

AVALIAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS EM COMPÓSITOS FIBROSOS NATURAIS EMPREGANDO-SE MODELO NÃO CONSERVATIVO¹

Eduardo Atem de Carvalho²
Polyana Borges Dias³

Resumo

O emprego do modelo clássico de distribuição de tensões, em corpos submetidos a esforços de flexão, nos estudos de propriedades mecânicas de compósitos, traz em si uma avaliação conservadora do valor das tensões presentes e das propriedades definidas em função dos resultados assim obtidos e viola as definições com as quais este modelo foi deduzido. Este trabalho apresenta formulação que leva em conta o efeito causado pela diferença de rigidez apresentada entre reforço e a matriz do compósito. Uma vez corrigida, pode-se avaliar de maneira menos conservadora as propriedades mecânicas desejadas. O caso de um compósito de resina epóxi com reforço de fibras de Curauá é apresentado e o aumento no valor de S_{ut} determinado, conforme a formulação proposta. Para este compósito de dois materiais, é encontrado um aumento de 157,2% no valor daquela grandeza.

Palavras-chave: Modelo de Bernoulli-Euler; Modelo para viga composta; Compósito fibroso.

MECHANICAL PROPERTIES EVALUATION OF NATURAL FIBROUS COMPOSITES USING A NON-CONSERVATIVE MODEL

Abstract

The use of classic stress distribution model, for body under bending conditions, in composites mechanical properties studies, brings in itself a conservative value for stresses and properties present in the body and also violates the conditions under which the model was derived. This work presents a formulation which takes into account the effect caused by the different rigidities present in the composite. Once it is corrected a more realistic evaluation emerges for desired mechanical properties. A composite made of epoxy resin matrix and reinforced with Curaua fibers is presented and the increase in value for S_{ut} is determined, according to the new formulation. For this two materials composite a 157.2% increase in value is found.

Key words: Bernoulli-Euler model; Composite beam model; Fiber composite.

¹ Contribuição técnica ao 67º Congresso ABM - Internacional, 31 de julho a 3 de agosto de 2012, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

² Eng. Mecânico, Ph.D., Professor do Laboratório de Materiais Avançados, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil.

³ Eng. Metalúrgico e de Materiais, Professora do Curso Técnico em Mecânica, IFF, Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil; eatem@uenf.br.

1 INTRODUÇÃO

O emprego do modelo clássico de distribuição de tensões, em corpos submetidos a esforços de flexão, nos estudos de propriedades mecânicas de compósitos, traz em si uma avaliação conservadora do valor das tensões presentes e das propriedades definidas em função dos resultados assim obtidos e viola as definições com as quais este modelo foi deduzido.

2 DA NATUREZA DOS MATERIAIS E CORRESPONDENTES FORMULAÇÕES

O modelo usual empregado para a análise de tensões em vigas, conhecido como o Modelo de Bernoulli-Euler^(1,2) tem como requisitos fundamentais que o material apresente comportamento linear, isotrópico, que seja de composição homogênea e somente deve ser empregado até o limite de pequenas deformações e situações onde seções planas permaneçam planas.⁽³⁾ Nenhum destes critérios é obedecido quando se estuda materiais compósitos feitos de fibras naturais e matrizes poliméricas, por exemplo.⁽⁴⁻⁶⁾ Pela falta de algum modelo que reflita de forma mais acurada o real estado tensões e deformações, de grande complexidade, tem sido empregado o modelo simplificado para vigas em flexão pura.

Este modelo, adequado aos casos para os quais se destina, torna-se conservador quando aplicado a um material que recebe um reforço, como se verá a seguir. No caso de um compósito de fibras longas e matriz polimérica, o problema se amplia devido a grande dificuldade de prever a exata localização das fibras, a correta distribuição da resina durante o processo de fabricação, a grande dispersão nos valores dos diâmetros das fibras bem como resistência mecânica destas.^(7,8)

Este trabalho se limitará a mostrar analítica e experimentalmente as implicações do uso do modelo de Bernoulli-Euler, na análise dos campos de tensões e deformações presentes em um compósito fabricado à base de uma fibra natural e matriz polimérica, bem como do uso de um modelo mais aproximado da realidade.

3 ENSAIOS DE FLEXÃO EM VIGAS COMPOSTAS

Este trabalho irá considerar com sendo uma viga composta aquele em que os dois materiais estão atuando em conjunto, porém sem todas as implicações pertinentes aos materiais compósitos. Este modelo pode ser encontrado em diversos livros-texto de Resistência dos Materiais.^(3,9-12) No caso apresentado este modelo é estendido aos compósitos que apresentam reforços com fibras longas, que pode ser entendido como sendo o mesmo tipo de reforço que as hastes de aço trazem ao concreto usado na Construções Civil.⁽¹⁰⁾

Pode-se analisar uma viga dita composta, submetida a um esforço de flexão, através da transformação de sua seção transversal, de composta para uma que seja feita apenas de um dos materiais, a chamada Seção Transversal Equivalente (STE), de forma que as deformações presentes sejam idênticas às presentes na viga composta.⁽⁹⁾ Uma vez que as tensões sejam determinadas na STE, estas são então transformadas de volta para que correspondam a da viga composta.⁽⁹⁾

Considera-se o caso onde uma viga é composta de dois materiais, com Módulos de Elasticidade diferentes, E_1 e E_2 e que $E_2 > E_1$. Assume-se agora que a viga foi transformada para um único material, E_1 . Para que a STE apresente a mesma rigidez à flexão que a seção real, é necessário que mais material E_1 substitua o material E_2 . Porém, uma vez que foi imposto que as deformações devem

permanecer as mesmas nas duas vigas, a altura total da STE não pode ser alterada (deformações variam com a distancia relativa a um dado eixo).⁽⁹⁾ Em paralelo ao eixo de flexão, as deformações são uniformes. Então a largura da viga pode ser aumentada sem que isto afete a distribuição de deformações. Desta forma, em uma dada posição y, as deformações na direção x devem ser as mesmas tanto na STE quanto na viga real.⁽⁹⁾ Ou seja:

$$(\varepsilon_x)_{STE} = \varepsilon_x \quad (2)$$

A partir da Lei de Hooke,⁽¹³⁾ tem-se que:

$$\frac{(\sigma_x)_{STE}}{E_1} = \frac{\sigma_x}{E_2} \quad (3)$$

As tensões reais em E₂ são dadas por:

$$\sigma_x = \frac{E_2}{E_1} (\sigma_x)_{STE} \quad (4)$$

E a nova dimensão da largura da viga (b) é:

$$b_{STE} = \frac{E_2}{E_1} b \quad (5)$$

Richard Budynas⁽⁹⁾ apresenta dedução completa destas expressões. A Figura 1 apresenta as grandezas acima descritas.

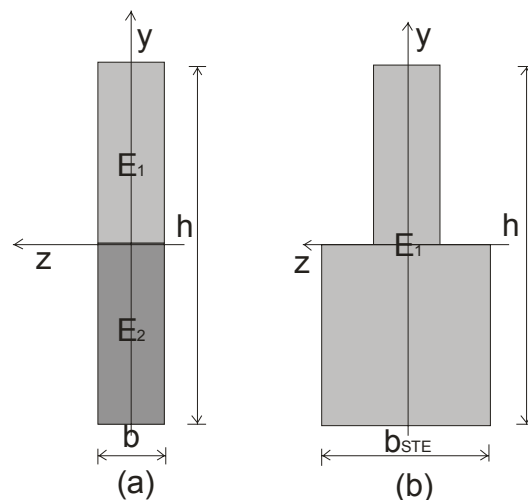


Figura 1. (a) Uma viga composta; e (b) sua STE.

A nova posição da Linha Neutra obedece à expressão abaixo, demonstrada no Apêndice A:

$$D = \frac{h(3 + c)}{4(1 + c)} \quad (6)$$

Onde D é a distância da base da figura até a linha neutra; h é a altura; c = E₂/E₁.

A Figura 2 apresenta a variação da posição da Linha Neutra em um corpo retangular, de altura h, que contém reforço (E₂) perfeitamente ligado ao material principal (E₁), tal como uma chapa de aço reforçando uma estrutura de madeira. Nota-se que a posição da Linha Neutra irá variar entre 0.5, (h/2), quando E₁ = E₂, até o limite onde D → 0.25, (h/4), quando E₂ >> E₁.

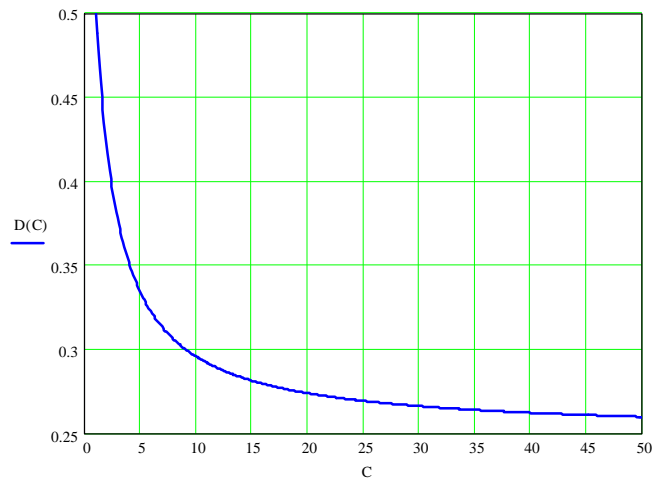


Figura 2. Gráfico da variação da posição da Linha Neutra, $D(C)$, com a razão entre os Módulos de Elasticidade dos materiais que compõe o compósito (C).

A Figura 3 apresenta uma simulação onde pode se observar o efeito do crescimento de C no Momento de Inércia da STE. O Apêndice B apresenta o desenvolvimento de expressão geral para cálculo do Momento de Inércia (MI) de uma seção composta. Para universalizar os resultados, os valores foram adimensionalizados, dividindo-se o valor MI da STE pelo valor do MI para a seção original. Esta razão foi chamada de $I(C)$.

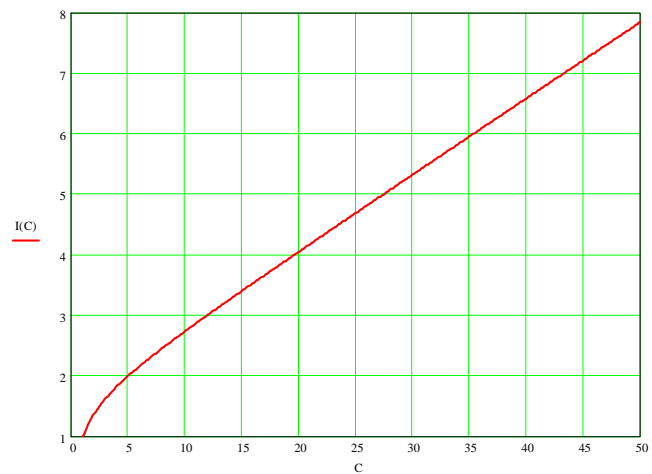


Figura 3. Efeito do crescimento de C sobre o valor do Momento de Inércia da STE.

Por fim as Figuras 4 e 5 apresentam o efeito de C nas tensões reais presentes nesta seção dita composta. Pode se notar que as tensões reais suportadas pelas fibras são maiores que as previstas pela teoria de Bernoulli-Euler na parte inferior da seção, bem como ocorre uma redução percentual das tensões, também significativa, na região acima da linha neutra.

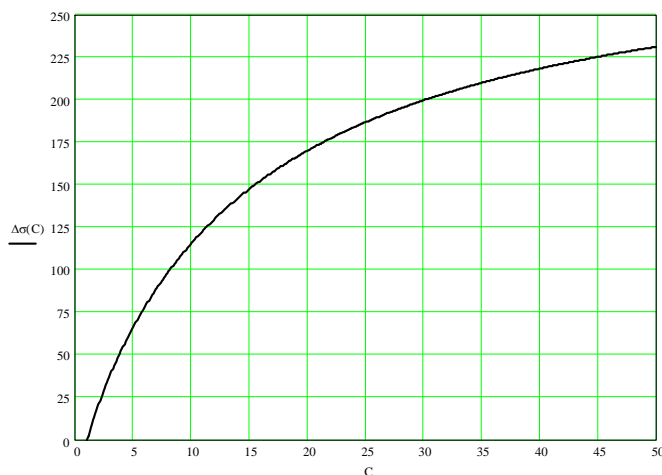


Figura 4. Aumento percentual da tensão real máxima em função do aumento de C.

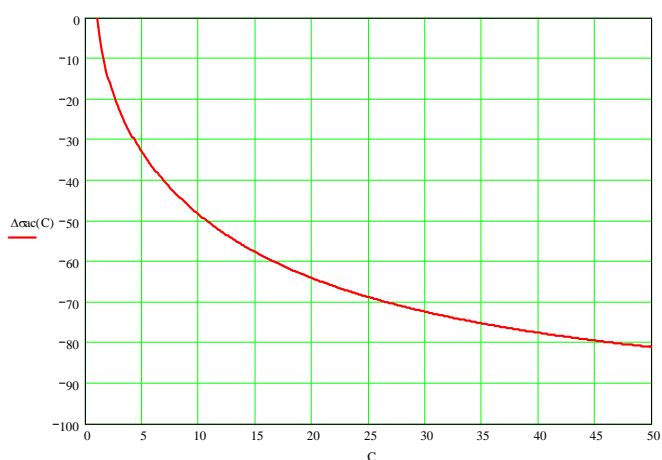


Figura 5. Diminuição percentual da tensão real máxima, acima da linha neutra, em função de C.

A expressão para a determinação do aumento percentual da tensão real, que atua nas fibras de reforço:

$$\Delta\sigma_{real} = \left(\frac{\sigma_{comp}}{\sigma_{Euler}} \right) \cdot 100 \quad (7)$$

4 MATERIAIS - O CASO DE UM COMPÓSITOS DE FIBRAS DE CURAUÁ E MATRIZ DE RESINA EPÓXI

Uma fibra de resistência mecânica relativamente alta é o Curauá,^(14,15) que vem sendo ultimamente estudado como elemento de reforço para partes fabricadas com resinas epóxis.⁽¹⁶⁾ Os compósitos foram preparados dispendo-se uma camada de resina epoxi derramada em uma matriz retangular de 155 mm x 122 mm, e depois uma camada de fibras em um único sentido (ao longo do lado de 155 mm), mais uma camada de resina e assim sucessivamente até atingir a altura total h = 10 mm. Depois de montado na matriz metálica, o compósito é submetido a uma força de 10 kN, de forma a estimular a absorção da resina pela fibra e nos espaços vazios restantes do processo inicial de montagem do compósito. Ao final do processo de cura, uma placa com medidas aproximadas das descritas acima é obtida e então cortada em 6 corpos de prova ao longo das fibras.

5 RESULTADOS E COMENTÁRIOS

Uma vez que foram avaliados os valores de E_{RE} e E_C , pode se estimar o valor para o percentual em área, ocupado pelas fibras de Curauá, na seção transversal. Para que o cálculo se desenvolva como descrito no item 3 deste trabalho é preciso que se assumam algumas hipóteses:

- a fibra de Curauá só adiciona resistência ao compósito quando este é submetido a um esforço de tração. Não sendo esta fibra rígida, seu efeito de reforço na compressão é desprezível;
- a distribuição das fibras tende a homogeneidade na seção transversal do corpo de prova; e
- a eficiência adesão fibra-matriz é igual para todas as fibras.

As consequências das hipóteses acima podem ser resumidas na Figura 7. Os cálculos dos valores são como a seguir.

5.1 Determinação de b_{STE}

Como exemplo toma-se o caso onde as fibras de Curauá ocupam 20% da área da seção transversal do compósito. Para efeito de cálculo, agrupa-se todas as fibras em um retângulo que ocupa 20% da área da seção transversal (Figura 6).

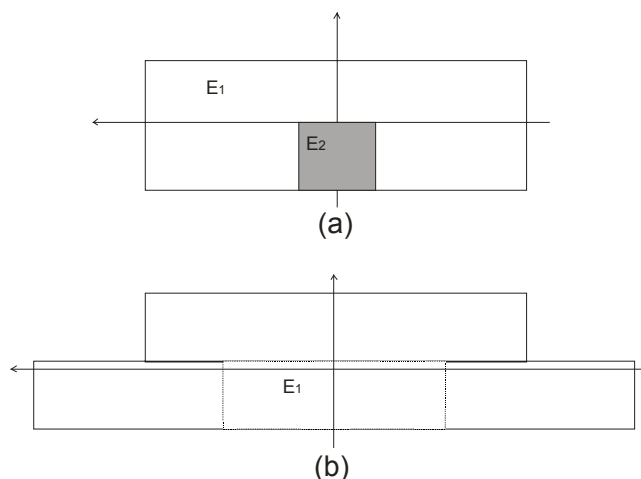


Figura 6. Seção onde todas as fibras dispersas abaixo da Linha Neutra foram agrupadas em uma seção equivalente à área total ocupada pelas fibras nesta situação (a). Na Figura 6b aquela área referente a E_2 é transformada em E_1 .

Os Módulos de Elasticidade são: $E_{resina} = E_1 = 1.0$ GPa, $E_{curaua} = E_2 = 3.0$ GPa. Portanto, de acordo com a Expressão 5, tem-se que:

$$b_{STE}^* = \frac{E_2}{E_1} b = \frac{3.0}{1.0} 0.2 = 0.6 \text{ m} \quad (8)$$

Mas este valor deve ser acrescido dos outros 0.8 do comprimento que eram originariamente resina epóxi.

$$b_{STE} = 0.6 + 0.8 = 1.4 \text{ m} \quad (9)$$

E com a Expressão 6:

$$D = \frac{0.25(3 + 3)}{4(1 + 3)} = 0.09375 \text{ m} \quad (10)$$

Desta forma o ponto superior da seção dista $0.25 - 0.09375 = 0.15625$ m e o inferior, obviamente se encontra a 0.09375 m da Linha Neutra.

A partir disto o cálculo do Momento de Inércia da STE é trivial e demonstrado no Apêndice B.

$$I = 1.139.10^{-8} \text{ m}^4$$

5.2 Cálculo das Tensões Atuantes na STE

As tensões máximas que atuam na STE são encontradas na extremidade superior e inferior da seção. O Momento Fletor aplicado é de 100 Nm. Para este caso:

$$\sigma_{sup} = -\frac{My}{I} = -\frac{100.(0.15625)}{1.139.10^{-8}} = -13720 \text{ MPa} \quad (11)$$

$$\sigma_{inf} = -\frac{My}{I} = -\frac{100.(-0.09375)}{1.139.10^{-8}} = 8231 \text{ Pa} \quad (12)$$

5.3 Cálculo das Tensões na Fibras de Curauá

Uma vez que as tensões foram calculadas na STE, resta agora retornar à seção verdadeira, de forma a calcular a real tensão sofrida pelas fibras de Curauá. Desta forma a tensão na base da seção é:

$$\sigma_{inf}^{real} = C. \sigma_{inf} = 3 \times 8231 = 24693 \text{ Pa} \quad (13)$$

Caso fosse mantido o uso da expressão de Bernoulli-Euler, os valores seriam:

$$\sigma_{sup}^{Euler} = -(100.(0.125))/(1.302. [10]^{-3}) = -9601 \text{ Pa} \quad (14)$$

$$\sigma_{inf}^{Euler} = -(100.(-0.125))/(1.302. [10]^{-3}) = 9601 \text{ Pa} \quad (15)$$

5.4 Variação Relativa nas Tensões

$$\Delta\sigma_{sup} = \frac{-13720 + 9601}{-9601} . 100 = -42.9 \% \quad (16)$$

$$\Delta\sigma_{inf} = \frac{24693 - 9601}{9601.100} = 157.2 \% \quad (17)$$

Os valores acima indicam que, caso a ruptura do compósito tivesse iniciado nas condições acima descritas, as fibras de Curauá na verdade estavam resistindo a esforços 157.2% maiores que os determinados pelo modelo de Bernoulli-Euler. Isto significa que as propriedades estudadas pelo modelo clássico são subavaliadas.

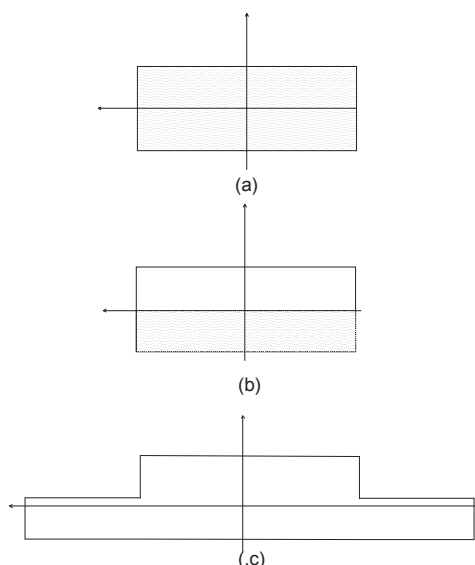


Figura 7. As consequências das hipóteses feitas no item 5 e a STE.

5.3 Máxima Resistência das Fibras de Curauá

Uma vez que as fibras de reforço suportam tensões superiores às previstas pelo modelo de Bernouille-Euler, e que as deformações continuam uniformes ao longo da seção, pode se avaliar qual seria a resistência máxima esperada de um compósito como o descrito neste trabalho.

O limite de resistência da fibra de reforço na matriz é determinado pelo que se convencionou chamar de ensaio de *pull-out*.⁽¹⁷⁾ Neste ensaio fibras de um dado diâmetro são fixadas na matriz em diversas profundidades. Desta forma ao se realizar um ensaio de tração convencional, pode se determinar o limite onde a fibra não escorrega mais para fora da matriz, e a ruptura da primeira ocorre.

Este é o Limite de Ruptura (F_{UT}), que pode ser convertido para Tensão de Ruptura (S_{UT}), pela simples divisão pela área da seção transversal. O compósito irá tolerar tensões até este limite, em condições ideais. Este é um valor máximo experimental, que será usado como referência para se avaliar a eficiência em um dado processo de fabricação de compósitos. A eficiência de um dado compósito pode ser expressa da seguinte forma:

$$\eta = \frac{S_{composito}^{real}}{S_{UT}^{pullout}} \quad (18)$$

6 CONCLUSÕES

- Para efeitos de cálculo de reforço trazido pela adição de fibras longas a uma matriz, não faz sentido se controlar a razão das misturas por peso, mas por área, por quanto o conjunto de fibras ocupa na seção transversal de um dado compósito;
- as fibras situadas acima da linha neutra e dentro da zona de compressão não adicionam resistência ao compósito;
- as fibras de Curauá dispersas na matriz polimérica multiplicaram as tensões abaixo da linha neutra, causando aumento de 157.2%, para a carga registrada no momento da ruptura do corpo de prova. Por outro lado houve

uma pequena redução nas tensões compressivas na parte da seção situada acima da linha neutra;

- propriedades mecânicas do compósito, que sejam determinadas por ensaios mecânicos, sofrerão obrigatoriamente ajustes ao se usar esta metodologia não-conservativa;
- a propriedade mecânica dominante, na seleção de uma fibra que sirva de reforço a um material, é o Módulo de Elasticidade. A Tensão de Ruptura, basta que seja maior do que a da matriz;
- o limite superior de S_{UT} de uma fibra pode ser determinado pelo ensaio de *pull-out*, desde que os corpos de prova deste ensaio sejam fabricados da mesma maneira que o material em si; e
- o mesmo efeito descrito neste trabalho, para ensaios de flexão, se repete no ensaio de tração.

Agradecimentos

O autor agradece a Petrobras UN – BC pelo apoio continuado.

REFERÊNCIAS

- 1 TIMOSHENKO S., GOODIER J.N. Theory of elasticity, 3rd ed, New York: Mc-Graw-Hill International, 1970.
- 2 ELGUETA M. Numerical correction of Weibull function's nomogram for three-point bending test, Engineering Fracture Mechanics, v. 70, i. 11, p. 1467-1470, July 2003.
- 3 CRANDALL S.H., DAHL N.C., LARDNER T.J. An introduction to the mechanics of solids", 2nd ed with SI units, New York: Mc-Graw-Hill International, 1978.
- 4 KITTL P., DIAZ G., On the Seewald-Karman correction in fracture statistics of round brittle beams under flexure, Engineering Fracture Mechanics, v. 32, i. 2, p. 259-264, 1989,
- 5 SZEKRÉNYES A., UJ J., Advanced beam model for fiber-bridging in unidirectional composite double-cantilever beam specimens, Engineering Fracture Mechanics, v. 72, i. 17, p. 2686-2702, November 2005.
- 6 PAVAN KUMAR D.V.T.G., RAGHU PRASAD B.K., Analysis of unidirectional (0°) fiber-reinforced laminated composite double cantilever beam specimen using higher order beam theories, Engineering Fracture Mechanics, v. 75, i. 8, p. 2156-2174, May 2008.
- 7 SATYANARAYANA K.G., SUKUMARAN K., KULKARNI A.G., PILLAI S.G.K., ROHATGI P.K., Fabrication and properties of natural fibre-reinforced polyester composites, Composites, v. 17, i. 4, p. 329-333, October 1986.
- 8 MUKHERJEE, P.S., SATYANARAYANA, K.G., An empirical evaluation of structure-property relationships in natural fibres and their fracture behavior, Journal of Materials Science, v. 21, p. 4162-4168, 1986.
- 9 BUDYNAS R. G. Advanced strength and applied stress analysis, New York: McGraw-Hill, 1977.
- 10 REA'S PROBLEM SOLVERS, Strength of materials & mechanics of solids, New Jersey: Research and Education Association, 1980.
- 11 HIGDON, A., OHLSEN E.H., STILES W.B., WEESE J.A. AND RILEY W.F., Mecânica dos materiais, 3a. ed., Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.
- 12 BEER F., JOHNSTON E.R., DEWOLF J., MAZUREK D., Mechanics of materials, 5th ed., New York: McGraw-Hill, 2008.
- 13 DEN HARTOG J.P., Advanced strength of materials, New York: Dover, 1952.
- 14 MONTEIRO, S.N.; SATYANARAYANA, K.G.; LOPES, F.P.D., High strength natural fibers for improved polymer matrix composites. Materials Science Forum, v. 638-642, p. 961-966, 2010.

- 15 MONTEIRO, S. N.; FERREIRA, A.S.; LOPES, F.P.D., Pullout tests of curaua fibers in epoxy matrix for evaluation of interfacial strength. In: EPD Congress: Characterization of Minerals, Metals and Materials - TMS Conference 2009. Warrendale (PA) USA : The Minerals, Metals & Materials Society (TMS), 2009. v. 1. p. 135-141.
- 16 MONTEIRO, S.N.; MARGEM F.M ; DOS SANTOS , L F L ., Characterization of the mechanical behavior of epoxy matrix composites reinforced with ramie fibers. In: EPD Congress: Characterization of Minerals, Metals and Materials - TMS Conference 2009, Warrendale (PA) USA : The Minerals, Metals & Materials Society (TMS), 2009. v. 1. p. 235-240.
- 17 MONTEIRO, S. N. ; INACIO, I P ; LOPES, F.P.D.; DA COSTA, L.L. ; DOS SANTOS , L F L ., Characterization of the critical length of sisal fibers for polyester composite reinforcement., In: EPD Congress: Characterization of Minerals, Metals and Materials - TMS Conference 2009, 2009, San Francisco (CA) USA. Warrendale (PA) USA : The Minerals, Metals & Materials Society (TMS), 2009. v. 1. p. 255-262.

APÊNDICE A

Determinação da Posição da Linha Neutra

Conforme descrito por R. Budynas,^() a determinação da nova posição da Linha Neutra segue uma regra bastante simples. A partir da Figura A1, sabe-se que:

$$(A_1 + A_2).D = A_1.d_1 + A_2.d_2 \quad (A1)$$

Onde: $A_1 = b \cdot \frac{h}{2}$ (A2)

$$A_2 = b_{STE} \frac{h}{2} = \frac{E_2}{E_1} \cdot b \cdot \frac{h}{2} \quad (A3)$$

$$d_1 = \frac{h}{2} + \frac{h}{4} = \frac{3h}{4} \quad (A4)$$

$$d_2 = \frac{h}{4} \quad (A5)$$

$$C = \frac{E_2}{E_1} \quad (A6)$$

Substituindo-se (A2) a (A6) em (A1), tem-se que:

$$\left(\frac{bh}{2} + \frac{E_2}{E_1} \cdot b \cdot \frac{h}{2}\right) \cdot D = \left(\frac{bh}{2}\right) \cdot \left(\frac{3h}{4}\right) + \left(\frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{bh}{2}\right) \cdot \left(\frac{h}{4}\right) \quad (A7)$$

E por fim a expressão desejada:

$$D = \frac{h(3 + C)}{4(1 + C)} \quad (A.8)$$

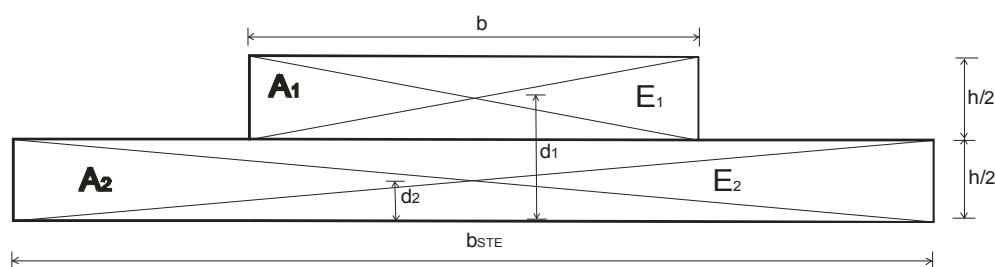


Figura A1. Elementos necessários ao cálculo da nova posição da Linha Neutra.

APÊNDICE B

Cálculo do Momento de Inércia da STE

O Cálculo do Momento de Inércia da nova seção é bastante trivial e segue o roteiro dos textos acadêmicos usuais []. Emprega-se o Teorema dos Eixos Paralelos e desta forma se obtém as seguintes expressões:

$$I_1 = \frac{b \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} + \left(\frac{bh}{2}\right) \cdot \left(D - \frac{3h}{4}\right)^2 = \frac{bh^3}{96} + \left(\frac{bh}{2}\right) \cdot \left(D - \frac{3h}{4}\right)^2 \quad (\text{B1})$$

$$I_2 = \frac{b_{STE} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} + \left(\frac{b_{STE} h}{2}\right) \cdot \left(D - \frac{h}{4}\right)^2 = \frac{Cbh^3}{96} + \left(\frac{Cbh}{2}\right) \cdot \left(D - \frac{h}{4}\right)^2 \quad (\text{B2})$$

Sendo então o Momento de Inércia da seção a soma das duas parcelas acima:

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{B3})$$