

# DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS ELASTO-PLÁSTICOS CTOD E INTEGRAL $J$ EM ESPÉCIMES SE(B) UTILIZANDO O MÉTODO $\eta$ <sup>1</sup>

Gustavo H. B. Donato<sup>2</sup>  
Roberto Liberato Neto<sup>3</sup>  
Sebastian Cravero<sup>4</sup>  
Claudio Ruggieri<sup>5</sup>

## Resumo

Este trabalho apresenta um procedimento para determinação dos parâmetros elasto-plásticos  $J$  e CTOD em espécimes SE(B) utilizando o método  $\eta$ . O objetivo central é a obtenção de fatores adimensionais  $\eta$  ( $\eta$ ) calibrados numericamente e aplicáveis a uma faixa abrangente de dimensões relativas de trincas ( $0.05 \leq a/W \leq 0.7$ ) e propriedades de encruamento do material. Os resultados das análises permitem estabelecer curvas do fator adimensional  $\eta$  em função da dimensão da trinca ( $a/W$ ) e das propriedades de encruamento do material as quais permitirão a determinação mais acurada dos parâmetros  $J$  e CTOD obtidos experimentalmente.

**Palavras-chave:** Integral  $J$ ; CTOD; Método  $\eta$ ; Espécimes SE(B); Elementos finitos.

## DETERMINATION OF CTOD AND $J$ INTEGRAL ELASTO-PLASTIC PARAMETERS FOR SE(B) SPECIMENS USING THE $\eta$ METHOD

## Abstract

This work presents an estimation procedure to determine the elasto-plastic parameters  $J$  and CTOD for SE(B) specimens using the  $\eta$  method. The main purpose is to obtain numerically calibrated  $\eta$  ( $\eta$ ) factors which are applicable to an extensive range of relative crack dimensions ( $0.05 \leq a/W \leq 0.7$ ) and material hardening properties. The analysis results enable the construction of functional forms which describe the variation of the  $\eta$  factors with crack dimension ( $a/W$ ) and material hardening properties,  $n$ . The procedure guarantees more accurate determination of  $J$  e CTOD from laboratory measurements of fracture toughness.

**Key words:**  $J$  Integral; CTOD;  $\eta$  method; SE(B) Specimens; Finite elements.

---

<sup>1</sup> Contribuição técnica apresentada na 61º Congresso Anual da ABM, de 24 a 27 de julho de 2006, Rio de Janeiro – RJ

<sup>2</sup> Doutorando do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP, [gustavo.donato@poli.usp.br](mailto:gustavo.donato@poli.usp.br)

<sup>3</sup> Graduando do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da USP, [roberto.liberato@poli.usp.br](mailto:roberto.liberato@poli.usp.br)

<sup>4</sup> Doutorando do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP, [sebastian.cravero@poli.usp.br](mailto:sebastian.cravero@poli.usp.br)

<sup>5</sup> Prof. livre docente do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP, [claudio.ruggieri@poli.usp.br](mailto:claudio.ruggieri@poli.usp.br)

## 1 INTRODUÇÃO

Procedimentos convencionais para a avaliação da integridade mecânica de componentes e materiais estruturais, particularmente aços estruturais ferríticos, sob condições elasto-plásticas utilizam a Integral  $J$  e o CTOD ( $\delta$ ) para quantificar as condições de fratura na região de um defeito ou trinca.<sup>(1)</sup> Ensaios experimentais para medição destes parâmetros elasto-plásticos de tenacidade utilizam rotineiramente espécimes laboratoriais (padronizados) de flexão SE(B)\* – *single edge crack specimen under bending* - ou compactos C(T)\* – *compact tension specimen* - contendo trincas profundas ( $a/W \geq 0.5$  onde  $a$  é o comprimento ou profundidade da trinca e  $W$  é a largura do corpo-de-prova). A determinação dos parâmetros  $J$  e CTOD para estes corpos-de-prova utiliza procedimentos normalizados (ASTM E1820,<sup>(2)</sup> ASTM E1290,<sup>(3)</sup> BS 7448<sup>(4)</sup>) baseados sobre a medição experimental das curvas de carga,  $P$ , em função da abertura da boca da trinca, CMOD ( $V$ ), ou em função do deslocamento da linha de carga, LLD ( $\Delta$ ). Uma vez obtidas as curvas experimentais  $P$  vs. CMOD ou  $P$  vs. LLD, a Integral  $J$  é calculada por intermédio da área plástica sob a curva<sup>(2)</sup> enquanto o CTOD é calculado por intermédio do modelo da rótula plástica.<sup>(3,4)</sup>

Entretanto, os procedimentos normalizados para determinação dos parâmetros  $J$  e CTOD apresentam diversas limitações as quais podem potencialmente comprometer a acurácia das medições experimentais de tenacidade. Os fatores adimensionais  $\eta$  (sobre os quais a determinação de  $J$  é baseada) fornecidos pela ASTM E1820 são primariamente válidos para corpos-de-prova com trinca profunda ( $a/W \geq 0.5$ ). No caso de ensaios de corpos-de-prova com trincas mais rasas ( $a/W < 0.4$ ) ou com geometrias diversas, aqueles fatores  $\eta$  perdem sua estrita aplicabilidade. Adicionalmente (e talvez mais importante), o modelo da rótula plástica (sobre o qual a determinação do CTOD é baseada) é reconhecidamente inadequado (particularmente para pequenos valores de CTOD) uma vez que assume a existência de um centro de rotação fixo localizado aproximadamente sobre a metade do ligamento remanescente da trinca,  $W - a$ .

Este trabalho apresenta um procedimento para determinação dos parâmetros elasto-plásticos  $J$  e CTOD em espécimes SE(B) utilizando o método *eta*. O objetivo central é a obtenção de fatores adimensionais  $\eta$  calibrados numericamente e aplicáveis a uma faixa abrangente de dimensões relativas de trincas ( $0.05 \leq a/W \leq 0.7$ ) e propriedades de encruamento do material. Os resultados das análises permitem estabelecer curvas do fator adimensional  $\eta$  em função da dimensão da trinca ( $a/W$ ) e das propriedades de encruamento do material, as quais permitirão a determinação mais acurada dos parâmetros  $J$  e CTOD obtidos experimentalmente.

## 2 METODOLOGIA ETA PARA DETERMINAÇÃO DA INTEGRAL J E CTOD

Métodos para medição experimental da Integral  $J$  são geralmente fundamentados sobre a sua interpretação energética caracterizada pela taxa de liberação de energia para materiais lineares e não lineares (elasto-plásticos). O procedimento usual para

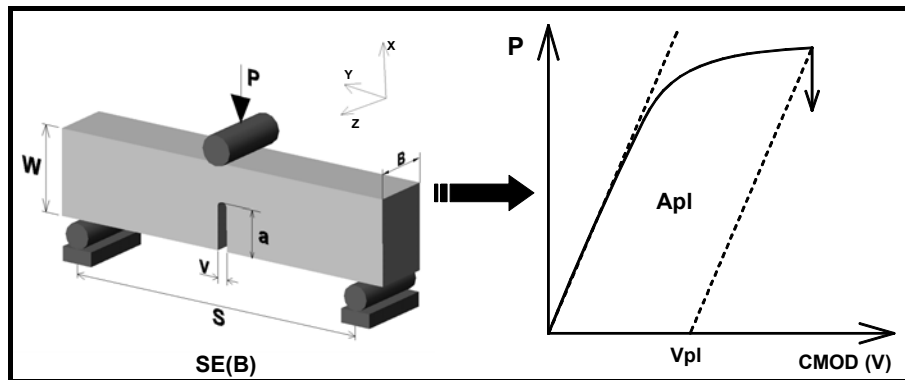
---

\* ESIS TC7D-1-96: Guidelines for Terminology and Nomenclature in the Field of Structural Integrity

determinação experimental deste parâmetro adotado por diversas normas e recomendações (como, por exemplo, ASTM E1820<sup>(2)</sup>) baseia-se na separação de  $J$  em componentes elásticas,  $J_{el}$ , e plástica,  $J_{pl}$ , na forma

$$J = J_{el} + J_{pl} = \frac{K_I^2(1-\nu^2)}{E} + \frac{\eta_{J-C} A_{pl}}{B_N(W-a)} \quad (1)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $B_N$  é a espessura efetiva do corpo-de-prova ( $B_N = B$  para corpos-de-prova sem entalhe lateral) e  $\eta_{J-C}$  representa um fator adimensional dependente da geometria do corpo de prova. Na expressão acima, a componente plástica da Integral  $J$  é função da área plástica sob a curva  $P$  vs. CMOD, denotada  $A_{pl}$ . A Figura 1 ilustra uma curva  $P$  vs. CMOD típica para um espécime SE(B) indicando os principais parâmetros utilizados para a determinação de  $J$ .



**Figura 1.** Ilustração esquemática da evolução da carga aplicada,  $P$ , em função do CMOD ( $V$ ) para um corpo-de-prova flexão SE(B).

Uma vez que o parâmetro  $J$  relaciona-se diretamente com o CTOD ( $\delta$ ) por meio de

$$\delta = \frac{d_n J}{\sigma_{ys}} \quad (2)$$

onde  $d_n$  é uma constante adimensional dependente do expoente de encruamento do material,<sup>(1)</sup> é possível adotar procedimento análogo para a determinação experimental do CTOD por intermédio de suas componentes elásticas e plásticas

$$\delta = \delta_{el} + \delta_{pl} = \frac{K_I^2(1-\nu^2)}{2\sigma_{ys}E} + \frac{\eta_{\delta-C} A_{pl}}{\sigma_f B_N(W-a)} \quad (3)$$

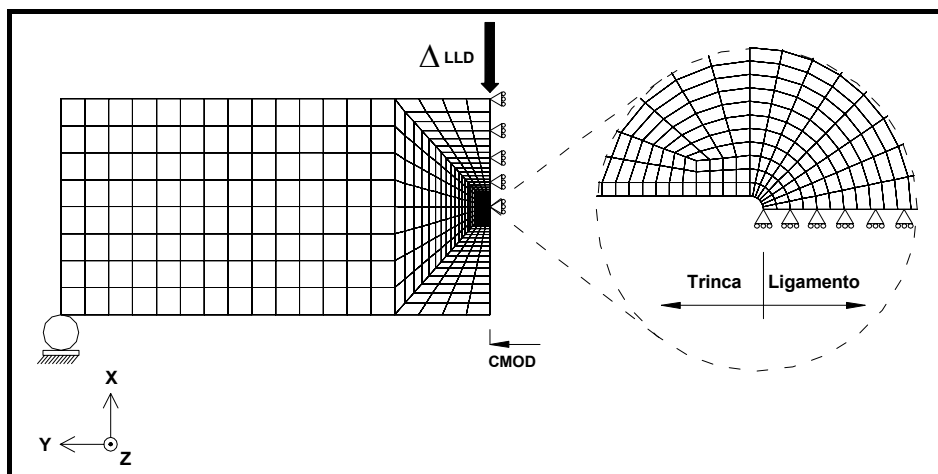
onde  $\sigma_f$  é tensão de fluxo do material definida por  $\sigma_f = (\sigma_{ys} + \sigma_i)/2$  e  $\eta_{\delta-C}$  representa um fator adimensional dependente da geometria do corpo de prova. Analogamente, a componente plástica,  $\delta_{pl}$ , é função da área plástica sob a curva  $P$  vs. CMOD, denotada  $A_{pl}$  (Figura 1).

Nas expressões acima referentes ao cálculo das parcelas  $J_{pl}$  e  $\delta_{pl}$ , os fatores *eta* correspondentes são obtidos a partir de curvas de carga vs. deslocamento da boca da trinca,  $P$ -CMOD. Alternativamente, é também possível determinar fatores *eta* a partir de curvas de carga vs. deslocamento da linha de carga,  $P$ -LLD, denotados  $\eta_{J-L}$  e  $\eta_{\delta-L}$ . O caráter das Eqs. (1) e (3) anteriores continua idêntico, mas os valores  $\eta_{J-L}$  e  $\eta_{\delta-L}$  diferem dos valores correspondentes  $\eta_{J-C}$  e  $\eta_{\delta-C}$  como será apresentado a seguir.

### 3 ANÁLISES NUMÉRICAS

Um elemento-chave para o correto e acurado cálculo dos parâmetros  $J$  e CTOD é a determinação dos fatores  $\eta_J$  e  $\eta_\delta$  por intermédio de análises numéricas refinadas não lineares utilizando o método dos elementos finitos. Tais análises fornecem simulações numéricas detalhadas das forças e deslocamentos necessários para construção das curvas  $P$ - $CMOD$  (ou  $P$ - $LLD$ ) as quais serão utilizadas para extração dos fatores  $\eta$ . A matriz de análise considera espécimes SE(B) submetidos a flexão 3 pontos com geometria convencional ( $W = 2B$ ) e diferentes relações de tamanho da trinca sobre largura,  $a/W = 0.05$  a  $0.7$  em intervalos de  $0.05$ . A geometria dos corpos-de-prova analisados é representada pelo esquema anteriormente apresentado na Figura 1.

As análises numéricas não lineares sob estado plano de deformações (EPD) foram conduzidas utilizando-se o programa de elementos finitos WARP3D.<sup>(5)</sup> As soluções computacionais utilizam modelos constitutivos elasto-plásticos obedecendo a teoria de plasticidade incremental ( $J_2$ ) sob pequenas deformações e critério de Von Mises. A Figura 2 apresenta o modelo de elementos finitos construído para o corpo-de-prova SE(B) com  $a/W=0.5$ ; os demais modelos possuem configurações similares. Condições de simetria permitem a construção de somente metade da amostra com vínculos apropriados impostos sobre o ligamento ( $W - a$ ) da trinca. A metade simétrica do modelo possui 1241 elementos isoparamétricos 3D de 8 nós constituindo, portanto, uma única camada representando o plano X-Y do modelo. As condições correspondentes ao estado plano de deformações são obtidas através da imposição de deslocamentos (vínculos)  $w = 0$  na direção Z sobre cada nó do modelo. A aplicação do carregamento é feita através de deslocamentos nodais impostos na região do ponto de aplicação da carga, representado por uma seta na Figura 2; tal estratégia permite melhorar substancialmente a convergência numérica das análises.



**Figura 2.** Modelo de elementos finitos com condições de contorno e detalhe da malha focal na ponta da trinca. Restrições em Z (não representadas) simulam estado plano de deformações.

O comportamento tensão vs. deformação adotado para os materiais utilizados nas análises obedece um modelo elasto-plástico da forma

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad , \quad \sigma < \sigma_{ys} \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ys}} = \left( \frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^n \quad , \quad \sigma \geq \sigma_{ys} \quad (4)$$

onde  $n$  é o expoente de encruamento do material,  $\sigma_{ys}$  e  $\varepsilon_{ys}$  são a tensão e deformação de escoamento (0.2% *offset*). As propriedades mecânicas para os materiais analisados consideram características típicas de aços estruturais ferríticos (por exemplo, aços para vasos de pressão):  $\sigma_{ys} = 257$  MPa e  $n = 5$ ,  $\sigma_{ys} = 412$  MPa e  $n = 10$ ,  $\sigma_{ys} = 687$  MPa e  $n = 20$ . Em todas as análises,  $E=206$  Gpa e  $\nu=0.3$ .

#### 4 FATORES ETA PARA DETERMINAÇÃO DE J E CTOD

As Figuras 3-5 apresentam os resultados-chave obtidos das análises conduzidas neste trabalho. O presente compêndio de fatores  $\eta$  permite a determinação mais acurada dos parâmetros elasto-plásticos  $J$  e CTOD. A Figura 3 apresenta os resultados obtidos da calibração de  $\eta_{J-C}$  utilizando as curvas  $P$ -CMOD. Nota-se que a influência de  $n$  é praticamente desprezível; todas as curvas colapsam essencialmente sobre uma única curva descrevendo a variação de  $\eta_{J-C}$  com  $a/W$ . Para valores de  $a/W$  inferiores a 0.15, é possível observar uma maior dependência do parâmetro *eta* sobre o valor de  $n$ . Além disso, ocorre uma variação algo abrupta na tendência das curvas em torno de  $a/W \approx 0.15$ . Investigações adicionais revelam que tal comportamento está associado à grande sensibilidade do CMOD para corpos-de-prova com trincas rasas.

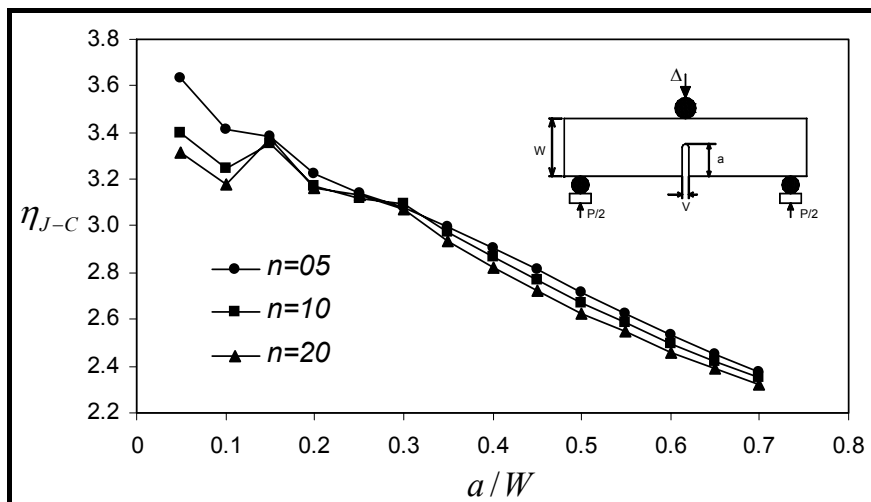


Figura 3. Variação de  $\eta_{J-C}$  em função de  $a/W$  e  $n$  para espécimes SE(B).

Utilizando agora uma regressão quadrática para descrever a relação funcional de  $\eta_{J-C}$  com  $a/W$  para  $0.15 \leq a/W \leq 0.7$  resulta

$$\eta_{J-C} = 3.650 - 2.111 \cdot \left(\frac{a}{W}\right) + 0.341 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 \quad (\text{para } 0.15 \leq a/W \leq 0.7) \quad (5)$$

A Figura 4 apresenta os resultados obtidos da calibração de  $\eta_{J-L}$  para toda a gama de espécimes em estudo. Devido à grande sensibilidade apresentada por  $\eta_{J-C}$  para trincas rasas, a utilização da curva P vs. LLD na determinação de  $\eta_{J-L}$  surge como uma valiosa alternativa à determinação de  $J$  para trincas rasas ( $a/W \leq 0.15$ ). Embora  $\eta_{J-L}$  seja percentualmente mais sensível a  $n$  e  $a/W$  e a medição de LLD adicione maior complexidade experimental, o comportamento das curvas, principalmente para valores reduzidos de  $a/W$ , é mais adequado e garante maior acurácia na determinação do parâmetro  $J$ . Sendo assim, a equação 6 apresenta uma regressão biparamétrica do segundo grau em função de  $a/W$  e  $n$  para a determinação de  $\eta_{J-L}$  para  $0.05 \leq a/W \leq 0.15$  e  $5 \leq n \leq 20$ .

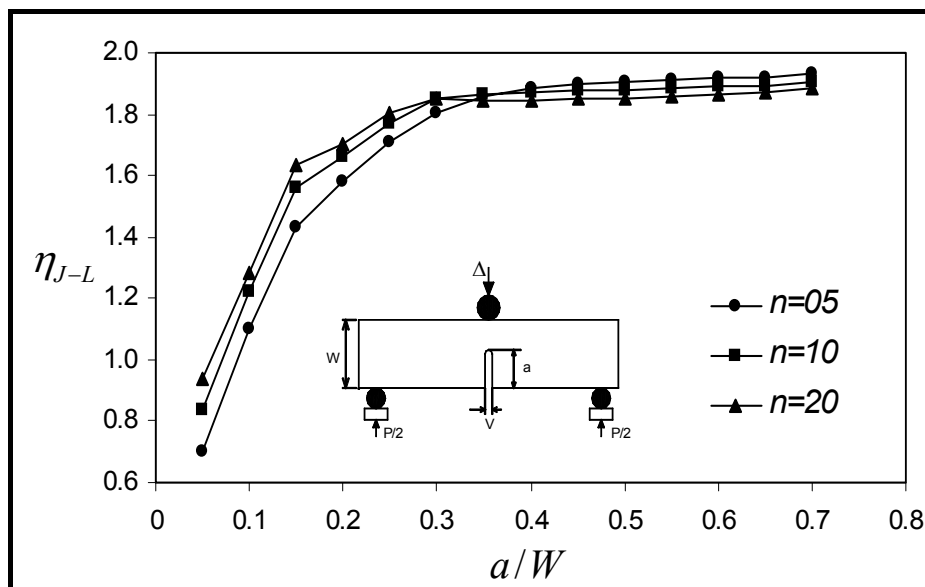


Figura 4. Variação de  $\eta_{J-L}$  em função de  $a/W$  e  $n$  para espécimes SE(B).

$$\eta_{J-L} = (-0.0014 \cdot n^2 + 0.0591 \cdot n - 0.0346) + (0.0043 \cdot n^2 - 0.342 \cdot n + 11.816) \cdot \left(\frac{a}{W}\right) + (-0.0252 \cdot n^2 + 1.6971 \cdot n - 22.459) \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 \quad (\text{para } 0.05 \leq a/W \leq 0.15 \text{ e } 5 \leq n \leq 20) \quad (6)$$

A Figura 5 apresenta a calibração de  $\eta_{\delta-C}$ . Nota-se a sensível influência de  $n$  e  $a/W$  sobre este parâmetro. Entretanto,  $\eta_{\delta-C}$  apresenta tendência estável e clara ao longo de toda a gama de valores de  $n$  e  $a/W$  estudados, configurando-se como um fator acurado na determinação do parâmetro CTOD. A equação 7 apresenta uma regressão biparamétrica do segundo grau em função de  $a/W$  e  $n$  para a determinação de  $\eta_{\delta-C}$  para toda a faixa  $0.05 \leq a/W \leq 0.7$  e  $5 \leq n \leq 20$ .

$$\eta_{\delta-C} = (1.01 + 0.196 \cdot n - 0.0053 \cdot n^2) + \frac{a}{W} \cdot (-1.2123 - 0.1493 \cdot n + 0.0028 \cdot n^2) + \left(\frac{a}{W}\right)^2 \cdot (0.9592 - 0.0308 \cdot n + 0.0024 \cdot n^2)$$

(para  $0.05 \leq a/W \leq 0.7$  e  $5 \leq n \leq 20$ ) (7)

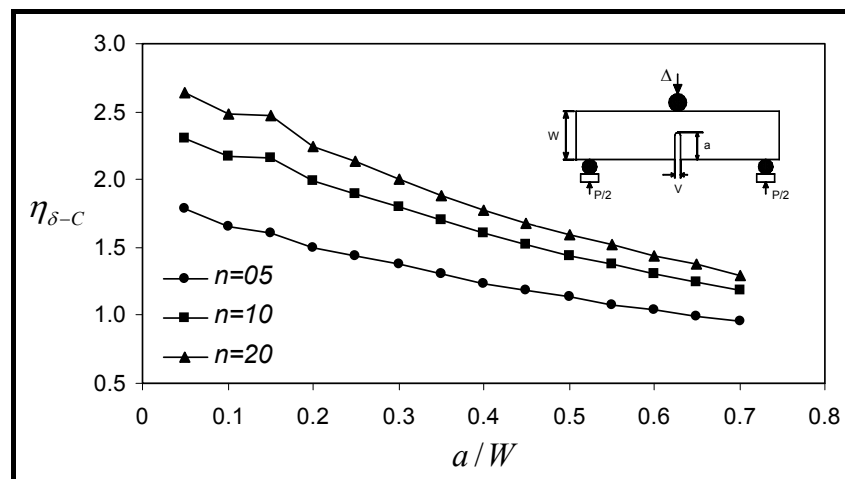


Figura 5. Variação de  $\eta_{\delta-C}$  em função de  $a/W$  e  $n$  para espécimes SE(B).

#### 4 APLICAÇÃO: DETERMINAÇÃO DO CTOD EM ESPÉCIMES SE(B)

Esta seção descreve a aplicação da metodologia e resultados anteriores para a determinação do parâmetro elasto-plástico CTOD em corpos-de-prova SE(B) por intermédio dos fatores  $\eta_{\delta-C}$  obtidos na Seção 4. O objetivo central é comparar os valores de CTOD derivados da metodologia  $\eta$  com os valores correspondentes obtidos a partir do modelo da rótula plástica utilizado pela norma BS 7448<sup>(4)</sup> (e também pela ASTM E1290<sup>(3)</sup>).

Os corpos-de-prova SE(B) utilizados nesta aplicação exploratória foram testados por Ohata<sup>(6)</sup> e possuem espessura  $B=30\text{mm}$ , largura  $W=60\text{mm}$ , comprimento entre apoios,  $S=240\text{mm}$  com diferentes tamanhos de trinca:  $a/W=0.157$  e  $a/W=0.503$ . A Figura 6 apresenta as curvas (médias)  $P$  vs. CMOD medidas experimentalmente. Ensaios mecânicos convencionais forneceram as seguintes propriedades mecânicas: tensão de escoamento,  $\sigma_{YS} = 382\text{MPa}$ , limite de resistência,  $\sigma_{YS} = 500\text{MPa}$ , e coeficiente de encruamento,  $n=10.6$ .

Com os valores de  $n$  e  $a/W$ , os fatores  $\eta_{\delta-C}$  são determinados para cada um dos espécimes ensaiados utilizando-se a função de ajuste descrita pela Eq. (7) anterior. Estes resultados em conjunção com as curvas  $P$  vs. CMOD fornecem os

valores de  $\delta_{exp}$  tanto pelo modelo da rótula plástica como pelo método  $\eta$  para ambos espécimes no ponto de carga máxima (indicado pela seta na Figura 6). A Tabela 1 apresenta os valores obtidos de  $\delta_{exp}$  para os dois métodos. A Figura 7 apresenta o evolução do CTOD com o aumento da carga  $P$  experimental para ambos corpos-de-prova (os pontos sobre as retas definem valores de CTOD para um mesmo valor de carga aplicada  $P$ ).

Tabela 1. Resultados de  $\delta_{exp}$  para os espécimes ensaiados.

	$\delta_{exp-BS7448}$	$\delta_{exp-\eta}$	Desvio %
<b>a/w=0.157</b>	0.8652	0.6057	29.99%
<b>a/w=0.503</b>	0.6409	0.4828	24.67%

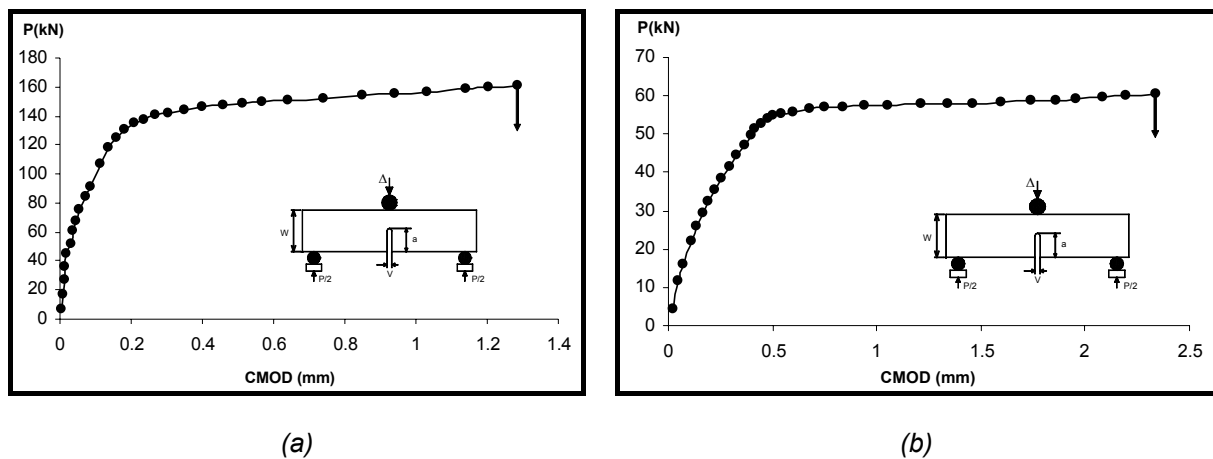


Figura 6. Curvas P vs. CMOD para (a) espécime SE(B)  $a/W=0.157$  e (b) espécime SE(B)  $a/W=0.503$  (6).

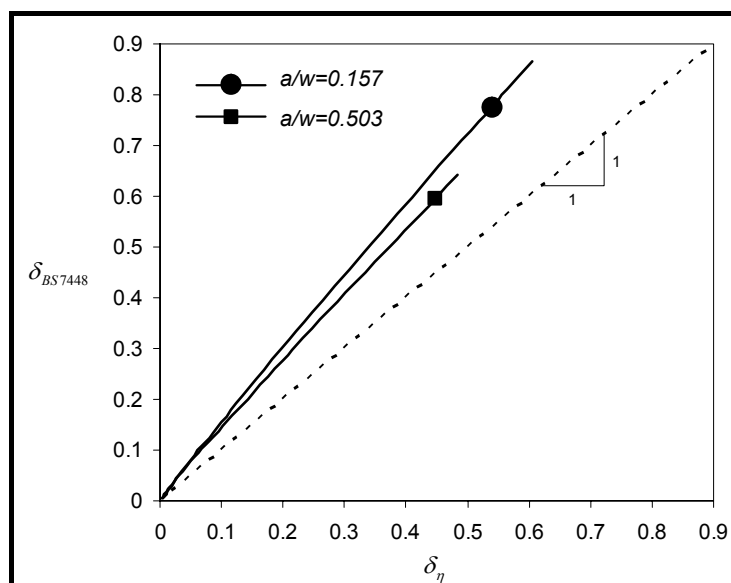


Figura 7. Evolução do CTOD com o aumento da carga  $P$  experimental para ambos corpos-de-prova (os pontos sobre as retas definem valores de CTOD para um mesmo valor de carga aplicada  $P$ ).



## 5 CONCLUSÕES

Do presente trabalho pode-se concluir que:

- A aplicação da metodologia *eta* possibilita a determinação mais acurada dos parâmetros  $J$  e CTOD obtidos experimentalmente, incluindo configurações geométricas diversas e extensiva faixa de propriedades mecânicas;
- Os fatores  $\eta_{J-C}$  são praticamente independentes das propriedades de encruamento do material na faixa  $0.15 \leq a/W \leq 0.7$ . Para trincas mais rasas ( $0.05 \leq a/W \leq 0.15$ ), o parâmetro  $\eta_{J-L}$  mostra-se mais adequado.
- Os fatores  $\eta_{\delta-C}$  apresentam maior dependência sobre as propriedades de encruamento do material na faixa de comprimentos de trinca analisada;
- A aplicação da metodologia *eta* em substituição ao modelo da rótula plástica na determinação do CTOD fornece valores mais realistas. Os valores de CTOD obtidos a partir da análise exploratória de ensaios experimentais conduzidos sobre corpos-de-prova SE(B) são maiores se calculados pelo modelo da rótula plástica da BS7448, apresentando diferença percentual da ordem de 30% em relação ao método *eta* para trincas rasas.

## Agradecimentos

Esta investigação é patrocinada pela Fundação de Amparo à Pesquisa de Estado de São Paulo – FAPESP (Projeto Temático 03/02735-6 e Bolsa de Doutorado No. 04/15719-1).

## REFERÊNCIAS

- 1 ANDERSON, T. L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications - 3rd Edition*, CRC Press, New York, 2005.
- 2 AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *Standard Test Methods for Measurements of Fracture Toughness*. ASTM E-1820, 1996.
- 3 AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *Standard Test Method for Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement*. ASTM E-1290, 1993.
- 4 BRITISH STANDARD. *Fracture Mechanics Toughness Tests – Part I: Method for Determination of  $K_{Ic}$ , Critical CTOD and Critical J values of Metallic Materials*. BS 7448, 1991.
- 5 KOPPENHOEFER, K., GULLERUD, A., RUGGIERI, C., DODDS, R. AND HEALY, B. *WARP3D: Dynamic Non-linear Analysis of Solids Using Preconditioned Conjugated Gradient Software Architecture*. Structural Research Series (SRS) 596, UILU-ENG-94-2017, University of Illinois at Urbana Champaign.
- 6 OHATA, M., *The Effect of Specimen Geometry on CTOD -Values Based Upon the Local Approach*, Ms.C. Thesis, Department of Manufacturing Science, Osaka University, 1993 (Em Japonês).