

# AVALIAÇÃO DE PROPRIEDADES DE RIGIDEZ VIA DISCO BRASILEIRO ORIGINAL E MODIFICADO<sup>1</sup>

João Vytor Martins Bicock<sup>2</sup>  
Eduardo Atem de Carvalho<sup>3</sup>  
Carlan Ribeiro Rodrigues<sup>4</sup>

## Resumo

O ensaio conhecido como disco Brasileiro (DB) apresenta diversas limitações devido à natureza do contato entre o material testado e as placas de carregamento, desta forma este trabalho propõe que o uso de um DB modificado permite determinação de diversas propriedades mecânicas de maneira confiável. Para verificação das suposições apresentadas neste trabalho, foram fabricados 2 corpos de prova de aço AISI 4140 instrumentados com extensômetros elétricos. Um modelo de Elementos Finitos foi usado para que fosse possível avaliar a viabilidade de uso de diversas expressões propostas. A comparação dos valores experimentais com as simulações por Elementos Finitos indicam grande coincidência de valores para Módulo de Elasticidade ( $E$ ) e Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ). Estes resultados foram também comparados com os obtidos para ensaio uniaxial clássico, também comprovando a acurácia na determinação das propriedades mecânicas desejadas.

**Palavras-chave:** Disco brasileiro modificado; Propriedades mecânicas

## EVALUATION OF STIFFNESS PROPERTIES USING ORIGINAL AND MODIFIED BRAZILIAN DISK

### Abstract

The mechanical testing known as Brazilian Disk (BD) shows several limitations due to the nature of the contact between the tested material and the loading platen, therefore this work proposes the use of a modified BD for a more reliable property evaluation. For checking the presented hypothesis, two AISI 4140 steel specimens were manufactured and fitted with strain gages. A Finite Element model was used to verify several different expressions presented. All values agreed very well for Young's Modulus ( $E$ ) and Poisson's Ratio ( $\nu$ ). These results were also compared to those obtained for a classic uniaxial tensile testing, also confirming the accuracy of the proposed method for the desired mechanical properties.

**Key words:** Modified brazilian disk; Mechanical properties.

<sup>1</sup> Contribuição técnica ao 66º Congresso Anual da ABM, 18 a 22 de julho de 2011, São Paulo, SP, Brasil.

<sup>2</sup> Aluno de Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, LAMAV/CCT/UENF

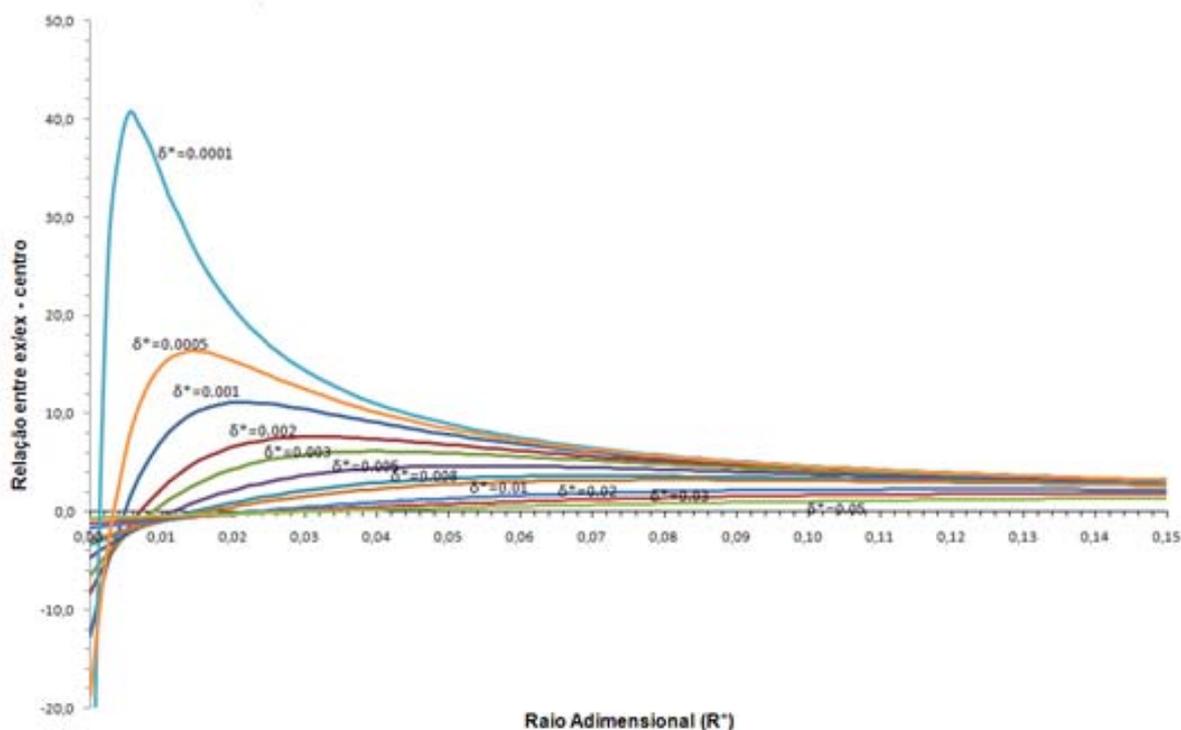
<sup>3</sup> Engenheiro Mecânico, M.Sc., Ph.D., Professor Associado, LAMAV/CCT/UENF.

<sup>4</sup> Técnico em Mecânica, LAMAV/CCT/UENF.

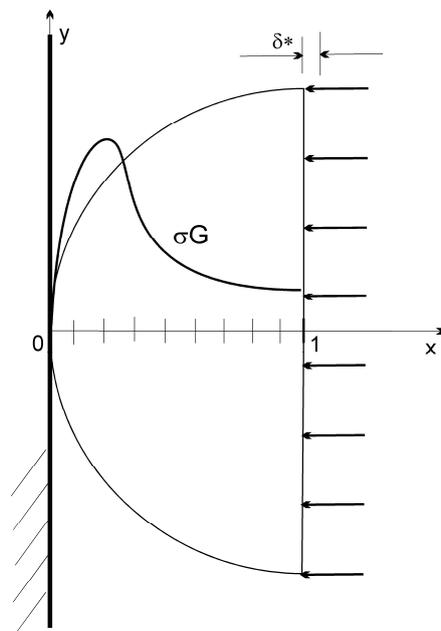
## 1 INTRODUÇÃO

O ensaio mecânico conhecido como Disco Brasileiro citado em Wang et al.<sup>(1)</sup> foi concebido e apresentado em 1953 e, desde então, tem sofrido diversas modificações ao longo do tempo com o objetivo de adequar o teste às modificações necessárias.<sup>(1-4)</sup> Estas modificações se derivam do fato de que a falha inicial que leva à ruptura do corpo de prova se inicia em outras regiões do círculo e não no seu centro. No caso de disco circular, a falha se inicia dentro da região dominada pelas tensões de contato e não na descrita pela formulação clássica (Figura 1). Uma das proposições feitas foi a de se planificar o disco nas extremidades de contato com as placas de carregamento,<sup>(1)</sup> que com isto pretendia reduzir a influência da variação do comprimento de contato que existe no disco clássico e também induzir a falha no centro do disco.

O objetivo deste trabalho é explorar o conceito proposto por Wang et al.<sup>(1)</sup> e calcular as propriedades de rigidez de um material. Para tal foram empregados dois discos de aço AISI 4140 equipados com extensômetros elétricos. Uma análise empregando-se o Método de Elementos Finitos (MEF) foi feita<sup>(5)</sup> e os resultados comparados para efeito de calibração.<sup>(6)</sup>



**Figura 1.** Gráfico obtido a partir do Método de Elementos Finitos (MEF) para o Ensaio do Disco Brasileiro Original que relaciona a deformação em pontos distintos do disco com a deformação no centro do disco, ressaltando a presença de um pico de deformação num ponto dentro da região dominada pelas tensões de contato. Cada curva representa um deslocamento provocado a partir da compressão do disco.



**Figura 2.** Esquema do raio adimensional em um disco durante um ensaio de compressão – Disco Brasileiro Original.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Fabricação dos Discos

Foram cortados dois discos com diâmetro nominal de 125 mm e espessura de 12 mm a partir de um tarugo de aço AISI 4140 com o auxílio de uma serra alternativa. Após o corte, os discos foram cilindrados e suas faces foram facetadas em um torno mecânico horizontal.

### 2.2 Planificação das Extremidades de um dos Discos

Um dos discos sofreu um processo de planificação de suas extremidades com o auxílio de um centro de usinagem. As extremidades das faces formaram um ângulo de 20° com o centro do disco. Essa planificação tem por objetivo o aumento da área de contato do disco com a superfície da máquina de ensaio.

### 2.3 Tratamento Térmico de um dos Discos

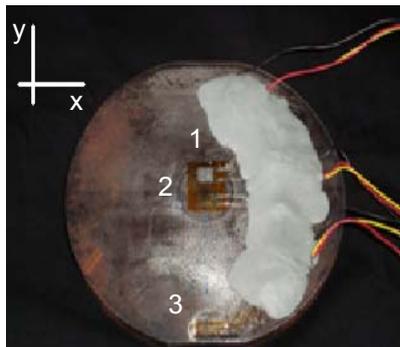
O mesmo disco que sofreu o processo de planificação de suas extremidades sofreu o tratamento térmico de têmpera com o objetivo de se aumentar sua dureza superficial. A têmpera consistiu no aquecimento do disco em um forno Mufla de resistência elétrica em uma temperatura constante de 895°C durante 30 minutos com um posterior rápido resfriamento através da imersão do disco em um óleo. Após a têmpera, foi realizado o revenimento do disco em uma temperatura constante de 250°C por 30 minutos com posterior resfriamento ao ar livre até a temperatura ambiente.



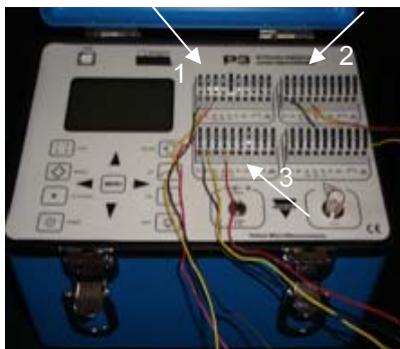
**Figura 3.** Disco com as faces planificadas após o tratamento térmico com indicação das direções principais.

## 2.4 Instrumentação dos Discos

As superfícies dos discos foram lixadas e limpas com álcool etílico hidratado 92,8° INPM e propanona para posterior instrumentação com extensômetros elétricos. Esses quando conectados ao indicador P3 permitem que seja obtida a deformação sofrida pelo disco ao ser aplicado um carregamento a este. Um extensômetro com resistência elétrica de 350Ω (1 e 2 - esse extensômetro possui dois *grids*) foi colado nas direções das deformações principais (x e y) e outro com resistência elétrica de 120Ω (3) na direção x dentro da região dominada pelas tensões de contato.



**Figura 4.** Disco com as faces planificadas instrumentado após o tratamento térmico com indicação dos extensômetros elétricos e das direções principais.



**Figura 5.** Indicador P3 com destacando as conexões dos extensômetros elétricos.

## 2.5 Ensaio Mecânico dos Discos Instrumentados

Os discos instrumentados foram submetidos ao ensaio de compressão na Máquina de Ensaio Mecânicos Instron. Ao passo que eram obtidos os valores de

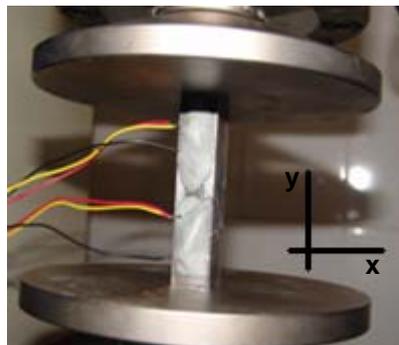
força a qual os discos eram submetidos, os valores de deformação consequentes à força aplicada eram obtidos a partir do Indicador P3 ao qual os extensômetros elétricos estavam conectados. Os valores obtidos seriam comparados posteriormente com previsões da literatura e com o Método de Elementos Finitos (MEF).



**Figura 6.** Ensaio de compressão do disco com as faces planificadas.

## 2.6 Ensaio Mecânico de um Corpo de Prova para Determinação do Módulo de Elasticidade e do Coeficiente de Poisson para o Aço AISI 4140

Um corpo de prova de um aço AISI 4140 com formato de um paralelepípedo foi fabricado com o auxílio de uma serra alternativa e de um centro de usinagem para posterior ensaio na Máquina de Ensaio Mecânicos Instron. Este corpo de prova recebeu extensômetros elétricos com resistência elétrica de  $120\Omega$  nas direções principais (x e y). Ao passo que eram obtidos os valores de força a que os discos eram submetidos, os valores de deformação consequentes à força aplicada eram obtidos a partir do Indicador P3 ao qual os extensômetros elétricos foram conectados.



**Figura 7.** Ensaio de compressão do corpo de prova com formato de paralelepípedo.

## 2.7 Equações Utilizadas

Segundo Budynas,<sup>(7)</sup> para um estado plano de tensões, onde  $\sigma_z = 0$ , as deformações nas três direções principais são dadas pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) & (1) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) & (2) \\ \varepsilon_z = \frac{-\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) & (3) \end{cases}$$

Onde:  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$  são as deformações nas direções principais;  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  são as tensões nas direções principais e  $E$  e  $\nu$  são o Módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson do material, respectivamente.

A Lei de Hooke expressa que

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi Dt} \quad (4) \quad e$$

$$\sigma_y = \frac{-6P}{\pi Dt} \quad (5),$$

onde  $P$  é a força aplicada ao disco,  $D$  e  $t$  são o diâmetro e a espessura do mesmo, respectivamente; e conseqüentemente

$$\sigma_y = -3\sigma_x \quad (6)$$

e substituindo nas equações acima (1,2 e 3), obtém-se:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}(1 + 3\nu) \quad (7)$$

$$\varepsilon_y = \frac{-\sigma_x}{E}(3 + \nu) \quad (8)$$

$$\varepsilon_z = \frac{2\sigma_x\nu}{E} \quad (9)$$

Manipulando as equações da Lei de Hooke, os valores do Módulo de Elasticidade e do Coeficiente de Poisson são encontrados a partir das seguintes equações:

$$E = \frac{\sigma_x(1-\nu^2)}{\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y} \quad (10) \quad e$$

$$\nu = \frac{\sigma_x\varepsilon_y - \sigma_y\varepsilon_x}{\sigma_y\varepsilon_y - \sigma_x\varepsilon_x} \quad (11)$$

Contudo, para o disco que sofreu a planificação das suas extremidades, a relação entre  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  não é a mesma para o caso apresentado acima (equação 6), devido à modificação da distribuição da tensão no disco por este apresentar uma variação na geometria. A análise com MEF revelou que existe um valor constante que relaciona as duas componentes de tensão. Este valor corrige a equação (6):

$$\sigma_y = -3,193\sigma_x \quad (12)$$

Modificando as equações apresentadas para as deformações nas direções principais (1,2 e 3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} (1 + 3,193\nu) \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_y = \frac{-\sigma_x}{E} (3,193 + \nu) \end{array} \right. \quad (14)$$

Manipulando matematicamente as expressões 13 e 14, são encontradas as seguintes equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1 + 3,193\nu) \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{-\sigma_x}{\varepsilon_y} (3,193 + \nu) \end{array} \right. \quad (16)$$

Obtendo:

$$\frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1 + 3,193\nu) = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_y} (3,193 + \nu)$$

$$\nu = \frac{1+3,193k}{3,193-k} \quad (17)$$

Onde:

$$k = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$$

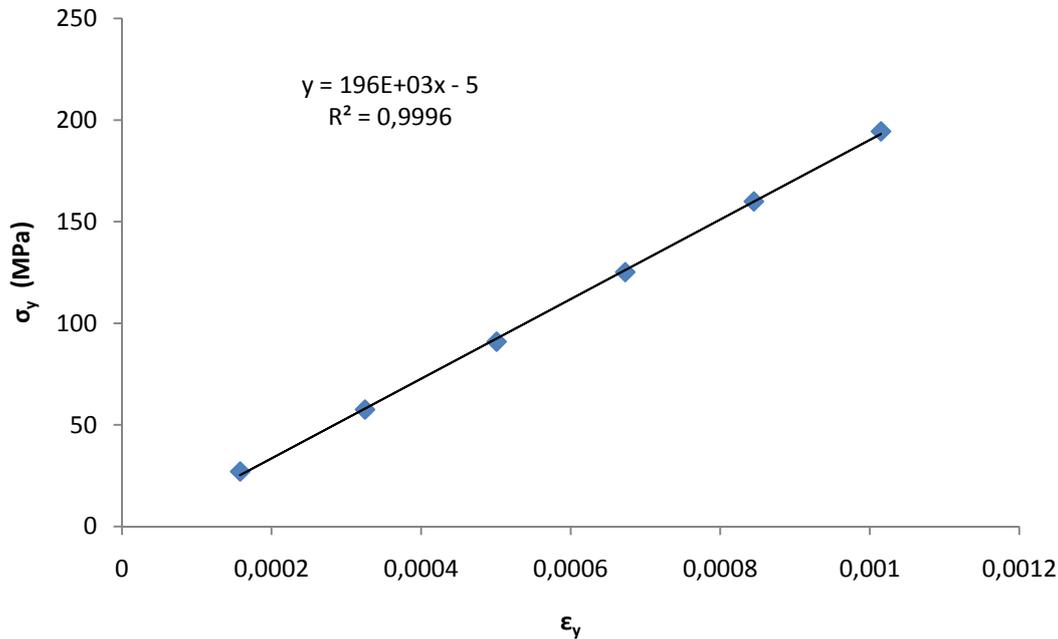
### 3 RESULTADOS

Os valores da força aplicada durante o ensaio de compressão do corpo de prova de aço AISI 4140 em forma de paralelepípedo (e, por conseguinte, a tensão aplicada, que foi calculada), das deformações às quais o mesmo estava submetido e os valores calculados para o Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) se encontram na Tabela 1.

**Tabela 1.** Valores de deformação nas direções principais ( $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$ ), da força aplicada (e, por conseguinte, a tensão aplicada, que foi calculada ( $\sigma_y$ )) pela Instron durante o ensaio de compressão do corpo de prova e do Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) para cada par de deformação ( $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$ )

Força (N)	$\varepsilon_x$ ( $\mu s$ )	$\varepsilon_y$ ( $\mu s$ )	$\sigma_y$ (MPa)	$\nu$
10.100	35	-158	27	0,22
21.500	79	-325	57	0,24
34.000	127	-501	91	0,25
46.800	175	-673	125	0,26
59.800	224	-845	160	0,26
72.700	271	-1015	194	0,27

A partir dos valores de  $\sigma_y$  e  $\varepsilon_y$ , foi feito o gráfico (Figura 8) para a obtenção do Módulo de Elasticidade ( $E$ ) – coeficiente angular na equação do gráfico.



**Figura 8.** Gráfico obtido a partir dos valores de  $\sigma_y$  e  $\varepsilon_y$  durante o ensaio de compressão do corpo de prova com formato de paralelepípedo, com a equação do gráfico e com o valor de  $R^2$ .

A partir do gráfico, o Módulo de Elasticidade ( $E$ ) – coeficiente angular na equação do gráfico – encontrado para o aço AISI 4140 foi de 196 GPa e a partir da Tabela 1, o Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) foi de 0,26 +/- 0,02.

Os resultados encontrados durante o ensaio de compressão do disco com as faces planificadas e com a leitura simultânea das deformações às quais o disco estava submetido se encontram na Tabela 2.

**Tabela 2.** Valores de deformação nas direções principais ( $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$ ) e na região de contato ( $\varepsilon_{xcont}$ ), da força e do deslocamento aplicado pela Instron durante o ensaio de compressão do disco com as faces planificadas

Força (N)	Deslocamento (mm)	$\varepsilon_x$ ( $\mu s$ )	$\varepsilon_y$ ( $\mu s$ )	$\varepsilon_{xcont}$ ( $\mu s$ )
10.120	0,1200	38	-66	-31
20.090	0,2000	75	-140	-57
30.410	0,2800	114	-206	-77
40.470	0,3550	151	-277	-92
50.420	0,4300	188	-348	-106
60.210	0,5050	224	-418	-117
70.840	0,5850	263	-494	-128
80.530	0,6600	298	-563	-138
90.270	0,7350	334	-632	-147

Para efeito de calibração, o modelo de MEF para o disco com as faces planificadas foi criado e os valores das deformações obtidas para os diversos carregamentos são apresentados na Tabela 3, assim como aqueles apresentados na Tabela 1 referente aos extensômetros elétricos.

**Tabela 3.** Valores de deformação nas direções principais ( $\epsilon_x$  e  $\epsilon_y$  na região de contato ( $\epsilon_{xcont}$ ) encontrados a partir do Método de Elementos Finitos (MEF) e a partir dos valores obtidos dos extensômetros elétricos para o ensaio de compressão do disco com as faces planificadas

$\epsilon_x$ ( $\mu s$ )	$\epsilon_{xcont}$ ( $\mu s$ )	$\epsilon_y$ ( $\mu s$ )	$\epsilon_x$ – MEF ( $\mu s$ )	$\epsilon_{xcont}$ – MEF ( $\mu s$ )	$\epsilon_y$ – MEF ( $\mu s$ )
38	-31	-66	38	-29	-70
75	-57	-140	75	-58	-140
114	-77	-206	114	-87	-212
151	-92	-277	151	-116	-282
188	-106	-348	189	-144	-351
224	-117	-418	225	-173	-419
263	-128	-494	265	-203	-493
298	-138	-563	301	-231	-560
334	-147	-632	338	-259	-628

A comparação dos valores das tensões atuantes nas direções principais do disco com as faces planificadas encontrados a partir do Método de Elementos Finitos (MEF) e a partir das equações da Lei de *Hooke* com base nos valores obtidos a partir dos extensômetros elétricos (que foram aplicados às equações 4 e 5, com valores de  $D = 125$  mm e  $t = 12$  mm), se encontra na Tabela 4.

**Tabela 4.** Valores das tensões atuantes nas direções principais ( $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ ) do disco com as faces planificadas encontrados a partir do método de Elementos Finitos (MEF) e a partir das equações da Lei de *Hooke* com base nos valores obtidos a partir dos extensômetros elétricos

$\sigma_x$ – centro – MEF (MPa)	$\sigma_y$ – centro – MEF (MPa)	$\sigma_x$ – centro – (MPa)	$\sigma_y$ – centro – (MPa)
3,95	-12,63	4,30	-12,89
7,85	-25,07	8,53	-25,58
11,88	-37,95	12,91	-38,72
15,82	-50,50	17,18	-51,53
19,70	-62,92	21,40	-64,20
23,53	-75,13	25,55	-76,66
27,68	-88,40	30,07	-90,20
31,47	-100,49	34,18	-102,53
35,28	-112,64	38,31	-114,94

O objetivo da Tabela 4 é demonstrar qual seria a correção necessária caso usássemos as equações 4 e 5 para tensão no disco com as faces planificadas em comparação ao Modelo de Elementos Finitos (MEF). Os valores de tensão obtidos pelas equações 4 e 5 apresentaram uma erro relativo médio de 7,92% para os valores da tensão na direção x e 1,99% para os valores da tensão na direção y comparados com os valores referentes ao Método de Elementos Finitos. Dessa forma, foram introduzidos um fator de correção de 0,9208 para os valores referentes à direção x e 0,9801 para aqueles referentes à direção y. Esses fatores têm por objetivo calibrar os valores referentes aos extensômetros elétricos de acordo com o Método de Elementos Finitos para o posterior cálculo do Módulo de Elasticidade ( $E$ ) e do Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ).

O modelo de MEF realizou uma análise linear-elástica, portanto, essa correção se estende a todos os materiais que apresentem um mesmo comportamento quando solicitados. O disco brasileiro tanto o original quanto o modificado apresenta uma característica única dentre os ensaios mecânicos: a sua região principal de interesse é diretamente superposta às regiões de contato. Desta

forma, qualquer variação na região de contato acarreta em grande variação na distribuição de tensões ao longo da região testada. Este efeito foi imediatamente apresentado e descrito por Hondros,<sup>(2)</sup> que identificou que este era o efeito dominante no teste maior que eventuais contribuições dadas por efeitos secundários, tais como: atrito e falha na circularidade do corpo de prova.

Os valores das tensões encontrados a partir do Método de Elementos Finitos foram aplicados às equações 10 e 11 e aqueles obtidos a partir das equações da Lei de *Hooke* com base nos valores obtidos a partir dos extensômetros elétricos foram aplicados às equações 15 e 17 se encontram na Tabela 5.

**Tabela 5.** Valores do Módulo de Elasticidade ( $E$ ) e do Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) do aço AISI 4140 encontrados a partir do método de Elementos Finitos (MEF) e a partir das equações da Lei de *Hooke* com os valores obtidos a partir dos extensômetros elétricos

Coeficiente de Poisson - MEF	Módulo de Elasticidade – MEF (GPa)	Coeficiente de Poisson – Lei de Hooke	Módulo de Elasticidade – Lei de Hooke (GPa)
0,28	196	0,32	210
0,27	194	0,27	194
0,27	194	0,29	201
0,27	194	0,28	198
0,27	194	0,27	196
0,27	194	0,27	195
0,27	194	0,26	194
0,27	195	0,26	193
0,27	195	0,26	193

#### 4 DISCUSSÃO

Ao se comparar os dados obtidos para as deformações nas direções principais e no contato a partir do ensaio de compressão do Disco Brasileiro aplicados a Lei de *Hooke* com os dados obtidos pelo Método de Elementos Finitos (MEF) apresentados na Tabela 2, pode-se verificar que o erro médio relativo para os valores de  $\varepsilon_x$  foi de 0,45%, para os valores de  $\varepsilon_y$  foi de 0,24% e para os valores de  $\varepsilon_{xcont}$  foi de 35,85%. Os valores encontrados para as deformações nas direções principais foram bem próximos aos do Método de Elementos Finitos, o que valida os resultados encontrados a partir dos dados obtidos a partir dos extensômetros elétricos. Para os valores da deformação no contato com a máquina de ensaios, o erro que foi encontrado era esperado, devido à distribuição de deformação na região dominada pelas tensões de contato, que ocorre de uma forma complexa devido à geometria do disco.

Quanto aos dados obtidos para as tensões nas direções principais do ensaio de compressão do Disco Brasileiro Modificado aplicados a Lei de *Hooke* com os mesmos obtidos a partir do Método de Elementos Finitos apresentados na Tabela 3, pode-se verificar que o erro médio relativo para os valores de  $\sigma_x$  foi de 7,92% e para os valores de  $\sigma_y$  foi de 1,99%. Os valores encontrados para as tensões nas direções principais foram bem próximos aos do Método de Elementos Finitos, o que valida os resultados encontrados a partir dos dados obtidos a partir dos extensômetros elétricos.

Com os dados obtidos a partir do ensaio de compressão do Disco Brasileiro Modificado aplicados a partir Lei de *Hooke* apresentados na Tabela 4, pode-se verificar que o valor médio de  $E$  foi de 195 +/- 5 GPa e para  $\nu$  foi de 0,27 +/- 0,02.

Enquanto que o valor médio de  $E$  e  $\nu$  a partir do Método de Elementos Finitos foram de 194 +/- 2 GPa e 0,27, respectivamente. Ao se comparar com os valores encontrados para  $E$  e  $\nu$  do aço AISI 4140, 196 GPa e 0,26 +/- 0,02, respectivamente, a partir de um corpo de prova do mesmo material e que sofreu os mesmos tratamentos térmicos do disco cujas faces foram planificadas e apresentava o mesmo valor para dureza, 49 HRC, do mesmo que sofreu o ensaio de compressão na máquina de ensaios Instron, valida-se os resultados encontrados a partir dos dados obtidos a partir dos extensômetros elétricos e também pelo Método de Elementos Finitos.

## 5 CONCLUSÕES

O emprego do disco modificado permite o uso da formulação clássica para o Disco Brasileiro, mas requer uma calibração, que foi determinada pelo Método de Elementos Finitos.

A determinação do Módulo de Elasticidade pelo Disco Brasileiro apresenta valores confiáveis e próximos dos determinados pelo ensaio uniaxial clássico.

O uso do MEF permitiu observar que a presença das regiões planas elimina o pico de deformações próximo à região de contato, e gera uma região de tensão tratativa constante na maior parte do disco. Na região de contato, porém, os valores obtidos por MEF apresentam diferença considerável quando comparados com os valores medidos pelos extensômetros elétricos. Este fato pode ser atribuído à natural complexidade da região e o fato na análise por MEF não ter usado elementos de contato nesta região.

A idealização de um contato na forma de linha ou ponto (pensando planarmente) é bastante conveniente para a dedução de expressões simples e de uso imediato, porém, deve-se ter em mente que esta linha não se mantém ao longo do teste e sim se torna um plano (ou segmento de reta, pensando planarmente).<sup>(2)</sup>

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do CNPq e da UENF pelo financiamento da pesquisa e a Petrobras UN – BC pelo apoio continuado.

## REFERÊNCIAS

- 1 WANG, QZ *et al.* The flattened brazilian disk specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks: analytical and numerical results. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2004. p. 245-253.
- 2 HONDROS, G. The evaluation of poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete. *Aust J Appl Sci*, 1959. p. 243-268.
- 3 GUO, H.; AZIZ, N.I.; SCHIMDT, L.C. Rock fracture toughness determination by the Brazilian test. *Eng Geol*, 1993. p. 177-88.
- 4 HOBBS, D.W. The tensile strength of rocks. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*, 1964. p. 385-396.
- 5 BATHE, K.J. *Finite element procedures in engineering analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982.
- 6 DALLY, J.W.; RILEY, W.F. *Experimental stress analysis*. 4.ed. New York: McGraw-Hill; 1991.
- 7 BUDYNAS, R. G. *Advanced Strength and Applied Stress Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1977. p. 20-21.