

DETERMINAÇÃO DE FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM ENTALHES SEMI-ELÍPTICOS¹

*Julia Py Braga Teixeira²
Eduardo Atem de Carvalho³
Leonardo Rozalino Souza²
Dayani da Penha Rossi²
Carlan Ribeiro Rodrigues⁴*

Resumo

O presente trabalho determina, através do Método de Elementos Finitos (MEF), os Fatores de Concentração de Tensão (K_{tn}) para diversos entalhes semi-elípticos e circulares. Este estudo visa simular entalhes deixados pelas operações de corte e abertura de entalhes em granitos e rochas ornamentais. Os resultados obtidos por MEF e comparados com valores de literatura indicam boa concordância com diferenças de não mais que 2%.

Palavras-chave: Fator de concentração de tensões; Entalhes semi-elípticos; Elementos finitos.

DETERMINATION OF STRESS CONCENTRATION FACTORS IN SEMI-ELLIPTICAL NOTCHES

Abstract

The present work determines, using Finite Elements Method (FEM), the Stress Concentration Factors (K_{tn}) associated with several semi-elliptic and circular notches. This study aims to simulate cutting operations and notch opening operations in granite and ornamental rocks. FEM results were obtained and compared to literature values and points to good agreement and no more than 2% differences.

Key words: Stress concentration factor; Semi-elliptical notches; Finite elements method.

¹ *Contribuição técnica ao 67º Congresso ABM - Internacional, 31 de julho a 3 de agosto de 2012, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.*

² *Graduando em Eng. Metalúrgica e de Materiais, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ.*

³ *Ph.D., Engenheiro Mecânico, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil.*

⁴ *Engenheiro Mecânico, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil.*

1 INTRODUÇÃO

As trincas que surgem em peças e partes estruturais geralmente são introduzidas durante a fabricação das mesmas ou se originam pela ação de carregamentos cíclicos, em regiões próximas a concentradores de tensão, como entalhes ou cantos vivos. Nesse sentido, as operações de corte em materiais frágeis introduzem defeitos que podem se comportar como trincas ao redor do entalhe gerado em peças sujeitas a tração ou flexão. O presente trabalho tem como objetivo determinar os valores dos fatores de concentração de tensão como condição preliminar e necessária para se avançar no objetivo de se compreender os mecanismos de falha em materiais frágeis. A maior parte das operações de corte de interesse deste trabalho apresentam um perfil semi-elíptico e, portanto, será concentrado neste formato o esforço em determinar os valores da concentração de tensão presentes.

1.1 Concentração de Tensões

As fórmulas elementares de tensão usadas nos diversos projetos de peças estruturais consideram que as mesmas apresentam seção constante ou mudança gradual na mesma. Porém, tais condições são dificilmente atendidas em regiões solicitadas mecanicamente em partes de máquinas ou estruturas atuais. Diversos componentes mecânicos têm descontinuidades, como furos, rasgos de chavetas e entalhes, as quais provocam modificações na distribuição de tensão e em cuja vizinhança imediata ocorre o fenômeno conhecido como concentração de tensão, ou seja, um aumento no valor das tensões atuantes causado não só pela diminuição da área resistente, como também pela perturbação que a descontinuidade causa.⁽¹⁾ A concentração de tensões é normalmente quantificada pelo fator de concentração de tensões (K_t), o qual pode ser definido como a razão entre a tensão máxima na vizinhança imediata da descontinuidade e a tensão que ocorre na seção total longe da descontinuidade. Essa definição corresponde ao K_{tn} :

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \text{ para tração e flexão} \quad (1)$$

$$K_{tsn} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}} \text{ para torção (tensão cisalhante)} \quad (2)$$

Onde σ_{max} e τ_{max} correspondem às tensões máximas na peça provocadas pelo concentrador de tensão; e σ_{nom} e τ_{nom} à tensão nominal e a tensão cisalhante nominal de referência, respectivamente.

O “t” subscrito indica que o fator de concentração de tensões é um fator teórico; a tensão máxima no corpo é baseada na teoria da elasticidade, pode ser derivada de experimentos de análise de tensões em laboratório ou ainda de soluções de elementos finitos. De fato, destaca-se o crescente uso de análises computacionais, as quais são eficientes e flexíveis e por isso têm substituído técnicas experimentais, a fim de determinar o fator de concentração de tensões.⁽¹⁾

1.2 Concentração de Tensões em uma Barra Reta com Entalhe Semi-Elíptico

Para que possa avaliar o valor numérico da concentração de tensões causada pela presença de um entalhe semi-elíptico em uma viga reta foi empregado o Método de Elementos Finitos (MEF), como implementado em um programa comercial.⁽²⁾

O entalhe gerado tem a forma de uma elipse, que é similar ao gerado pela ferramenta de corte, que pode operar mais afastada ou aproximada da peça (Figura 1).

Foram simulados entalhes com relação $b/a = 1.00; 1.28; 1.50; 1.73; 2.00; 2.24; 3.00; 4.00; 5.00$ para cada profundidade a/H do entalhe. Estas razões a/H foram variadas com as seguintes razões: 0.2, 0.3, 0.4 e 0.5. Desta forma foram analisados 36 casos diferentes, onde a tensão máxima localizada na raiz do entalhe (Figure 2) foi determinada pelo método numérico e depois se calculou o Fator de Concentração de Tensões (K_t) segundo a seguinte definição:⁽¹⁾

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (3); e$$

$$\sigma_{nom} = \frac{6M}{bh^2} \quad (4)$$

Em todas as simulações foi usado elemento 2D Sólido, com 9 nós por elemento e submetido a estado plano de deformações.

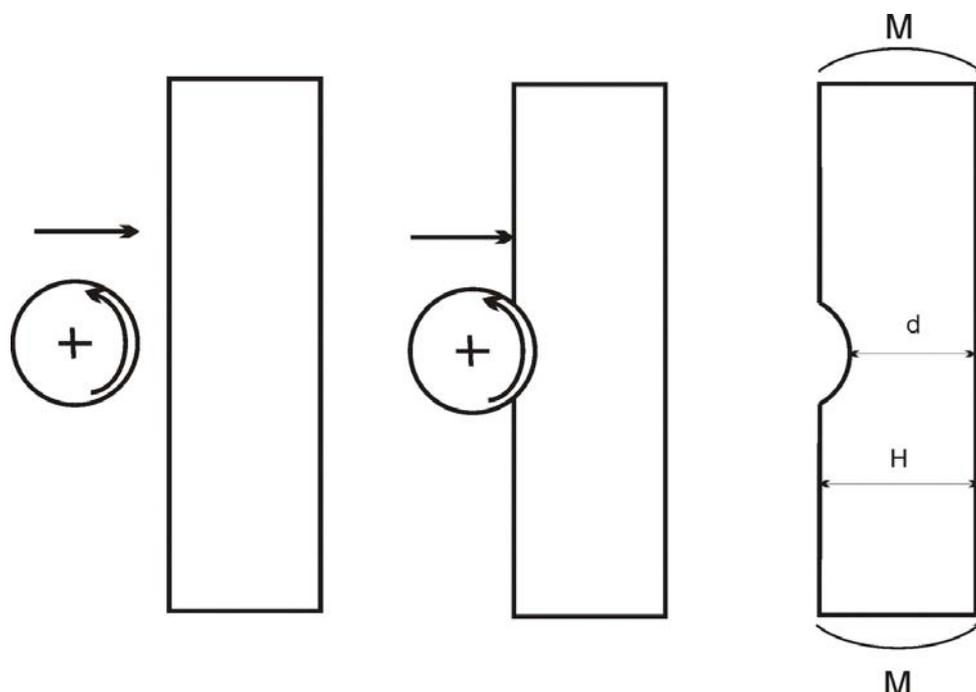


Figura 1. O entalhe semi-elíptico é gerado pela ação de uma ferramenta de corte (ou desbaste). As distâncias a e b podem ser vistas na Figura 2.

2 ANÁLISE NUMÉRICA DOS CONCENTRADORES DE TENSÃO

Inicialmente uma barra de 50 x 10 mm, feita de material puramente elástico e isotrópico, com propriedades $E = 200$ GPa e $\nu = 0.29$, submetida à flexão pura, foi dividida em regiões como as apresentadas na Figura 2. As regiões 1 e 6 mantiveram malhas relativamente grossas enquanto 2, 3, 4 e 5 foram sucessivamente refinadas até que a diferença entre o valor da tensão máxima no ponto de interesse fosse menor do que 0.02% entre a última e a anterior. O refinamento foi feito para cada linha do modelo. A convergência foi obtida em todos os casos e o refinamento não passou de 4 incrementos sucessivos. Foi empregado nesta análise um elemento 2D em Estado Plano de Tensões, com 9 nós por elemento. A malha com a qual foram avaliados todos os valores apresentados neste trabalho apresenta 45.520 elementos e 182.901 nós (após contagem de repetidos e superpostos, nas suas frações) em

todo o seu domínio. O carregamento externo simula um ensaio de flexão em quatro pontos e conta com condições de contorno que permitem a rotação livre nas extremidades e a translação na direção y . De cada caso estudado, ao longo da linha de simetria (dividida em 150 elementos, 301 nós) foram obtidos a tensão máxima cisalhante (τ_{\max}), tensão na direção x (σ_x), tensão na direção y (σ_y), deformação na direção x (ϵ_x) e deformação na direção y (ϵ_y).⁽³⁾

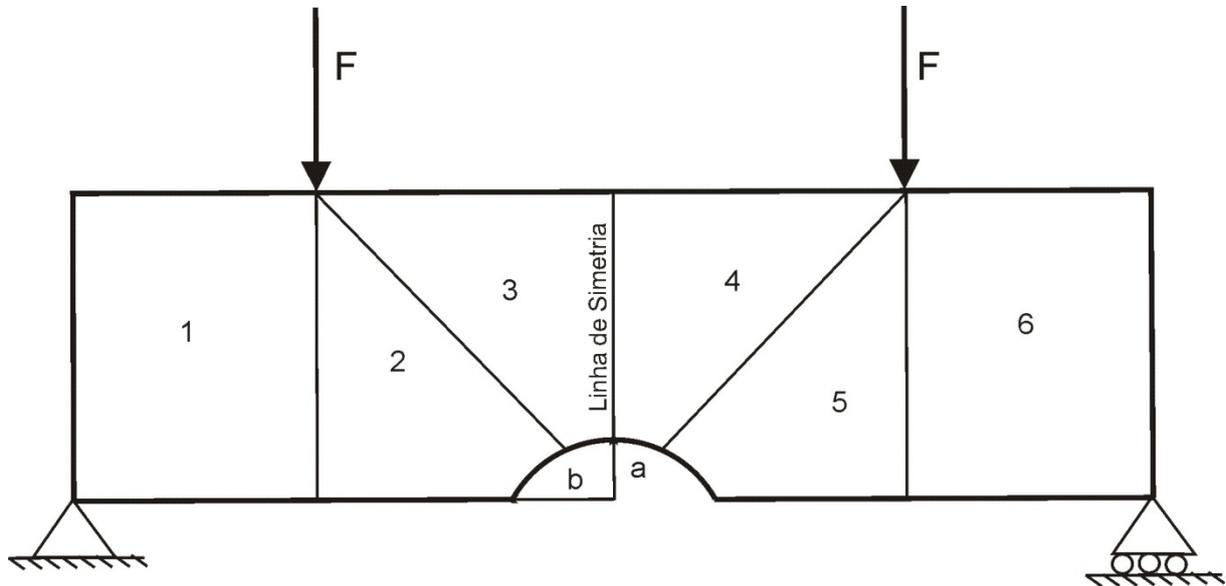


Figura 2. Regiões do modelo estudado.

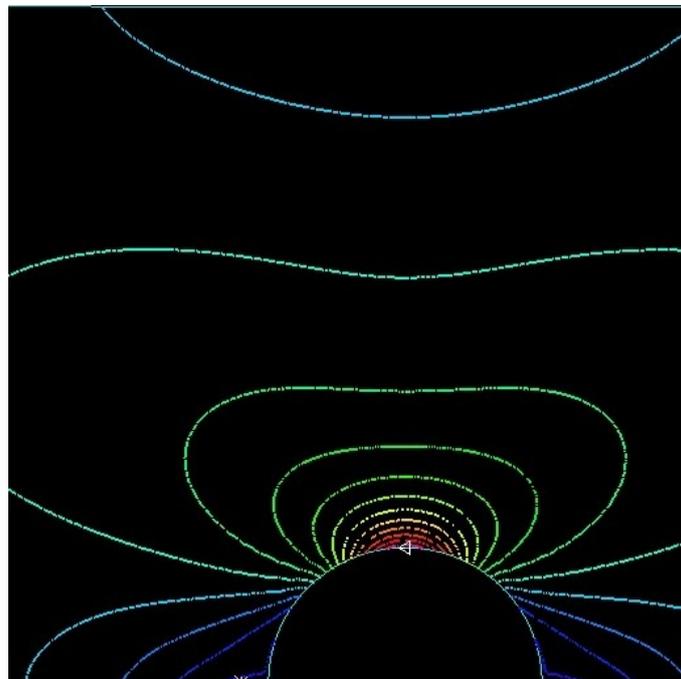


Figura 3. Campos de tensões σ_y em um caso estudado ($a = b$). Triângulo branco indica ponto de valor máximo.

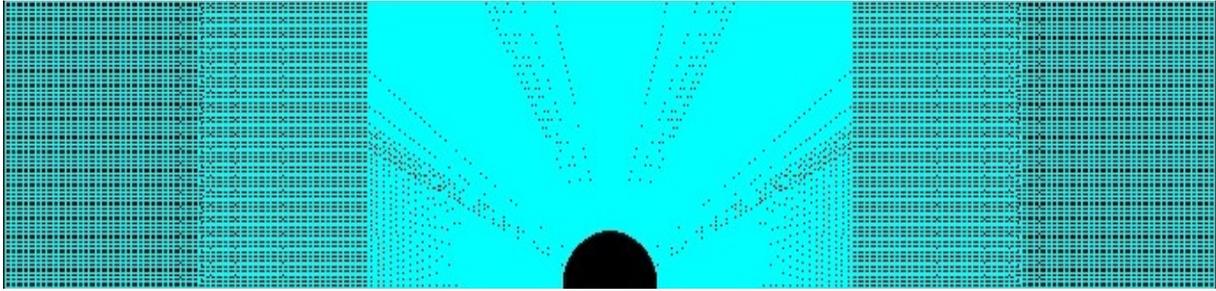


Figura 4. Visão da malha utilizada neste estudo. Caso do Entalhe semi-circular ($a = b$).

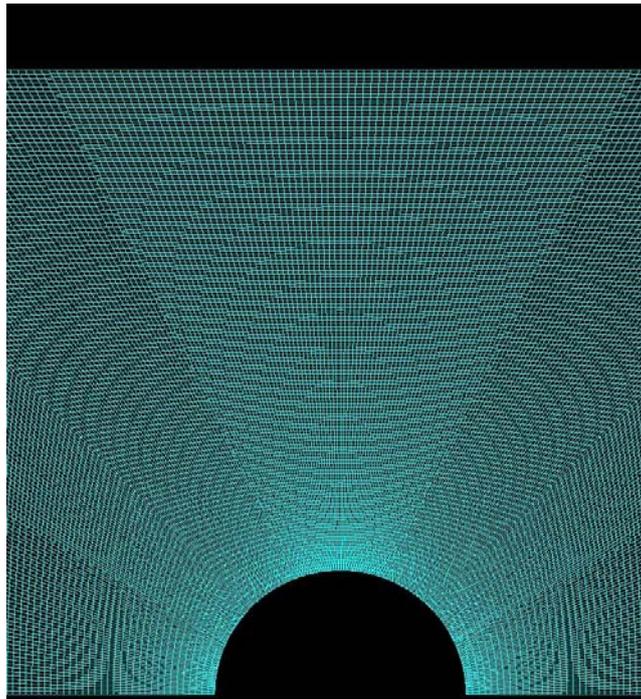


Figura 5. Vista em *close-up* da malha empregada. ($a = b$).

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Kt

A Figura 6 apresenta os valores obtidos neste estudo. A linha azul representa $a/H = 0.2$, no intervalo de b/a variando de 1.0 até 5.0. A linha vermelha $a/H = 0.3$, a linha verde $a/H = 0.4$ e por fim a linha preta $a/H = 0.5$, todas nos mesmos limites já descritos para b/a . Os três pontos na forma de quadrados vermelhos são os valores que foram possíveis achar em Peterson.⁽¹⁾

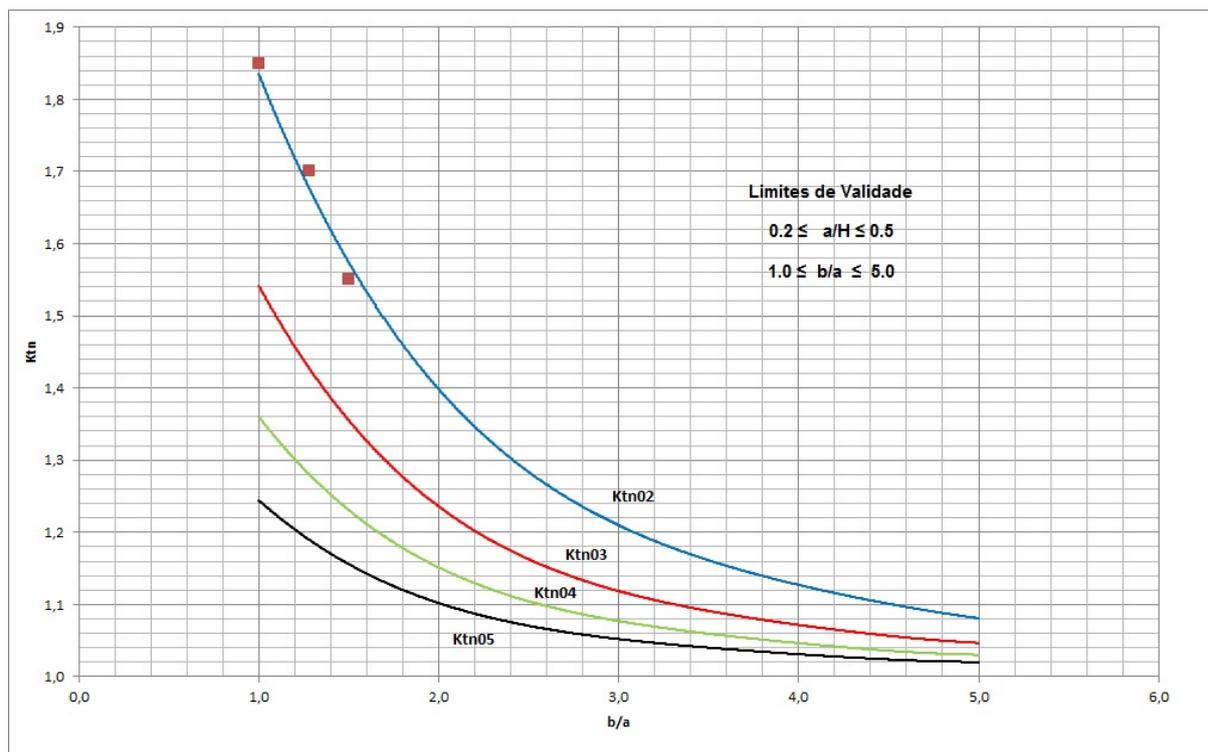


Figura 6. Gráfico com as curvas de K_{tn} . Os quadrados vermelhos representam valores obtidos na literatura.⁽¹⁾

Para que se possa achar os valores intermediários, foi feito um processo de *curve fitting*, utilizando o Excel, com métodos de mínimos quadrados para um polinômio de grau 4 e obtidas expressões para qualquer K_{tn} no intervalo descrito. Estas expressões obtidas pelo MEF podem ser descritas com sendo do tipo:

$$K_{tn} = C_1 \left(\frac{b}{a}\right)^4 + C_2 \left(\frac{b}{a}\right)^3 + C_3 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + C_4 \left(\frac{b}{a}\right) + C_5 \quad (3)$$

Para os casos já descritos os valores obtidos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Expressões para os K_{tn} intermediários

a/H	Expressão Para K_{tn}	R^2
0.2	$0.0030(b/a)^4 - 0.0540(b/a)^3 + 0.3722(b/a)^2 - 1.2212(b/a) + 2.7350$	0.9997
0.3	$0.0029(b/a)^4 - 0.0492(b/a)^3 + 0.3163(b/a)^2 - 0.9544(b/a) + 2.226$	0.9996
0.4	$0.0026(b/a)^4 - 0.0408(b/a)^3 + 0.2479(b/a)^2 - 0.7056(b/a) + 1.8561$	0.9996
0.5	$0.0019(b/a)^4 - 0.0292(b/a)^3 + 0.1748(b/a)^2 - 0.4903(b/a) + 1.5870$	0.9996

A partir dos valores apresentados na Tabela 1 foi possível aplicar também o método de *curve-fitting* nos coeficientes C_n , de forma que K_{tn} possa também ser calculado para valores intermediários de a/H . As novas expressões estão listadas na Tabela 2.

Tabela 2. Expressões para os coeficientes C_n

C_n	Expressões para C_n	R^2
C_1	$-0.0333(a/H)^3 + 0.0200(a/H)^2 - 0.0047(a/H) + 0.0034$	1.0000
C_2	$0.1700(a/H)^2 - 0.0362(a/H) - 0.0536$	1.0000
C_3	$1.3000(a/H)^3 - 1.7950(a/H)^2 + 0.0915(a/H) + 0.4153$	1.0000
C_4	$-1.2875(a/H)^2 + 3.3428(a/H) - 1.8390$	1.0000
C_5	$-6.2333(a/H)^3 + 12.5350(a/H)^2 - 10.1702(a/H) + 4.3175$	1.0000

3.2 Comparação com Literatura

Existem valores na literatura,⁽¹⁾ que podem ser comparados com alguns dos determinados pelo MEF, como forma de avaliar a acuidade do modelo empregado na simulação dos casos estudados. Estes pontos foram apresentados na forma de quadrados vermelhos na Figura 6. A Tabela 3 apresenta alguns destes valores, bem como sua diferença percentual.

Tabela 3. Comparação entre alguns valores de K_{tn} obtidos por MEF e literatura ($a/H = 0.2$)

b/a	K_{tn} MEF	K_{tn} [peters]	$\Delta\%$
1.00	1.83	1.85	1.03
1.28	1.69	1.70	0.73
1.50	1.57	1.55	-1.25

4 CONCLUSÕES

- Para o caso do entalhe semi-elíptico, polinômios de 4^o grau descreveram o comportamento do K_{tn} e, através desses polinômios, foi possível aplicar o método de *curve-fitting* nos coeficientes C_n , de forma que K_{tn} possa também ser calculado para valores intermediários de a/H ; e
- foi possível determinar K_{tn} nos intervalos desejados. Os valores de literatura disponíveis não diferiram mais que 1.25% do valor previsto neste estudo.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem a Universidade Estadual do Norte Fluminense – Darcy Ribeiro, ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – PIBIC e à Petrobras UN-BC pelo suporte dado.

REFERÊNCIAS

- 1 PILKEY, Walter D. Peterson's Stress Concentration Factors. 2^a Ed. New York: Wiley Interscience, 1997.
- 2 BATHE, Klaus J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. London: Prentice-Hall Inc., 1982.
- 3 CARVALHO, Eduardo A. Stress concentration factors for an internally pressurized circular vessel containing a radial U-notch. International Journal of Pressure Vessels and Piping, v. 82, n. 7, p. 517-521, jul. 2005.