



# ANÁLISE NUMÉRICA DE EFEITOS DE TRAJETÓRIA DE DEFORMAÇÃO NA CURVA LIMITE DE CONFORMAÇÃO<sup>1</sup>

Maria Carolina dos Santos Freitas<sup>2</sup> Luciano Pessanha Moreira<sup>3</sup>

## Resumo

Os processos de conformação mecânica em metais são geralmente limitados pelo processo de instabilidade plástica ou escoamento localizado. O limite de conformabilidade de chapas metálicas é representado por meio da Curva Limite de Conformação. Este trabalho apresenta um modelo de previsão da CLC baseado no modelo M-K proposto por Marciniak e Kuczynski considerando efeitos de trajetórias de deformação. Neste modelo, assume-se a existência de uma imperfeição geométrica inicial na espessura da chapa. As equações de base do modelo desenvolvido são resolvidas com o auxílio do método de Newton-Raphson. O modelo foi validado a partir de comparações com medidas experimentais obtidas na literatura para uma chapa de aço baixo carbono. As previsões numéricas descrevem os efeitos de trajetória de deformação nas deformações limites e apresentaram boa concordância com valores experimentais tanto na condição como recebido quanto sob trajetórias bi-lineares de deformação.

**Palavras-chave:** Trajetória de deformação; Curva limite de conformação; Conformação de chapas.

# NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRAIN-PATH EFFECTS ON THE FORMING LIMIT CURVE

## Abstract

The mechanical forming metal processes are generally limited by the process of plastic instability or located flow. The limit of formability of sheet metal is represented by Forming Limit Diagrams. This work presents a model to predict the Forming Limit Curve based upon the original model proposed by Marciniak and Kuczynski considering the strain-path effects. In this model, it is assumed the existence of an initial geometrical imperfection along the sheet thickness. The governing equations of the developed model are solving with the help of the Newton-Raphson method. The model was validated by means of comparisons with available data measured from low carbon steel. The numerical predictions described the strain-path effects upon the limit strains and provided a good agreement with the experimental data for both the as-received and pre-strained in uniaxial and equibiaxial tension conditions. **Keywords:** Strain path; Forming limit curve; Sheet metal forming.

- <sup>1</sup> Contribuição técnica ao 67º Congresso ABM Internacional, 31 de julho a 3 de agosto de 2012, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- <sup>2</sup> Engenheiro Mecânico, M. C., Doutorando, Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica, Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda, Universidade Federal Fluminense. Professora dos Cursos Engenharia do Centro Universitário de Volta Redonda, Unifoa, carol@metal.eeimvr.uff.br
- <sup>3</sup> Engenheiro Mecânico, D.Sc., Professor Adjunto, Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica, Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda, Universidade Federal Fluminense, luciano.moreira@metal.eeimvr.uff.br



ISSN 1516-392X

# 1 INTRODUÇÃO

As formas mais comuns de previsão analítica da CLC utilizam teorias de plasticidade, levando em consideração superfícies de escoamento, leis de encruamento e critérios de instabilidade plástica.<sup>(1)</sup> Nos últimos anos, aspectos microscópicos também tem sido inseridos em métodos teóricos. Estudos recentes vêem utilizando um modelo onde o processo de instabilidade plástica é localizado desde o ínicio do processo de deformação. Este modelo foi proposto originalmente por Marciniak e Kuczynski,<sup>(2)</sup> onde assume-se a existência de um defeito ou imperfeição geométrica na espessura inicial da chapa metálica. Neste tipo de modelo, as deformações limites resultam do processo de localização de escoamento plástico na região defeituosa. Entretanto, a hipótese de uma imperfeição na forma de uma banda ao longo da espessura ainda é questionável visto que as previsões do modelo M-K são muito sensíveis ao tamanho desta imperfeição. Diversas propostas de racionalizar a origem física da imperfeição neste modelo já foram então estabelecidas. A sua interpretação em termos de variação de espessura da chapa (imperfeição geométrica) foi melhorada ao considerar também possíveis flutuações na resistência do material (imperfeição material). Na verdade, esta idéia já havia sido desenvolvida no trabalho de Marciniak, Kuczynski e Pokora<sup>(3)</sup> e, em seguida, foi concretizada ao assumir variações espaciais na orientação de distribuição dos grãos por meio de flutuações no fator de Taylor.<sup>(4)</sup> Por outro lado, o dano heterogêneo também pode ocorrer em razão da nucleação e crescimento de micro vazios como, por exemplo, por mecanismos de decoesão entre matriz e inclusão ou ainda pela fragmentação de inclusões, o que provoca um decréscimo na área que suporta o carregamento.<sup>(5)</sup> Na verdade, o processo de localização de escoamento plástico na presenca de uma imperfeição inicial na espessura é acelerado pelo desenvolvimento do dano, o qual é mais rápido na zona mais fina.<sup>(6)</sup>

Gronostajski e Zimniak<sup>(7)</sup> avaliaram a influência dos efeitos de mudança do tamanho da imperfeição geométrica do modelo M-K em função da rugosidade da chapa, do tamanho de grão inicial e do modo de deformação. Deste modo, é possível identificar o tamanho inicial desta imperfeição e sua evolução a partir de medidas experimentais mais realísticas.

A estimativa teórica do limite de deformação se torna mais confiável à medida que todos os parâmetros variacionais são analisados. Além dos efeitos benéficos do encruamento e sensibilidade a taxa de deformação no retardamento do processo de estricção localizada,<sup>(8)</sup> é conhecido que as previsões de deformações limites dependem fortemente do critério de escoamento plástico adotado e, em particular, da forma da superfície de escoamento associada com os estados de deformação predominantes na conformação de chapas.<sup>(9)</sup> Alguns processos de conformação utilizam trajetórias de deformações lineares, no entanto, muitas peças possuem formas complexas e passam por diferentes estágios de deformações até estarem geometricamente acabadas e nestes casos a CLC sofre influência. Tanto a forma como a posição da CLC são dependentes do histórico de deformação.

Recentemente, Assempour et al.<sup>(10)</sup> e Nurcheshmeh e Green<sup>(11)</sup> analisaramanalisaram os efeitos de trajetória de deformação com auxílio do modelo M-K adotando a descrição da imperfeição geométrica proposta por Gronostajski e Zimniak<sup>(7)</sup> e concluiram que a trajetória de deformação tem uma influência significativa nas medidas de deformação.



Hosford<sup>(12)</sup> realizou ensaios experimentais para uma liga de alumínio e observou que mudanças na trajetória de deformação podem ser utilizadas para aumentar o valor de deformação limite para alguns modos de deformação.

O presente trabalho detalha as etapas de modelamento para fins de previsão de deformações limites com bases no modelo M-K afim de considerar os efeitos de trajetória de deformação por meio de dois estágios, a saber, um primeiro estágio de pré-deformação para um dado modo de deformação, a título de exemplo, por tração uniaxial, e, em seguida, um segundo estágio de deformação que irá resultar na condição de estricção localizada representativa de pontos da Curva Limite de Conformação que se encontram nos domínios deformação por estampagem ( $\epsilon_1 > 0$  e  $\epsilon_2 < 0$ ) e expansão biaxial ( $\epsilon_1 > 0$  e  $\epsilon_2 > 0$ ). Comparações com dados experimentais da literatura para um aço baixo carbono são realizadas para fins de validação e análise das previsões determinadas com o modelo M-K desenvolvido neste trabalho.

#### 2 MODELAMENTO

#### 2.1 Equações Constitutivas

As equações constitutivas são definidas para o caso particular de pequenas deformações elásticas a partir da decomposição aditiva do tensor de taxa de deformação total,  $\Delta \varepsilon_{a}$ , em uma parte elástica,  $\Delta \varepsilon_{a}^{e}$ , e outra parte plástica  $\Delta \varepsilon_{a}^{e}$ , isto é:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^{e} + \Delta \varepsilon_{ij}^{p} \tag{1}$$

As deformações elásticas são desprezadas na solução do modelo M-K proposto neste trabalho e, por conseguinte,  $\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^{p}$ . As componentes de deformação plástica são definidas a partir da lei associada de escoamento plástico:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \overline{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$
(2)

onde  $\Delta \overline{\epsilon}$  é o incremento de deformação efetiva, f é a função de escoamento definida sob a hipótese de encruamento isotrópico na condição de escoamento plástico por:

$$f = F(\sigma_{ii}) - \overline{\sigma}(\overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}) = 0 \tag{3}$$

Na Eq. (3)  $F(\sigma_{ij})$  é uma função homogênea de primeiro grau em relação às componentes de tensão de Cauchy s<sub>ij</sub> e  $\overline{\sigma}$  é uma medida escalar de encruamento que define o tamanho da superfície de escoamento e pode ser definida em função da deformação plástica efetiva  $\overline{\varepsilon}$  e da taxa de deformação plástica efetiva  $\overline{\varepsilon}$ .

O critério de plasticidade adotado neste trabalho corresponde à descrição proposta por Hill<sup>(13)</sup> definida para o estado plano de tensões pela seguinte função de escoamento:

$$2F(\sigma_{ij}) = (G+H)\sigma_{XX}^2 - 2H\sigma_{XX}\sigma_{YY} + (F+H)\sigma_{YY}^2 + 2N\sigma_{XY}^2 = 1$$
(4)



ISSN 1516-392)

onde F, G, H e N são constantes e podem ser estabelecidas em função dos parâmetros anisotrópicos  $R_0$ ,  $R_{45}$  e  $R_{90}$ :

$$F = \left(\frac{R_0}{R_0 + 1}\right) \frac{1}{R_{90}(\sigma_0)^2} \qquad G = \left(\frac{1}{R_0 + 1}\right) \frac{1}{(\sigma_0)^2}$$

$$H = \left(\frac{R_0}{R_0 + 1}\right) \frac{1}{(\sigma_0)^2} \qquad N = \frac{(2R_{45} + 1)(R_0 + R_{90})}{2(R_0 + 1)R_{90}(\sigma_0)^2}$$
(5)

## 2.2 Modelo M-K

O modelo M-K supõe uma imperfeição geométrica inicial ao longo da espessura do material. A estricção se inicia a partir desta imperfeição visto que sua região possui uma resistência menor que a região livre do defeito. Este defeito pode estar correlacionado à distribuição não uniforme de impurezas, variação de textura, diferenças em tamanho e orientação dos grãos do material, porosidade e outros. Nesta região a chapa sofre uma perda da resistência, o que favorece o aparecimento da estricção localizada, que surge na direção normal a direção de deformação principal. A falha localizada é uma forma de instabilidade plástica. Os efeitos de encruamento, sensibilidade à taxa de deformação, anisotropia plástica também são considerados.

A Figura 1 mostra esquematicamente a geometria do defeito considerado para a análise do M-K. Tal modelo pode ser representado por um material contendo duas regiões referenciadas como A e B, sendo a região A de espessura nominal do material, e a região B uma fenda produzida artificialmente no material representando uma imperfeição. Ainda, o defeito possui as direções normal e tangencial em relação a sua inclinação. A orientação entre a direção normal à inclinação do defeito e o eixo de tensões principais é definida pelo ângulo  $\theta = (1, n) = (2, t)$ .



Figura 1. Modelo M-K.

Na região onde existe a imperfeição, o material sofre uma redução mais rápida de espessura. Em um determinado ponto da curva de carregamento passa do



estado de deformação biaxial para o estado plano de deformação, onde ocorre então a estricção localizada do material. Em muitos casos, pesquisas consideram a orientação do defeito geométrico um fator muito arbitrário e pode ser ajustado para que os valores teóricos se aproximem nos valores experimentais. Inicialmente, esta imperfeição foi assumida perpendicular a maior tensão principal no plano da chapa. Segundo Cao et al.,<sup>(14)</sup> estudos posteriores mostram que esta condição leva à previsão de limites de conformação imprecisos. A partir desta observação, modelos que levam em conta a modificação do ângulo da imperfeição em relação as tensões principais têm sido desenvolvidos.

A imperfeição pré-existente é caracterizada por um parâmetro conceitual  $f_0$  conforme Eq. (6), e está correlacionado à distribuição não uniforme de impurezas, variação de textura, diferenças em tamanho e orientação dos grãos do material, porosidade e outros.<sup>(15)</sup>

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a}$$
(6)

onde, t representa a espessura e o índice *0* representa o estado inicial do material. O tamanho do defeito atualizado pode ser obtido pela Eq. (7):

$$\frac{df}{f} = d\varepsilon_3^b - d\varepsilon_3^a \qquad \therefore \qquad f = f_0 \exp\left(\varepsilon_3^b - \varepsilon_3^a\right) \tag{7}$$

onde  $\varepsilon^3$  denota a deformação ao longo da espessura.

Para estimar o tamanho inicial do defeito é sensato relacioná-lo com a rugosidade inicial da chapa metálica. Supõe-se então que a máxima diferença entre as espessuras nas zonas (a) e (b) seja igual à rugosidade máxima do material.

$$f_0 = \frac{t_0^a - 2R_m}{t_0^a}$$
(8)

onde  $R_m$  é a rugosidade máxima do material. Segundo Nurcheshmeh<sup>(11)</sup> o valor de  $R_m$  depende da rugosidade inicial, tamanho de grão e estado de deformação, de acordo com a relação empírica mostrada na Eq. (9).

$$R_m = R_0 + C d_0^{0.5} \overline{\varepsilon}$$
<sup>(9)</sup>

onde  $R_0$  é a rugosidade da superfície antes do processo de deformação, *C* é constante material,  $d_0$  é o tamanho inicial de grão e  $\overline{\varepsilon}$  é a deformação efetiva. Combinando as Equações (7), (8) e (9):

$$f_{0} = \frac{t_{0}^{a} - 2\left(R_{0} + Cd_{0}^{0.5}\overline{\varepsilon}^{b}\right)}{t_{0}^{a}} \qquad f = \frac{t_{0}^{a} - 2\left(R_{0} + Cd_{0}^{0.5}\overline{\varepsilon}^{b}\right)}{t_{0}^{a}}\exp\left(\varepsilon_{3}^{b} - \varepsilon_{3}^{a}\right)$$
(10)





As equações que compõem o problema do modelo M-K são estabelecidas por meio condições que devem ser obedecidas nas duas zonas, a saber, compatibilidade de deformações segundo a direção tangencial (*t*) a imperfeição e equilíbrio de forças nas direções normal (*t*) e tangencial (*t*) a imperfeição, definidas por:

$$\Delta \varepsilon_{tt}^{a} = \Delta \varepsilon_{tt}^{b} \tag{11}$$

$$F_{nn}^{a} = F_{nn}^{b} \therefore \sigma_{nn}^{a} t^{a} = \sigma_{nn}^{b} t^{b} \therefore \sigma_{nn}^{a} \exp\left[\varepsilon_{3}^{a}\right]_{0}^{a} = \sigma_{nn}^{b} \exp\left[\varepsilon_{3}^{b}\right]_{0}^{b} \therefore f\sigma_{nn}^{a} = \sigma_{nn}^{b}$$
(12)

$$F_{nt}^{a} = F_{nt}^{b} \therefore \sigma_{nn}^{a} t^{a} = \sigma_{nn}^{b} t^{b} \therefore \sigma_{nn}^{a} \exp\left[\varepsilon_{3}^{a}\right]_{0}^{a} = \sigma_{nn}^{b} \exp\left[\varepsilon_{3}^{b}\right]_{0}^{b} \therefore f\sigma_{nt}^{a} = \sigma_{nt}^{b}$$
(13)

A solução do problema do modelo M-K é estabelecida assumindo primeiro um valor da razão entre os incrementos de deformações principais na zona homogênea *a* definida por  $\rho^a = \Delta \varepsilon_2^a / \Delta \varepsilon_1^a$  e, em seguida, incrementando valores da deformação plástica efetiva, no presente trabalho adotou-se  $\Delta \overline{\varepsilon}^a = 10^{-4}$ . Deste modo, é possível determinar todas as demais variáveis da zona homogênea *a* como se segue. A relação adotada para descrever o encruamento é dada por:

$$\overline{\sigma}^{a} = K(\varepsilon_{0} + \overline{\varepsilon}^{a})^{N} (\dot{\overline{\varepsilon}}^{a} / \dot{\overline{\varepsilon}}_{0})^{M}$$
(14)

onde *K*,  $\epsilon_0$ , *N*, *M* e  $\dot{\epsilon}_0$  são o coeficiente de resistência, pré-deformação, expoente de encruamento, índice de sensibilidade a taxa de deformação e taxa de deformação de referência, respectivamente.

Em seguida, as incógnitas na zona da imperfeição geométrica *b*, a saber,  $X = \begin{bmatrix} \Delta \overline{\varepsilon}^b & \sigma_{nn}^b & \sigma_{nt}^b \end{bmatrix}^T$ são determinadas a partir da solução do sistema de equações não-lineares definido por  $F = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \end{bmatrix}^T$ .

$$F_{1} = \frac{\Delta \varepsilon_{nn}^{b} \sigma_{nn}^{b} + \Delta \varepsilon_{tt}^{b} \sigma_{nt}^{b} + \Delta \varepsilon_{nt}^{b} \sigma_{nt}^{b}}{\Delta \overline{\varepsilon}^{b} \overline{\sigma}_{y}} - 1 = 0$$
(15)

$$F_2 = \frac{\Delta \varepsilon_{tt}^b}{\Delta \varepsilon_{tt}^a} - 1 = 0 \tag{16}$$

$$F_{3} = f \frac{\sigma_{nn}^{b}}{\sigma_{nn}^{a}} - 1 = 0$$
(17)

$$F_4 = f \frac{\sigma_{nt}^b}{\sigma_{nt}^a} - 1 = 0 \tag{18}$$

onde foi introduzido uma equação adicional do princípio de equivalência do trabalho plástico na zona *b*, vide Eq. (15), ao mesmo tempo em que as Eqs. (17) e (18) foram rescritas em função das componentes de tensão atuantes nas direções normal *n* e tangencial *t* a imperfeição geométrica, cujo valor atualizado é definido pela Eq. (10). A solução deste sistema é obtida pelo método de Newton-Raphson conforme



proposto no trabalho de Ganjiani e Assempour,<sup>(16)</sup> onde os valores iniciais são definidos a partir dos valores determinados previamente na zona homogênea *a*, isto

$$\acute{\mathbf{e}}, \ \mathbf{X}_{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \Delta \overline{\varepsilon}^{a} & \sigma_{nn}^{a} & \sigma_{tt}^{a} & \sigma_{nt}^{a} \end{bmatrix}^{T}.$$

O critério de estricção localizada é satisfeito quando a condição  $\Delta \overline{\epsilon}^b \ge 10 \ \Delta \overline{\epsilon}^a$  é verificada.<sup>(17)</sup> Em seguida, as deformações limites ( $\epsilon_1^{a,*}, \epsilon_2^{a,*}$ ) são então determinadas pelos valores das deformações na zona homogênea *a* como os valores mínimos obtidos em função do ângulo de orientação da imperfeição geométrica *q*, o qual, por sua vez, é variado entre 0 e 90 graus. A previsão da Curva Limite de Conformação (CLC) é realizada variando-se a razão entre os incrementos de deformações principais na zona homogênea  $\rho^a = \Delta \epsilon_2^a / \Delta \epsilon_1^a$  entre os estados de tração uniaxial e expansão biaxial simétrica, definidos pelas razões entre as componentes de tensões principais por  $\beta^a = \sigma_2^a / \sigma_1^a = 0$  e  $\beta^a = \sigma_2^a / \sigma_1^a = 1$ , respectivamente.

Todas as variáveis são então atualizadas caso a condição de estricção localizada, vide Eq. (33), não seja satisfeita. Em particular, a atualização do ângulo que define a imperfeição geométrica é descrita por Barata da Rocha:<sup>(17)</sup>

$$\tan(\theta + d\theta) = \tan(\theta) \frac{1 + d\varepsilon_1^a}{1 + d\varepsilon_2^a}$$
(19)

A consideração de efeitos da trajetória de deformação na previsão da CLC é realizada admitindo-se carregamentos lineares em dois estágios. Deste modo, é possível realizar análises de efeitos de pré-deformação na CLC por meio de carregamentos em tração uniaxial, deformação plana por tração e expansão biaxial simétrica, como, a título de exemplo, com auxílio do procedimento experimental conduzido por Hosford<sup>(12)</sup> em chapas de alumínio 2008-T4. Neste caso, as componentes de deformação (e<sub>ij</sub>) assim como a orientação angular da imperfeição geométrica no começo do segundo estágio (2) são inicializadas com os valores calculados no fim do primeiro estágio (1):

$$\mathcal{E}_{ij}^{a,b} = \mathcal{E}_{ij}^{(1)a,b} + \mathcal{E}_{ij}^{(2)a,b}$$
(20)

$$\overline{\varepsilon}^{a,b} = \overline{\varepsilon}^{(1)a,b} + \overline{\varepsilon}^{(2)a,b}$$
(21)

$$\theta^{(2)a,b} = \theta^{(1)a,b} \tag{22}$$

onde define-se um valor para a maior componente de deformação principal na zona homogênea *a* para o estágio de pré-deformação,  $\varepsilon_1^{(1)a}$ , em conjunto com correspondente trajetória de deformação,  $\rho^{(1)a}$ .

# 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente são apresentadas as previsões dos efeitos de trajetórias bi-lineares assumindo um material isotrópico descrito pelo critério de von Mises, o valor da pré deformação é de 15% para as trajetórias em tração uniaxial (TU), deformação plana (DP) e expansão biaxial simétrica (EBS), respectivamente, e os resultados foram comparados com um trajétória de deformação linear, ou seja, sem pré-deformação.



Em um segundo momento é analisada a influência do coeficiente de anisotropia na direção diagonal à direção de laminação, além disso, foram avaliados os efeitos de anisotropia plástica com respeito à orientação do esboço, ou seja, em uma direção paralela ou perpendicular a direção de laminação.

Em seguida, são realizadas comparações com os resultados experimentais determinados para um aço de baixo carbono a partir de ensaios de Curva Limite de Conformação por meio de trajetórias lineares e bi-lineares,<sup>(18)</sup> onde foram acrescentadas as previsões calculadas com o critério quadrático de Hill<sup>(13)</sup> para fins de comparação. A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas e os parâmetros adotados na Eq. (16) para definir o comportamento da chapa cuja espessura inicial é  $t_0^a$  = 2.5 mm.<sup>(10,11,17)</sup> As equações descritas na seção anterior foram implementadas em linguagem Fortran 90. As simulações foram realizadas em uma estação de trabalho dual-processada Intel Xeon 5690 3.47 GHz de 24 núcleos.

Material	K	Ν	Μ	£0	r <sub>o</sub>	r <sub>45</sub>	r <sub>90</sub>	d <sub>0</sub>	R <sub>0</sub>	С
	(MPa)							(µm)	(µm)	
Aço St 12	238	0.35	0.01	0.01	1.40	1.05	1.35	25	6.5	0.104

**Tabela 1.** Propriedades mecânicas do aço baixo carbono<sup>(11)</sup>

Os resultados de uma trajetória linear de deformação são comparados previsões determinadas para um nível de 15% de pré-deformação segundo os modos de deformação por tração uniaxial (TU), deformação plana (DP) e expansão biaxial simétrica (EBS) (Figura 2). Em primeiro lugar, é possível observar que as deformações limites aumentam no domínio de expansão biaxial ( $\varepsilon_1 > 0 \in \varepsilon_2 > 0$ ), em comparação com os valores da CLC determinada pela trajetória linear, quando são realizados os estágios com o mesmo nível % de pré-deformação em tração uniaxial e em deformação plana. Por outro lado, no domínio de estampagem ( $\varepsilon_1 > 0 \in \varepsilon_2 < 0$ ) as deformações limites resultantes do segundo estágio de deformação decrescem após uma pré-deformação em tração uniaxial. Como era esperado observa-se um deslocamento para o lado esquerdo com a pré-deformação em tração uniaxial da interseção da CLC em deformação plana ( $\varepsilon_2 = 0$ ), vide ponto mínimo da curva obtido para uma trajetória linear. A curva obtida após o estágio de pré-deformação em deformação plana apresenta os maiores níveis de deformação limites com exceção do intercepto em deformação plana. Já a pré-deformação por expansão biaxial simétrica conduz a uma redução das deformações limites em ambos os domínios da CLC. É importante mencionar que cada trajetória bi-linear foi simulada com o presente modelo M-K sem realizar descarregamentos entre o primeiro e segundo estágios de deformação.



ISSN 1516-392X





A Figura 3 mostra os efeitos da anisotropia plástica com respeito à orientação do esboço, a partir de CLC determinada com esboço na direção de laminação e na direção perpendicular a direção de laminação. Ainda, foi analisada a influência do coeficiente de anisotropia na direção diagonal à direção de laminação. É possível observar que as deformações limites aumentam no domínio de expansão biaxial ( $\epsilon_1 > 0 \ e \ \epsilon_2 > 0$ ), a medida em que o valor de R<sub>45</sub> aumenta. No domínio de estampagem ( $\epsilon_1 > 0 \ e \ \epsilon_2 < 0$ ) as deformações limites não se alteram a medida em que o valor de R<sub>45</sub> é alterado e o mesmo comportamento é observado para o estado de deformação plana ( $\epsilon_2 = 0$ ),



Figura 3. Influência do coeficiente de anisotropia plástica na direção diagonal à direção de laminação.

A Figura 4 compara as previsões de deformações limites determinadas com os critérios de plasticidade de Hill quadrático<sup>(13)</sup> com os resultados experimentais obtidos para o aço baixo carbono na condição como recebido. É possível observar uma melhor concordância entre previsões e medidas experimentais na região de deformação plana do que no domínio de estampagem ( $\epsilon_1 > 0 = \epsilon_2 < 0$ ) ou estiramento biaxial ( $\epsilon_1 > 0 = \epsilon_2 > 0$ ). Para a região de estampagem as previsões do modelo M-K subestimam os valores de deformações limites para os valores da menor deformação na superfície do esboço. Para região de estiramento está





diferença pode ser explicada na dificuldade de obtenção de altos valores de deformações nesta região em processos experimentais em decorrência do atrito entre o esboço e o punção.



Figura 4. Previsões da Curva Limite de Conformação de um aço baixo carbono para a condição como recebido.

As Figuras 5 e 6 apresentam comparações entre as Curvas Limites de Conformação experimentais determinadas após estágios de pré-deformação em tração uniaxial (10%) e expansão biaxial simétrica (8%) e as previsões numéricas obtidas pelo o modelo M-K desenvolvido neste trabalho a partir dos critérios de plasticidade de Hill quadrático.<sup>(13)</sup> As previsões do modelo M-K ora superestimam ora subestimam os valores de deformações limites para os valores da maior deformação na superfície do esboço,  $-0,20 \le \varepsilon_2 \le 0,10$  e  $\varepsilon_2 \le -0,20$ , respectivamente. Este desacordo, igualmente observado nas previsões no domínio de estampagem determinadas na condição como recebido, como pode ser visto na Figura 4, pode ser atribuído a efeitos de encruamento não isotrópico, como analisado no estudo recente realizado por Nurcheshmeh e Green.<sup>(11)</sup>



**Figura 5.** Previsões da Curva Limite de Conformação de um aço baixo carbono após um estágio de prédeformação de 10% em tração uniaxial.







**Figura 6.** Previsões da Curva Limite de Conformação de um aço baixo carbono após um estágio de prédeformação de 8% em expansão biaxial simétrica.

# 4 CONCLUSÕES

O modelo de previsão de deformações limites do tipo Marciniak e Kuczynski<sup>(2)</sup> desenvolvido neste trabalho considera efeitos de anisotropia em conjunto com a hipótese de encruamento isotrópico, taxa de deformação e trajetórias de deformações não lineares. Em particular, a imperfeição geométrica necessária à localização de deformações plásticas ao tipo de modelo adotado, foi descrita em função da rugosidade inicial da chapa, do tamanho inicial de grão e do modo de deformação por meio da deformação plástica efetiva acumulada. Nos casos onde a previsão do modelo M-K foi comparada com resultados experimentais para um aço de baixo carbono, houve boa coerência dos resultados. O modelo também é capaz de prever efeitos das trajetórias de deformações não lineares nos valores de deformações limite. Neste sentido, é possível concluir que a implantação do modelo de localização do tipo Marciniak-Kuczynski é adequada para realizar previsões dos efeitos de trajetórias complexas de deformação.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a Capes pelo apoio ao desenvolvimento da Tese de Doutorado. LPM agradece igualmente a Faperj (JCNE 2008) e ao CNPq (PQ 2).

## REFERÊNCIAS

- 1 Graf, A., and Hosford, W., 1993, "Effect of changing strain paths on forming limit diagrams of AI 2008-T4", Metallurgical and Materials Transactions A, Vol. 24, No. 11, pp. 2503-2512.
- 2 Marciniak, Z. and Kuczynski, K., 1967, "Limit strains in the process of stretch–forming sheet metal", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 19, pp. 609-620.
- 3 Marciniak, Z., Kuczynski, K. and Pokora T., 1973, "Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 15, No. 10, pp. 789-800.
- 4 Chan, K.S, 1989, "Marciniak–Kuczynski approach to calculating forming limit diagrams". In: Wagoner, R.H., Chan, K.S., Keeler, S.P. (Eds.), Forming Limit Diagrams: Concepts, Methods, and Applications. TMS press.



- 5 Barlat F., 1989, "Forming limit diagrams predictions based on some microstructural aspects of materials". In: Wagoner, R.H., Chan, K.S., Keeler, S.P. (Eds.), Forming Limit Diagrams: Concepts, Methods, and Applications. TMS press.
- 6 Tvergaard, V., 1987, "Effect of yield surface curvature and void nucleation on plastic flow localization", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 35, No. 4, pp. 923-933.
- 7 Gronostajski, J.Z., Zimniak, Z., 1992, "The effect of changing of heterogeneity with strain on the forming limit diagram", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 34, No. 1-4, pp. 457-464.
- 8 Hutchinson, J.W., Neale, K.W., 1978, "Sheet Necking III. Strain-rate effects". In: Koistinen, D. P. and Wang, N. -M. (Eds.), Mechanics of Sheet Metal Forming. Plenum Publishing Corporation, pp. 269-285.
- 9 Al-Qureshi, H.A., Klein, A.N. and Fredel, M.C., 2005, "Grain size and surface roughness effect on the instability strains in sheet metal stretching", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 170, No. 1-2, pp. 204-210.
- 10 Assempour, A., Emami, M.R., 2009, "A methodology for prediction of forming limit stress diagrams considering the strain path effect", Computational Materials Science, Vol. 45, No. 2, pp. 195-204.
- 11 Nurcheshmeh, M. and Green, D. E., 2011, "Prediction of sheet forming limits with Marciniak and Kuczynski analysis using combined isotropic–nonlinear kinematic hardening", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 53, No. 2, pp. 145-153.
- 12 Hosford, W.F., The mechanics of crystals and textured polycrystals. Oxford University Press, New York, 1993.
- 13 Hill, R. A, 1948, Theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Proceedings of the Royal Society of London, A 193, pp. 281-297
- 14 Cao, J. Yao, H. Karafillis, A. and Boyce, M.C., 2000, "Crystallographic texture, anisotropic yield surfaces and forming limits of sheet metals", International Journal of Plasticity, Vol. 16, No. 9, pp. 1105-11129.
- 15 Bressan, J.D. The influence of material defects on the forming ability of sheet metal. Journal of Materials Processing Technology, v.72, p.11-14, 1997.
- 16 Ganjiani, M., Assempour, A., 2007, "An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 182, No. 1-3, pp. 598-607.
- 17 Barata da Rocha, A., 1985, "Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loading", Materials Science and Engineering, Vol. 68, No. 2, pp. 151-164.
- 18 Shakeri, M., Sadough, A. and Dariani, B.M., 2000, "Effect of pre-straining and grain size on the limit strains in sheet metal forming", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, Vol. 214, pp. 821-827.