surgem no tratamento térmico de têmpera. A incorporação desses requisitos permitiu obter resultados numéricos que concordam com os dados experimentais.

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo auxílio financeiro.



REFERÊNCIAS

- 1 EHLERS, M., MÜLLER, H., LÖHE, D. Simulation of stresses, residual stresses, and distortion in stepped cylinders of AISI4140 due to martensitical hardening by immersion cooling. *Journal Phys. IV France* 9 (1999) p. 333-340.
- 2 ARIMOTO, K. et al. Preliminary study to identify criterion for quench crack prevention by computer simulation. *Transactions of Materials and Heat Treatment*, v. 25, n. 5, 2004, p. 486-493.
- 3 ARIMOTO, K. et al. Explanation of the origin of distortion and residual stress in water quenched cylinders using computer simulation. *Journal of ASTM International*, v. 3, n. 5, 2006.
- 4 SEDIGHI, M., SALEK, M. Modeling and experimental study of quenching process for AISI 4340 aeronautical steel under different cooling conditions. *Transactions the Canadian Society for Mechanical Engineering*, v. 32, n.1, 2008.
- 5 AC3 Heat Treatment Software Operating Manual, Marathon Monitors Inc. Ohio, 1994.
- 6 FERNANDES, F., DENIS, S., SIMON, A. Mathematical model coupling phase transformation and temperature evolution during quenching of steels. *Materials Science and Technology*, v. 1, 1985.
- 7 DENIS, S. et al. Modeling of phase transformation kinetics in steels and coupling with heat treatment residual stress predictions. *J Phys. IV France* 9, 1999.
- 8 DENIS, S. et al. Phase transformation and generation of heat treatment residual stress in metallic alloys. *Materials Science Forum*, v 347-349, 2000, p. 184-198.
- 9 BHADESHIA, H.K.D.H. Material factors. In: *Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel*, ASM International, eds G. Totten, M. Howes and T. Inoue, ASM International, Materials Park, Ohio, 2002.
- 10 SCHRÖDER, R. Influences on development of thermal and residual stresses in quenched steel cylinders of different dimensions. *Materials Science and Technology*, v 1, 1985, p 754-764.
- 11 TOTTEN, G. E., HOWES, M.A. *Steel Heat Treatment Handbook*. New York: Marcel Deker, 1997.
- 12 EBERT, L. J. The role of residual stresses in the mechanical performance of case carburized steels. *Metallurgical Transactions A*, v 9A, 1978, p 1537-1951.
- 13 BORTOLETO, E. M. Modelamento numérico – computacional das transformações de fase nos tratamentos térmicos de aços. São Paulo, 2010, 114 p. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo.
- 14 PACHECO, P., SAVI, M. CAMARÃO, A. Analysis of residual stresses generated by progressive induction hardening of steel cylinders. *Journal of strain analysis*, v 36, n5, 2001, p 507 – 516.
- 15 GRUM, J. et al. Measurements and numerical analysis of surface residual stresses occurring under different quenching conditions. *International journal of microstructure and materials properties*, 1985, v 3, n 1, 2008, p 86-99.