

# DETERMINAÇÃO DOS FATORES DE INTENSIFICAÇÃO E CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES GERADOS POR ENTALHES EM MATERIAIS FRÁGEIS<sup>1</sup>

Leonardo Rozalino Souza<sup>2</sup>  
Eduardo Atem de Carvalho<sup>3</sup>  
Júlia Py Braga Teixeira<sup>2</sup>  
Dayani da Penha Ross<sup>2</sup>  
Mário Lucas Santana Silva<sup>4</sup>  
Carlan Ribeiro Rodrigues<sup>5</sup>

## Resumo

Operações de corte em materiais frágeis, geralmente, introduzem defeitos que podem se comportar como trincas ao redor do entalhe gerado. O presente trabalho avalia um caso onde os Fatores de Intensificação ( $K_I$ ) e Concentração de Tensão ( $K_{tn}$ ) estão relacionados à presença de entalhes em "U" profundo e do tipo composto. O modelo do entalhe composto se baseia em um entalhe em "U" profundo, que surge na raiz de um entalhe circular bem maior. O Método de Elementos Finitos (MEF) foi empregado para simulação de todos os casos estudados. Os  $K_{tn}$  determinados através dos resultados do MEF apresentaram boa concordância com o esperado pela literatura. Pode-se também determinar a partir de que ponto o entalhe não exerce mais influência sobre a severidade do efeito, sendo os parâmetros de fratura do material apenas controlados pelos defeitos de fabricação. A partir de formulações de Paris & Creager e Carvalho, determinou-se o  $K_I$  para os modelos estudados e a partir da comparação com as soluções de Tada, constatou-se que os resultados para o entalhe em "U" profundo mostraram-se bastante coerentes, não ultrapassando uma diferença percentual de 13%. Corpos de prova de material frágil (geopolímero, Ca,Na,K-PSS) foram testados em ensaio de flexão em 4 pontos a fim de determinar a tenacidade a fratura experimental.

**Palavras-chave:** Fator de concentração de tensão; Fator intensificador de tensão; Material frágil; Operações de corte.

## STUDY OF STRESS INTENSIFICATION AND CONCENTRATION FACTORS GENERATED DUE NOTCHES IN BRITTLE MATERIALS

### Abstract

Milling operation on brittle materials usually introduces defects which can behave as cracks around the notch generated. This study evaluates a case where the Stress Intensification ( $K_I$ ) and the Stress Concentration ( $K_{tn}$ ) Factor is generated due to the presence of a "U"-deep notch and a multiple notch. The multiple notches' model is based on a deep U-notch, which appears at the root of a larger circular notch. The Finite Element Method (FEM) has been used to simulate all the studied cases. The  $K_{tn}$  were determined by FEM and the results agreed with the literature. It was also possible to determine when the semicircular notch does not exert more influence on the severity of the defect, and the fracture parameters of the material were only controlled by manufacturing defects. Paris & Creager's and Carvalho's formulations were used to determining the  $K_I$  for the studied models and the comparison with the TADA's solutions lets conclude that the results of the "U"-deep notch were consistent, not exceeding a percentage difference of 13%. Specimens of brittle material (Ca,Na,K-PSS, geopolymer) were performed in bending test by 4 points to determine the experimental fracture toughness.

**Key words:** Stress concentration factor; Stress intensification factor; Brittle materials; Milling operations.

<sup>1</sup> Contribuição técnica ao 67<sup>o</sup> Congresso ABM - Internacional, 31 de julho a 3 de agosto de 2012, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

<sup>2</sup> Graduando em Eng. Metalúrgica e de Materiais, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ.

<sup>3</sup> Ph.D., Eng. Mecânico, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ.

<sup>4</sup> Doutorando em Eng. e Ciências dos Materiais, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ.

<sup>5</sup> Engenheiro Mecânico, Lamav, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ.

## 1 INTRODUÇÃO

Estudos sobre a fratura de elementos estruturais vêm sendo revolucionados nos últimos 50 anos.<sup>(1)</sup> As trincas que surgem em peças e partes estruturais geralmente são introduzidas durante a fabricação das mesmas ou se originam pela ação de carregamentos cíclicos, em regiões próximas à concentradores de tensão, como entalhes ou cantos vivos. Nesse sentido, as operações de corte em materiais frágeis introduzem defeitos que podem se comportar como trincas ao redor do entalhe gerado em peças sujeitas a tração ou flexão. O presente trabalho tem como objetivo determinar as condições de uso de peças fabricadas com materiais frágeis depois de operações de corte, e para tal, fez-se necessário determinar os fatores de intensificação e concentração de tensão para modelos de entalhe simples em “U” profundo e de entalhe composto em “U” profundo, que surge na raiz de um entalhe circular bem maior ( $R_{circ} \gg r_U$ ).

### 1.1 Concentração de Tensões

As fórmulas elementares de tensão usadas para diversas geometrias de peças estruturais consideram que as mesmas apresentam seção constante ou mudança gradual na mesma. Porém, tais condições são dificilmente atendidas em regiões solicitadas mecanicamente em partes de máquinas ou estruturas atuais. Diversos componentes mecânicos têm descontinuidades, como furos, rasgos de chavetas e entalhes, as quais provocam modificações na distribuição de tensão e em cuja vizinhança imediata ocorre o fenômeno conhecido como concentração de tensão, ou seja, um aumento no valor das tensões atuantes causado não só pela diminuição da área resistente, como também pela perturbação que a descontinuidade causa.<sup>(2)</sup> A concentração de tensões é normalmente quantificada pelo fator de concentração de tensões ( $K_t$ ), o qual pode ser definido como a razão entre a tensão máxima na vizinhança imediata da descontinuidade e a tensão que ocorre na seção total longe da descontinuidade. Essa definição corresponde ao  $K_{tn}$  (Equações 1 e 2).

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad \text{para tração e flexão} \quad (1)$$

$$K_{tsn} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}} \quad \text{para torção (tensão cisalhante)} \quad (2)$$

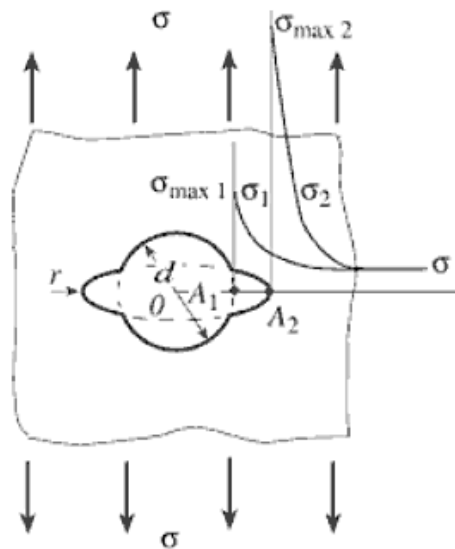
Onde  $\sigma_{max}$  e  $\tau_{max}$  correspondem às tensões máximas na peça provocadas pelo concentrador de tensão e  $\sigma_{nom}$  e  $\tau_{nom}$  à tensão nominal e a tensão cisalhante nominal de referência, respectivamente.

O “t” subscrito indica que o fator de concentração de tensões é um fator teórico; a tensão máxima no corpo é baseada na teoria da elasticidade, pode ser derivada de experimentos de análise de tensões em laboratório ou ainda de soluções de elementos finitos. De fato, destaca-se o crescente uso de análises computacionais, as quais são eficientes e flexíveis e por isso têm substituído técnicas experimentais, a fim de determinar o fator de concentração de tensões.<sup>(2)</sup>

### 1.2 Concentradores de Tensão Múltiplos

Quando dois ou mais concentradores de tensão estão presentes ao mesmo tempo em uma peça, diz-se que a mesma está submetida a um estado de concentração de tensão múltipla.<sup>(2)</sup> Problemas de concentradores múltiplos de tensão ocorrem

frequentemente na área de engenharia de projetos. Um exemplo poderia ser um plano com um furo circular em seu centro, complementado por dois pequenos entalhes semicirculares, submetido a esforços uniaxiais de tração (Figura 1).



**Figura 1.** Dois concentradores de tensão de igual magnitude em um elemento bidimensional infinito.<sup>(2)</sup>

O entalhe semicircular menor irá levar a um maior estado de tensão em comparação ao que ocorreria se o furo circular central estivesse sozinho. Usa-se  $K_{t1}$  para representar o fator concentrador de tensões de um elemento com entalhe circular e  $k_{t2}$  para elemento com entalhes finos, como em “U” profundo. Em geral, os fatores múltiplos de concentração de tensão dos elementos  $K_{t1,2}$  não podem ser deduzidos diretamente a partir de  $K_{t1}$  e de  $K_{t2}$ . Os dois diferentes fatores irão interagir entre si e produzir uma nova distribuição de tensão.<sup>(2)</sup> Sabe-se que para *tamanho de um concentrador de tensão não muito diferente do outro*, o fator de concentração múltiplo não pode ser calculado como o produto dos fatores de concentração individuais dos concentradores. Por exemplo, no caso da Figura 2, o ponto A1 de máxima concentração de tensão do furo circular de fator 1 não coincide com o ponto A2 de máxima concentração de tensão do entalhe semicircular de fator 2. Em geral, os fatores de concentração de tensão múltipla seguem a relação de Nishida<sup>(2)</sup> expressa pela Equação 3.

$$\max(K_{t1}, K_{t2}) < K_{t1,2} \leq K_{t1} \cdot K_{t2} \quad (3)$$

### 1.3 Fator de Concentração de Tensão e Fator de Intensificação de Tensão

As superfícies de uma trinca têm influência dominante na distribuição das tensões próximas e ao redor da ponta da mesma, uma vez que são os limites próximos e livres de tensão no corpo. Outras fronteiras remotas e o carregamento de forças afetam apenas a intensidade do campo de tensão local na ponta da trinca. Fisicamente, os fatores de intensificação de tensão  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ , referentes aos modos de fratura I (abertura), II (cisalhamento no plano) e III (cisalhamento fora do plano), respectivamente, estão relacionados à intensidade do carregamento transmitido através da região da ponta da trinca causado pela introdução de uma trinca no espécime em interesse.<sup>(1)</sup>

O fator de intensificação de tensão representa melhor a ocorrência de propagação de uma trinca que o fator concentrador de tensão, pois este é mais geral, não leva em consideração a realidade da distribuição de tensão em torno da trinca, enquanto que o fator de intensidade leva em consideração a geometria da peça e da trinca, as quais efetivamente influenciam sua propagação.<sup>(3)</sup>

Pareceria que há uma relação entre o fator de concentração de tensão e o fator de intensificação de tensão. Creager e Paris,<sup>(4)</sup> a partir das observações de Irwin e Timoshenko, desenvolveram equações para a determinação dos fatores de intensificação de tensão relativos aos Modos I, II e III de abertura.<sup>(5)</sup> A partir das relações desenvolvidas por Timoshenko para entalhes elípticos e hiperbólicos, Creager e Paris analisaram a distribuição de tensão ao redor da ponta da trinca de comprimento  $2a$  usando as coordenadas mostradas na Figura 2. Observa-se que a origem de “ $r$ ” situa-se a  $\rho/2$ , onde “ $\rho$ ” corresponde ao raio da ponta da trinca.

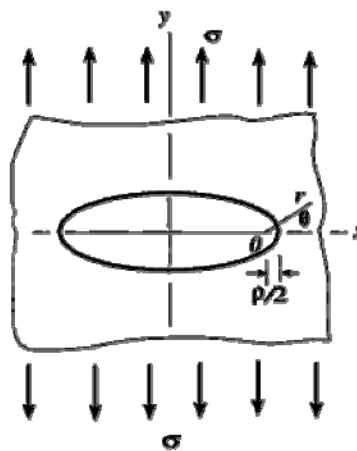


Figura 2. Sistema de coordenadas para tensão na ponta de uma trinca elíptica.<sup>(2)</sup>

No presente trabalho, estudou-se apenas o Modo I de abertura. Considerando a linha ao longo do eixo  $x$ , onde  $\theta = 0^\circ$ , as equações referentes a este modo são reduzidas (Equações 4 a 6).

$$\sigma_x = \frac{E_t}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \left[ 1 - \frac{\rho}{2r} \right] \quad (4)$$

$$\sigma_y = \frac{E_t}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \left[ 1 + \frac{\rho}{2r} \right] \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad (6)$$

A fim de estudar o campo de tensões ao redor da ponta da trinca, onde o efeito concentrador de tensão é máximo, usou-se o raio igual a  $\rho/2$ , obtendo-se as Equações 7 a 9.

$$\sigma_x = 0 \quad (7)$$

$$\sigma_y = 2 \cdot \frac{E_t}{\sqrt{\pi \rho}} \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad (9)$$

Sabendo que  $\sigma_y$  corresponde a tensão máxima na ponta da trinca e de acordo com a Equação 1, estabelece-se a Equação 10.

$$K_c = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{\sigma_F}{\sigma_{nom}} = 2 \cdot \frac{K_I}{\sqrt{\pi P}} \cdot \frac{1}{\sigma_{nom}} \quad (10)$$

#### 1.4 Tenacidade à Fratura ( $K_{IC}$ )

A tenacidade à fratura, ou  $K_C$ , expressa a condição crítica para a propagação de uma trinca em uma estrutura que já possui a mesma. A tenacidade à fratura em deformação plana  $K_{IC}$  depende de vários fatores, sendo os mais importantes, a temperatura, a taxa de deformação e a microestrutura.<sup>(3)</sup>

#### 1.5 Fratura de Cerâmicas Porosas

Uma vez que as cerâmicas são frágeis, sua resistência é muito dependente dos defeitos intrínsecos do material e de entalhes introduzidos no processo de fabricação das peças. Entalhes menores do que os defeitos intrínsecos não são prejudiciais e não influenciam na resistência da cerâmica. Quando o entalhe é maior que os defeitos intrínsecos, a fratura se inicia necessariamente no entalhe e o fator intensificador de tensão é constante na fratura, ou seja, trata-se da tenacidade à fratura.<sup>(6,7)</sup>

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Geopolímero

O termo *geopolímero* foi utilizado pela primeira vez em 1979 em patentes de Davidovits para descrever uma família de aglomerantes minerais semelhantes às zeólitas artificiais.<sup>(8)</sup> O geopolímero possui dois componentes principais: um precursor, fonte de sílica e alumina, que forma a rede polimérica, e um ativador alcalino, que promove a formação da rede.

O geopolímero usado neste trabalho foi Ca,Na,K-PSS,<sup>(9)</sup> sendo os componentes usados na sua preparação: metacaulim, como fonte de sílica e alumina; cimento Portland, como fonte de  $Ca^{2+}$ ; hidróxido de potássio e silicato de sódio como ativador alcalino bi-componente; areia, wollastonita e água. Eles foram escolhidos por terem sido testados em trabalhos anteriores.<sup>(10)</sup> Areia quartzosa lavada e proveniente do rio Paraíba do Sul foi utilizada como agregado miúdo. A areia foi peneirada em peneira Bertel, aço inox 304, de 40 *mesh* e lavada com água corrente em peneira Bertel, aço inox 304, de 200 *mesh*. Depois, foi aquecida e seca em estufa Brasdonto modelo 3 durante um período de 24 horas, a uma temperatura de 110°C e, em seguida, novamente peneirada em peneira de 20 *mesh*. A Wollastonita, um metassilicato de cálcio fibroso, foi fornecida pela Energyarc S.A., com granulometria abaixo de 325 *mesh* e foi adicionada com o objetivo de diminuir a retração do geopolímero. A água usada para o preparo da argamassa foi proveniente da rede de abastecimento da UENF.

### 2.2 Preparo dos Corpos de Prova

A quantidade dos componentes usados na preparação da massa geopolimérica foi determinada com a ajuda de uma planilha que calculava a composição elementar do produto. Uma vez determinadas essas quantidades, o procedimento de preparação foi iniciado, conforme os passos da NBR 7215.<sup>(11)</sup>

- introdução do metacaulim + cimento Portland;
- introdução dos ingrediente ativadores e mistura durante 3 minutos;
- introdução de 50% da areia e mistura por mais 3 minutos;
- introdução do restante da areia e mistura por 3 minutos;
- parada para raspagem, com o auxílio de uma espátula, da argamassa geopolimérica aderida às paredes; e
- introdução da wollastonita e misturar por mais 1 minuto.

A mistura geopolimérica foi então vertida em molde de acrílico lubrificado com óleo vegetal e apoiado sobre placa de vidro. Após 24 horas, os corpos de prova foram removidos do molde e armazenados. Passados 28 dias, a resistência máxima dos corpos de prova foi atingida e variava de forma desprezível desde então.

Dos corpos de prova fabricados, escolheram-se aqueles que apresentam a superfície com melhor acabamento, menor rugosidade e menor quantidade de defeitos. Foram selecionados 30 corpos de prova, ao total. Para o entalhe simples em “U” profundo, introduziram-se os mesmos no corpo de prova com a utilização de maquina (Figura 3).



Figura 3. Corpos de prova com entalhe em “U” profundo.

Usando paquímetro, procedeu-se a medição das dimensões dos corpos de prova e da profundidade do entalhe. Depois, mediu-se o raio de endoçamento do entalhe usando projetor de perfil (Figura 4).

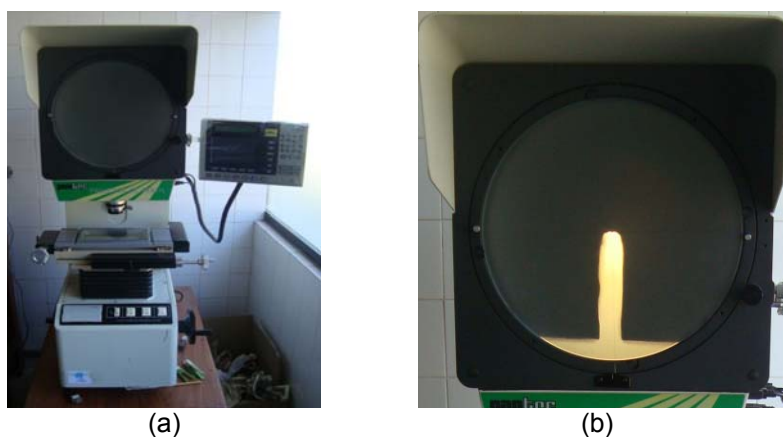


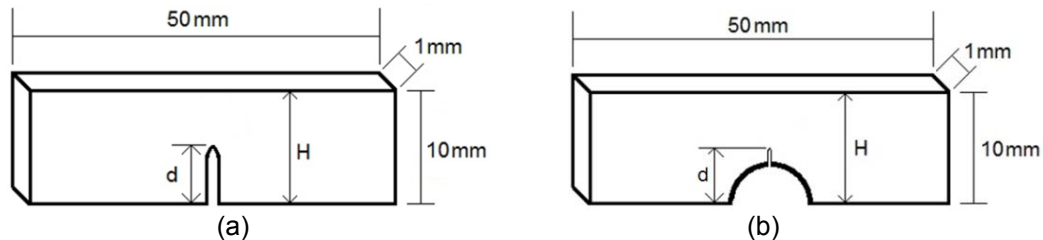
Figura 4. (a) Projetor de perfil; e (b) imagens do raio do entalhe no projetor de perfil, lente com aumento 10x.

### 2.3 Concentração de Tensões em Barra Retá com Entalhe Simples e Composto

Para que se possa avaliar o valor numérico da concentração de tensões devido à presença de entalhes simples e compostos em uma viga retá foi empregado o Método de Elementos Finitos (MEF), como implementado em um programa comercial.

O entalhe composto gerado tem a forma de um entalhe em “U” que se origina na raiz de um entalhe maior, circular, que simula defeitos radiais surgidos ao longo do círculo. O entalhe em “U” tem raio fixo de 0.125 mm e o semicircular tem raio também fixo de 2.0 mm.

Para os casos estudados, foram realizadas simulações empregando MEF, de corpos de prova com as geometrias e dimensões apresentadas na Figura 5.



**Figura 5.** Formato e dimensões do corpo de prova simulado no MEF: (a) entalhe simples; e (b) entalhe composto.

Para o entalhe simples, foram simulados entalhes com variadas razões  $d/H$ : 0.10, 0.15, 0.20, 0.22, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50 e 0.60. Desta forma foram analisados nove diferentes casos, nos quais a tensão máxima localizada na raiz do entalhe foi determinada pelo método numérico e depois calculou-se o Fator de Concentração de Tensões ( $K_t$ ) segundo a Equação 1.

Para o entalhe composto, foram simulados entalhes com relação  $d/H$  de 0.22, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, variando-se a profundidade do entalhe em “U”. Para efeito de comparação com a literatura, os mesmos modelos foram analisados em tração pura. Desta forma, analisaram-se 10 casos diferentes, onde a tensão máxima localizada na raiz do entalhe foi determinada pelo método numérico e depois se calculou o Fator de Concentração de Tensões ( $K_t$ ) usando a Equação 1.

Inicialmente uma barra de 50 mm x 10 mm, feita de material puramente elástico e isotrópico, com propriedades  $E = 200$  GPa e  $\nu = 0.29$ , submetida à flexão pura, foi dividida em regiões (Figura 6). Foram usados elementos tipo 2-D Sólido com 9 nós por elemento submetidos ao Estado Plano de Tensões. As regiões 1, 2, 3, 6, 7 e 8 mantiveram malhas relativamente grossas enquanto 4 e 5 foram sucessivamente refinadas até que a diferença entre o valor da tensão máxima no ponto de interesse fosse menor do que 0.02% entre a última e a anterior. O refinamento foi feito para cada linha do modelo. A convergência foi obtida em todos os casos e o refinamento cessou após 5 incrementos sucessivos. A malha (Figura 7) com a qual foram avaliados todos os valores apresentados neste trabalho apresenta 29.256 elementos e 117.469 nós (após contagem de repetidos e superpostos, nas suas frações) em todo o seu domínio. O carregamento externo simula um ensaio de flexão em quatro pontos e conta com condições de contorno que permitem a rotação livre nas extremidades e a translação na direção  $y$ . De cada caso estudado, ao longo da linha de simetria (dividida em 100 elementos, 201 nós) foram obtidos a tensão máxima cisalhante ( $\tau_{max}$ ), tensão na direção  $x$  ( $\sigma_x$ ), tensão na direção  $y$  ( $\sigma_y$ ), deformação na direção  $x$  ( $\epsilon_x$ ) e deformação na direção  $y$  ( $\epsilon_y$ ).

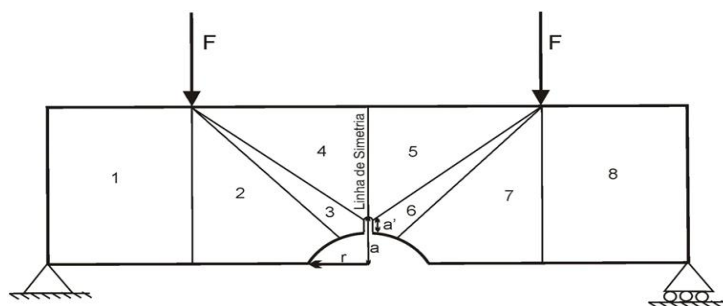


Figura 6. Regiões do modelo estudado.

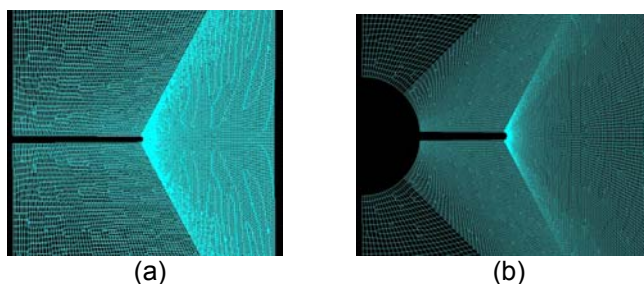


Figura 7. Malha do modelo estudado para o entalhe simples (a) e composto; (b) com profundidade de 0.50.

## 2.4 Ensaio de Flexão em Quatro Pontos

Os testes de flexão em quatro pontos foram utilizados apenas nos corpos de prova do geopolímero e realizados na Instron 5582 com taxa de avanço do travessão de 1 mm/min e com taxa de aquisição de dados a cada segundo. Os pontos de apoio superiores da máquina, de carregamento, estavam dispostos a uma distância de 40 mm (S1) e os pontos de apoio inferiores, fixos, a 100 mm (S2) um do outro (Figura 8a). Este tipo de carregamento gera um momento fletor crescente dos suportes de apoio até a região de carregamento mais próximo e um momento fletor constante entre estas regiões de aplicação da carga (Figura 8b).

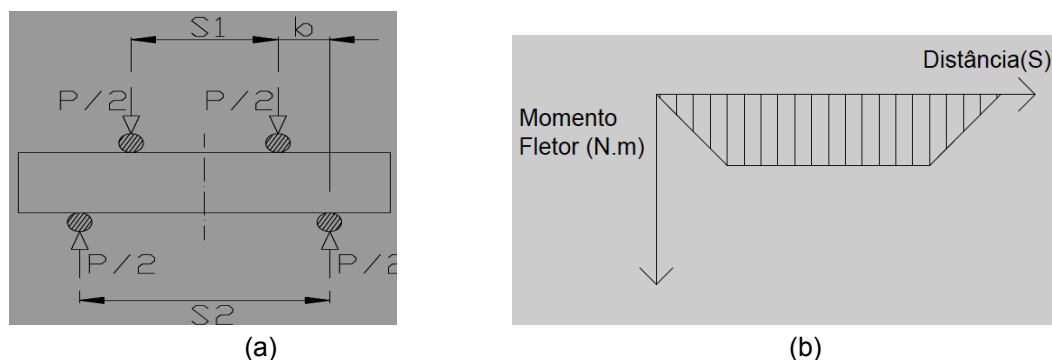


Figura 8. Flexão em 4 pontos: (a) esquema de carregamento e (b) momento fletor na barra.

Para os cálculos da tensão nominal nos corpos de prova sem entalhe foi utilizada a Equação 11.

$$\sigma_{4P} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot (S_2 - S_1)}{t \cdot H^2} \quad (11)$$

Na equação acima o valor de S é constante e igual a distância entre os pontos de carregamento utilizados no ensaio de flexão, P é a carga aplicada, t é a espessura e H a largura do corpo de prova. Para os corpos de prova com entalhe deve ser



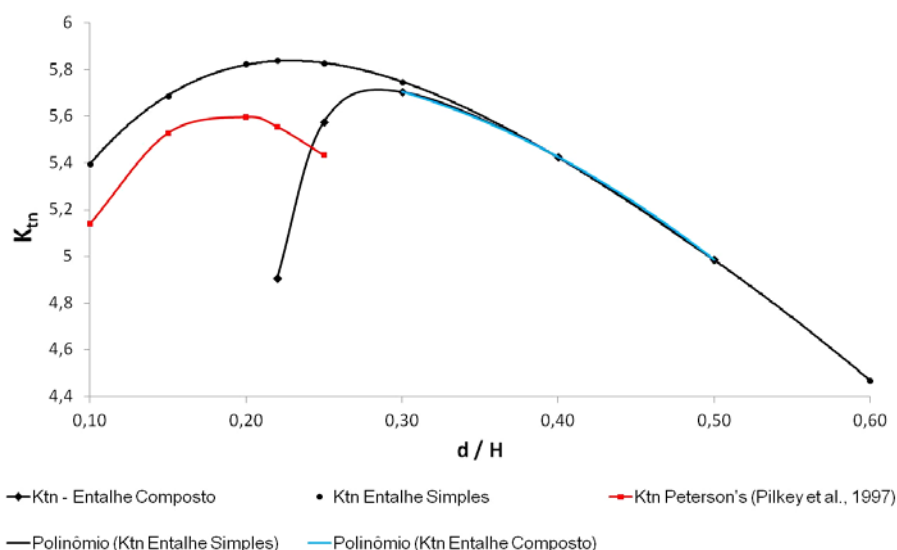
levado em conta à concentração de tensões causada pelo entalhe, sendo usada a Equação 12.

$$\sigma_{4P} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot (S_2 - S_1)}{t \cdot (H - d)^2} \quad (12)$$

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 3.1 Fator de Concentração de Tensões ( $K_t$ )

Os resultados obtidos a partir das simulações através do MEF e dos ábacos correspondentes ao modelo estudado foram organizados em gráficos, os quais são apresentados na Figura 9.



**Figura 9.** Gráfico com curvas de  $K_{tn}$  para entalhe simples e composto, para o caso de flexão. A curva em vermelho representa os valores obtidos em Pilkey e Pilkey<sup>(2)</sup> para caso de entalhe simples em flexão.

Observa-se que as curvas que descrevem o  $K_{tn}$  atingem um máximo e depois decaem com o aumento da profundidade do entalhe. Isto porque para profundidades acima do máximo, predomina o efeito de que o aumento da profundidade leva a diminuição da área resistente na seção imediatamente vizinha ao entalhe, sendo necessária uma menor tensão para levar a fratura do material, ou seja, menor será a tensão máxima e a tensão nominal, e logo, o  $K_{tn}$  diminui.

Por meio de regressão polinomial foram determinadas as expressões que descrevem as curvas dos Fatores de Concentração de Tensão em flexão, as quais são apresentadas na Tabela 1.

**Tabela 1.** Expressões de  $K_{tn}$  para os entalhes simples e composto

Entalhe	$K_t$	Expressão	$R^2$
Simple	$K_{tn}$	$-43,925(d/H)^4 + 84,689(d/H)^3 - 64,682(d/H)^2 + 18,383(d/H) + 4,1243$	1
Composto	$K_{tn}$	$-8,0055(d/H)^2 + 2,8079(d/H) + 5,5837$	1

Nota-se que as expressões obtidas pelos MEF podem ser descritas como polinômios do tipo:

$$K_{tn} = C_1 \left(\frac{d}{H}\right)^4 + C_2 \left(\frac{d}{H}\right)^3 + C_3 \left(\frac{d}{H}\right)^2 + C_4 \left(\frac{d}{H}\right) + C_5 \quad (13)$$

Essa constatação apenas não foi válida para o caso do  $K_{tn}$  do entalhe composto, uma vez que a interação dos dois entalhes que o compõe leva a uma distribuição de tensões mais complexa na ponta do entalhe (região sujeita a tensão máxima), especialmente para entalhes com profundidade inferior a 0,40.

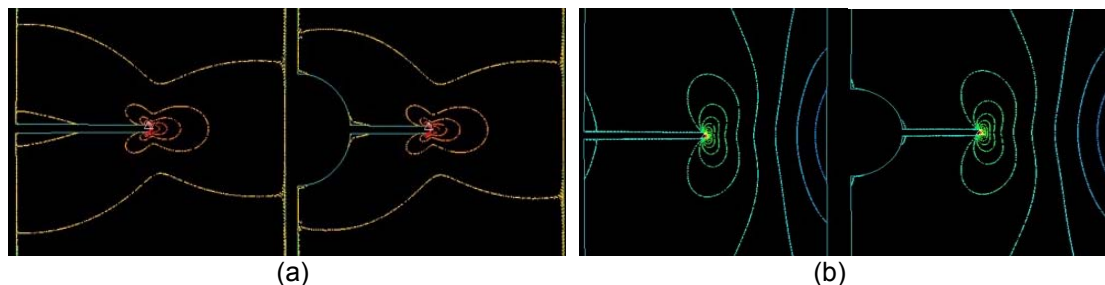
A comparação dos valores presentes em Pilkey e Pilkey<sup>(2)</sup> (curva em vermelho) com os obtidos pela simulação em MEF para o caso do entalhe simples em flexão mostrou uma divergência média de 4,6%.

A partir de determinada profundidade, as curvas do  $K_{tn}$  do entalhe composto e a do entalhe simples em “U” profundo se superpõem. É a partir desse ponto que o entalhe composto se comporta como um entalhe em “U”, de maneira similar ao que poderia ocorrer em uma operação de corte, na qual a trinca que surgiria ao redor do entalhe, formaria um entalhe composto e controlaria o comportamento do entalhe. O valor para tal profundidade é apresentado na Tabela 2.

**Tabela 2.** Valores de profundidade para os quais o entalhe em “U” profundo domina o entalhe composto e o erro percentual

$K_t$	Profundidade	$\Delta\%$
$K_{tn}$	0,399	-0,030

Nota-se que a partir de tal profundidade, os campos de tensões do entalhe simples e composto apresentam a mesma distribuição na ponta do entalhe (Figura 10).



**Figura 10.** Campos de tensão  $\sigma_x$  (a) e  $\sigma_y$  (b) para entalhe simples e entalhe composto, respectivamente, com profundidade de 0.50.

### 3.2 Comparação com a Relação de Nishida (1976)

Usando ábacos adequados,<sup>(2)</sup> determinaram-se os  $K_t$  correspondentes aos entalhes separados, ou seja,  $K_{t1}$  e  $K_{t2}$ , em caso de flexão e tração. Com esses dados, verificou-se se os  $K_t$  calculados a partir do MEF atendiam a relação de Nishida (Equação 3). Os resultados foram expressos nas Tabela 3 e 4.

**Tabela 3.** Comparação entre os valores de  $K_{tn}$  em flexão obtidos por MEF com a relação de Nishida

d/H	$\sigma_{max}$ MEF (MPa)	$K_{tn}$ MEF	$K_{t1}$ Peterson's	$K_{t2}$ Peterson's	$K_{t1} \cdot K_{t2}$	Relação de Nishida
0,22	726	4,906	1,713	3,469	5,942	é atendida
0,25	892	5,577	1,713	4,327	7,411	é atendida
0,30	1048	5,706	1,713	5,139	8,801	é atendida
0,40	1356	5,426	1,713	5,597	9,586	é atendida
0,50	1795	4,986	1,713	-	-	-

(-) Valores não disponíveis na literatura.

**Tabela 4.** Comparação entre os valores de  $K_{tn}$  em tração obtidos por MEF com a relação de Nishida

d/H	$\sigma_{max}$ MEF (MPa)	$K_{tn}$ MEF	$K_{t1}$ Peterson's	$K_{t2}$ Peterson's	$K_{t1} \cdot K_{t2}$	Relação de Nishida
0,22	663	6,687	1,794	3,422	6,140	não é atendida
0,25	755	7,799	1,794	4,482	8,043	é atendida
0,30	785	8,252	1,794	5,175	9,287	é atendida
0,40	770	8,315	1,794	5,286	9,486	é atendida
0,50	708	7,998	1,794	-	-	-

(-) Valores não disponíveis na literatura.

Como pode ser observado, onde foi possível calcular, todos os  $K_{tn}$  do entalhe composto obedecem a relação (Equação 3) de Nishida, exceto para o entalhe de profundidade 0,22 em tração.

### 3.3 Fatores de Concentração de Tensões e de Intensificação de Tensão

Através das soluções apresentadas por Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup> para se obter o  $K_I$  em casos de entalhe simples em flexão e entalhe composto em tração, pode-se obter o  $K_t$  a partir da Equação 10, sendo este comparado com o  $K_t$  calculado a partir do resultado do MEF. Os resultados foram resumidos nas Tabelas 5 e 6.

**Tabela 5.** Entalhe Simples: Comparação entre o  $K_{tn}$  em flexão obtidos por MEF e pela Equação 10 com o  $K_I$  determinado pelo modelo de Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup>

d/H	$\sigma_{max}$ MEF (MPa)	$K_{tn}$ MEF	$K_{tn}$ TADA	$\Delta\%$
0,10	600	5,397	4,782	-12,863
0,15	708	5,686	5,205	-9,236
0,20	819	5,825	5,391	-8,042
0,22	864	5,839	5,423	-7,671
0,25	932	5,828	5,436	-7,211
0,30	1055	5,745	5,386	-6,665
0,40	1356	5,426	5,116	-6,058
0,50	1795	4,985	4,726	-5,484
0,60	2514	4,469	4,234	-5,532

**Tabela 6.** Entalhe Composto: Comparação entre o  $K_{tn}$  em tração obtidos por MEF e pela Equação 10 com o  $K_I$  determinado pelo modelo de Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup>

d/H	$\sigma_{max}$ MEF (MPa)	$K_{tn}$ MEF	$K_{tn}$ TADA	$\Delta\%$
0,22	663	6,687	4,139	61,547
0,25	755	7,799	3,943	97,778
0,30	785	8,252	4,256	93,892
0,40	770	8,315	4,836	71,943
0,50	708	7,998	5,795	38,017

Para o caso de entalhe simples em flexão, os resultados obtidos através das soluções de Tada<sup>(1)</sup> concordaram razoavelmente com os determinados via simulação em elementos finitos. Por outro lado, os resultados do MEF para o caso de entalhe composto em tração destoaram significativamente dos resultados previstos pela literatura. Os modelos de Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup> consideram o caso de concentração local de tensão em barra semi-infinita de espessura desprezível, já o modelo simulado pelo MEF estuda a distribuição de tensões em barra finita com espessura significativa. Essa diferença nos parâmetros de contorno dos modelos estudados pode explicar a diferença expressiva entre os resultados do entalhe composto em tração com os determinados a partir das soluções de Tada, Paris e Irwin.<sup>(1)</sup>

### 3.4 Tenacidade à Fratura

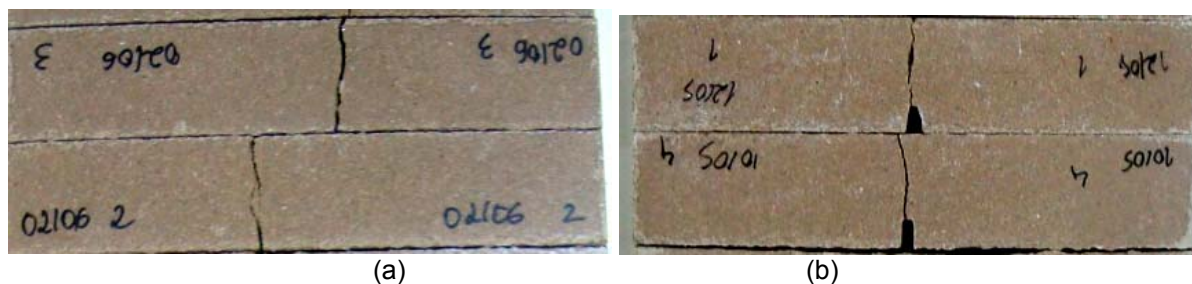
Após execução de teste de flexão em 4 pontos com os corpos de prova de geopolímero, obteve-se a carga de ruptura que aplicada às Equações 11 e 12, resultou na tensão nominal. Com a curva do  $K_{tn}$  do entalhe simples presente na Tabela 1, calcularam-se os  $K_{tn}$  esperados para cada entalhe. Com tais resultados aplicados na Equação 10, pode-se determinar o  $K_{IC}$ . A fim de verificar a relevância dos resultados, comparam-se tais valores com os  $K_{IC}$  determinados através das soluções apresentadas por Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup> para caso de entalhe simples em flexão pura. Tal comparação é mostrada na Tabela 7.

**Tabela 7.** Comparação do  $K_{IC}$  obtido por MEF e  $K_{IC}$  determinado pelo modelo de Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup>

Corpo de prova	d/H	$K_{IC}$ MEF ( $\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )	$K_{IC}$ TADA (2000) ( $\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )	$\Delta\%$
30/04/11 – 1	0,226	574.081	359.102	-59,866
30/04/11 – 2	0,240	610.007	415.183	-46,925
10/05/11 – 2	0,243	756.877	459.253	-64,806
10/05/11 – 3	0,223	711.341	420.353	-69,225
10/05/11 – 4	0,242	894.267	503.023	-77,779
12/05/11 – 1	0,223	862.866	527.072	-63,709
12/05/11 – 2	0,235	811.105	455.496	-78,071
15/05/11 – 1	0,240	610.292	433.816	-40,680
15/05/11 – 2	0,235	618.516	452.718	-36,623
10/06/11 – 1	0,223	575.604	417.674	-37,812
15/06/11 – 3	0,408	656.529	385.568	-70,276
15/06/11 – 4	0,402	649.301	370.516	-75,242
18/06/11 – 1	0,413	505.394	322.058	-56,926
18/06/11 – 2	0,418	800.043	498.026	-60,643
18/06/11 – 3	0,417	755.892	464.757	-62,642
18/06/11 – 4	0,416	612.440	351.788	-74,094
19/06/11 – 1	0,420	884.696	502.359	-76,108
19/06/11 – 2	0,419	868.691	479.228	-81,269
19/06/11 – 3	0,397	746.193	412.127	-81,059
19/06/11 – 4	0,410	777.167	436.991	-77,845

Nota-se que houve grande divergência entre os resultados determinados com base na simulação do MEF e na solução de Tada, Paris e Irwin.<sup>(1)</sup> Pode-se atribuir esta diferença aos mesmos motivos discutidos no item 3.3.

Com o ensaio foi possível constatar que na ausência de entalhe, a fratura se iniciava na região de máxima tensão (entre os apoios superiores), enquanto que no caso da presença de entalhe, a fratura obrigatoriamente se iniciava no mesmo. Esse fato pode ser observado na Figura 11.



**Figura 11.** Corpos de prova fraturados: (a) sem entalhe; e (b) com entalhe.

Além disso, os corpos de prova apresentaram fratura frágil, sendo suas curvas apresentadas na Figura 12.

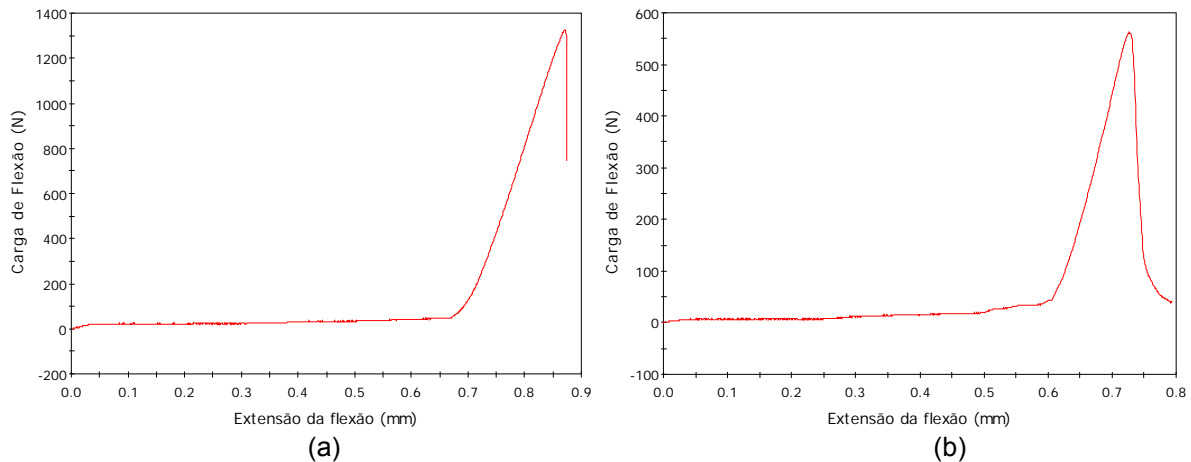


Figura 12. Curvas tensão x deformação: (a) sem entalhe; e (b) com entalhe.

## 4 CONCLUSÕES

- Para o caso do entalhe simples, polinômios de 4<sup>o</sup> grau descreveram o comportamento do  $K_{tn}$  com boa precisão;
- a partir de determinadas profundidades, o  $K_{tn}$  do entalhe composto se iguala ao do entalhe simples em “U” profundo, e a partir desse ponto o comportamento do entalhe composto é controlado pelo entalhe em “U”, de maneira similar ao que ocorre em uma operação de corte, onde a trinca que poderia surgir iria controlar o comportamento do entalhe;
- os resultados para o  $K_{tn}$  do entalhe composto obtidos via simulação em MEF atenderam a relação de Nishida, exceto para o caso do entalhe composto em tração com profundidade 0,22;
- a comparação dos  $K_{tn}$  obtidos a partir dos resultados do MEF com os calculados pela Equação 10 com as soluções para  $K_I$  de Tada<sup>(1)</sup> mostrou boa concordância para o entalhe simples em “U” profundo, mas elevada divergência para o entalhe composto;
- na ausência de concentradores de tensão, a fratura se inicia na região onde há o defeito crítico do material; caso haja o concentrador, a fratura se inicia a partir deste;
- o geopolímero Ca,Na,K-PSS apresentou fratura frágil, como esperado; e
- os  $K_{IC}$  determinados pelo MEF e através das soluções de Tada, Paris e Irwin<sup>(1)</sup> apresentaram divergência considerável.

## Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem a Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – Pibic e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.

## REFERÊNCIAS

- 1 TADA, Hiroshi, PARIS, Paul C., IRWIN George R. *The Stress Analysis of Cracks Handbook*. 3<sup>rd</sup> ed. New York: ASME Press, 2000.

- 2 PILKEY, Walter D., PILKEY, Deborah F. *Peterson's Stress Concentration Factors*. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Wiley Interscience, 2008.
- 3 CALLISTER, William D. Jr. *Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução*. 5<sup>a</sup> ed. Traduzido por Sérgio Murilo Stamile Soares. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- 4 CREAGER, M., PARIS P.C. *Elastic Field Equations for Blunt Cracks with Reference to Stress Corrosion Cracking*. International Journal of Fracture Mechanics, v. 3, 247-252, 1967.
- 5 CARVALHO, Eduardo A. *Determinação de Fatores de Intensificação e Concentração de Tensões Para Entalhes do Tipo "V"*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 1992.
- 6 TANAKA, Keisuke; AKINIWA, Yoshiaki; KIMACHI, Hirohisa; KITA, Yasuki. *R-curve behavior in fracture of notched porous ceramics*. Engineering Fracture Mechanics. pp. 1101-1113, 2002. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com>>.
- 7 MATSUDA, Shinya; TAKAHASHI, Manabu. *Fracture strength distribution of porous ceramics under quasi-static load*. Engineering Fracture Mechanics, pp. 2601–2609, 2010. Disponível em: <[www.elsevier.com/locate/engfracmech](http://www.elsevier.com/locate/engfracmech)>.
- 8 DAVIDOVITS, J. *Syntesis of New High-Temperature Geo-polymers for Reinforced Plastics/Composites*, Society of Plastic Engineers, Brookfield Center, USA, p. 151-154. 1979.
- 9 SILVA, M. L. S. *Ca,Na,K-PSS como revestimento anticorrosivo em aço*. Dissertação (Mestrado) – LAMAV/ UENF, 2011.
- 10 DIAS, A. A. *Estudo da degradação de argamassa geopolimérica por ácido acético e sulfúrico*. Dissertação (Mestrado) – LECIV/ UENF, 2008.
- 11 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1996) Cimento Portland – Determinação da resistência à compressão – Método de ensaio: NBR 7215. Rio de Janeiro.