

# DETERMINAÇÃO INDIRETA DA CURVA DE ESCOAMENTO DE METAIS, POR MEIO DO ENSAIO DE TRAÇÃO NORMALIZADO. UM NÔVO MÉTODO <sup>(1)</sup>

WERNER GRUNDIG <sup>(2)</sup>

## RESUMO

*Será mostrado que a curva de escoamento, determinada no ensaio de tração, de cada um dos 25 materiais metálicos ensaiados à temperatura-ambiente e de 4 dêsles, até 300°C, por F. Körber e W. Rohland, pode ser seguramente calculada com base em apenas duas grandezas facilmente medidas nesse ensaio: a tensão verdadeira e a contração da seção resistente, ambas relativas à carga máxima.*

*A fórmulação empírica deduzida dessas experiências é uma função exponencial, que se superpõe praticamente, à função potencial  $\sigma = k \varphi^n$ .*

*O nôvo método de determinação indireta da curva de escoamento será comparado com outros processos indiretos, para comprovar a sua eficiência.*

*O limite de validade superior da citada função potencial, será indicado para cada um dêsses metais, nos diferentes níveis de temperatura.*

## 1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

O chamado "diagrama de tração verdadeiro" de um material metálico no estado plástico, vem a ser sua curva de escoamento para o estado uni-axial de tração, se, naquele, a tensão verdadeira fôr relacionada com a deformação logarítmica. A grande importância prática que há em o conhecimento da curva de escoamento reside no fato de permitir a determinação prévia da fôrça e do trabalho necessários para dar forma a frio a metais, bem como prever a resistência mecânica das peças assim fabricadas <sup>1, 2</sup>.

(1) Contribuição Técnica n.º 458; apresentada ao XVII Congresso Anual da Associação Brasileira de Metais; Rio de Janeiro, julho de 1962.

(2) Membro da ABM; Professor Catedrático da Universidade do Rio Grande do Sul; Engenheiro-Chefe do Serviço de Metais do ITERS; Pôrto Alegre, RS.

As curvas de escoamento costumam ser determinadas em diferentes ensaios mecânicos<sup>3, 4, 5, 6</sup>. À medida que progrediram os conhecimentos acêrca do tratamento matemático dos processos de dar forma a frio, e com o crescente e mais amplo emprego de ensinamentos científicos na solução de problemas da prática, surgiu a necessidade cada vez maior de uma segura formulação analítica das curvas de escoamento e de melhor apreensão dos decorrentes ensinamentos.

Qualquer metal, ao ser deformado plásticamente a frio, opõe certa resistência às deformações que lhe são impostas. Sob o ponto de vista da física, a RESISTÊNCIA À DEFORMAÇÃO  $k_f$  expressa a condição para um metal passar a ser plásticamente deformável. Os critérios de plasticidade esclarecem a relação entre o estado de tensão a que está sujeito o material e a sua resistência à deformação.

O critério de plasticidade comumente admitido para estudos analíticos dos trabalhos industriais de deformação a frio de metais vem a ser a HIPÓTESE DE TENSÃO DE CISALHAMENTO. Segundo ela, um metal é levado ao estado plástico, quando a diferença entre a maior e a menor tensão principal  $\sigma_1 - \sigma_3$  (que atuam em planos com inclinação de cêrca de 45°; linhas de escoamento) atinge um valor crítico e característico para cada metal — a resistência à deformação — esta igual a  $2 \tau_{\max}$ . A condição de plasticidade é, pois:

$$k_f = 2 \tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (1)$$

Esta hipótese traduz o comportamento plástico dos metais com suficiente precisão para as necessidades da prática, embora não seja levada em conta a influência da tensão principal intermediária  $\sigma_2$  ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ).

Na HIPÓTESE DA ENERGIA DE DEFORMAÇÃO POR DISTORÇÃO também é considerado o efeito de  $\sigma_2$ . E a relação entre as tensões principais  $\sigma_1$ ;  $\sigma_2$ ;  $\sigma_3$  e a resistência à deformação passa a ser:

$$k_f^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] \quad (2)$$

Pode ser demonstrado<sup>3</sup> que essas duas condições de plasticidade levam a resultados não muito discordantes, pois da segunda hipótese, decorre:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (1,0 \dots 1,15) k_f \quad (3)$$

Essa discrepância de até 15% é inexpressiva para os processos industriais de conformação a frio de metais. A velocidade de deformação, por exemplo, também influi no valor da resistência à deformação, elevando-a. Segundo experiências de A. Nadai e M. J. Manjoine<sup>8</sup>, a resistência à deformação resulta de 10% a 20% maior para as altas velocidades de deformação que ocorrem nos processos industriais, em relação aos valores de  $k_f$ , medidos em ensaios estáticos de laboratório.

Importante é a conclusão, para o presente estudo, que as duas hipóteses citadas levam ao mesmo resultado, se a resistência à deformação fôr determinada no ensaio de tração ou compressão uni-axiais. Nessas condições ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ), a tensão principal que atua na seção resistente vem a ser igual à resistência à deformação

$$k_f = \sigma_1 = \sigma \quad (4)$$

Assim no ensaio de tração simples, a tensão normal verdadeira é igual à resistência à deformação quando o metal é deformado plásticamente. Esta igualdade, no entanto, verifica-se unicamente até a força de tração atingir o valor máximo, pois então inicia-se a estricção e o estado de tensão passa a ser múltiplo<sup>3, 8, 10</sup>.

A formulação empírica mais usada para o diagrama de tração verdadeira de metais, vem a ser a função potencial

$$\sigma = k \varphi^n, \quad (5)$$

embora tenham sido propostas numerosas outras funções para o mesmo fim<sup>11, 12</sup>.

Nela, os parâmetros  $k$  e  $n$ , são constantes para cada metal; o parâmetro  $k$  é igual à "tensão verdadeira" para  $\varphi = 1$ ;  $n$  representa a deformação verdadeira para  $P_{\max}$ <sup>12</sup>.

$$n = \ln \frac{S_o}{S_p} = \varphi_p \quad \text{ou} \quad e^n = \frac{S_o}{S_p} \quad (6)$$

Logaritmando a equação (5), obtém-se:

$$\log \sigma = \log k + n \log \varphi. \quad (7)$$

Representando-se por  $\gamma$  o ângulo de inclinação desta reta em relação ao eixo  $\varphi$ , tem-se:

$$\text{tang. } \gamma = n. \quad (8)$$

Para deformações próximas de zero, a função potencial deixa de ser válida, porque as deformações são essencialmente elásticas. E, para muito grandes deformações, situadas no período de estricção, ainda falta a comprovação segura da validade dessa função sob o ponto de vista da prática, pois, a rigor, ela é válida somente para o estado uni-axial de tensão, o qual existe até a força de tração máxima.

A determinação “direta” do valor de  $k$ , no entanto, é feita figurando os pontos experimentais  $(\varphi, \sigma)$  em papel di-logarítmico e extrapolando a reta de melhor ajuste até  $\varphi = 1$ . A ordenada desta deformação logarítmica uniforme, ou seja, o valor de  $n$ , é muito menor do que a unidade, e isso para todos os metais plásticamente deformáveis.

\*

Por outro lado, o comportamento plástico de 25 metais foi muito cuidadosamente determinado, experimentalmente, por F. Körber e colaboradores<sup>4, 13</sup>. Comprovam essas experiências a existência de um trecho reto nas chamadas curvas de encruamento  $\sigma - q$ . Neste segmento reto situa-se o ponto  $P_{max}$ ; para certos metais, aquêlê trecho estende-se até a ruptura.

Nas aludidas curvas de encruamento, a tensão é referida à menor área da seção transversal medida durante o ensaio. Assim,  $\sigma$  tem significação de tensão verdadeira até a força de tração passar a ser máxima; uma vez iniciada a estricção, ela representa o valor médio da tensão longitudinal, a qual é a maior tensão principal, verdadeira, no período de estricção<sup>8, 9, 10</sup>.

A contração transversal, por sua vez, vem a ser  $q = 100 (S_0 - S)/S_0$ , em que  $S$  é a menor área da seção transversal. Conclui-se daí, que as curvas de encruamento experimentais assemelham-se às curvas de escoamento  $\sigma - \varphi$ .

O referido trecho reto obedece à seguinte equação:

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha q. \quad (9)$$

Nesta equação significam:

- $\sigma_0$ : a ordenada do ponto em que o aludido trecho reto intercepta o eixo das abcissas — parâmetro linear;
- $\alpha$ : a inclinação em relação ao eixo das abcissas do segmento reto em estudo ou seja, o incremento de tensão para uma contração transversal de 1% — parâmetro angular.

Evidencia o exposto que, apesar da grande importância prática das curvas de escoamento, ainda não é bem conhecido o limite superior até o qual pode ser aplicada a já citada função potencial<sup>5</sup>, tendo em vista as necessidades da prática. A rica documentação experimental colhida no então *Kaiser Wilhelm — Institut für Eisenforschung*, em Düsseldorf, Alemanha, e publicada por F. Körber e colaboradores<sup>4, 13</sup>, no entanto, permite encontrar uma resposta ao problema focado, se ela fôr interpretada à luz de novos conhecimentos teóricos.

Isto posto, os objetivos do presente trabalho são os seguintes:

- Verificar a concordância da equação do trecho reto das curvas de encruamento experimentais e a função potencial (5), com o fim de apontar o limite de deformação superior até o qual pode ser ela utilizada para cada um dos materiais ensaiados.
- Apresentar um novo método de determinação indireta da curva de escoamento de metais, e comprovar a sua eficiência.

Adotaremos as seguintes notações:

$P; P_{\max}$ :	Intensidade da fôrça de tração e seu valor máximo.
$S_0; S; S_p$ :	Área da seção resistente inicial e aquela quando atua $P$ ou $P_{\max}$ , respectivamente.
$l_0; l; l_p$ :	Comprimento inicial e aquêle da base de medida quando atua $P$ ou $P_{\max}$ , respectivamente.
$\varepsilon = (l - l_0)/l_0$ :	Alongamento nominal.
$\varphi = \ln \frac{S_0}{S} = \ln \frac{l}{l_0}$ :	Deformação logarítmica.
$\varphi_p (= n)$ :	Deformação logarítmica para $P_{\max}$ .
$n$ :	Expoente da função potencial $\sigma = k \varphi^n$ .
$k; k_1$ :	Tensão "verdadeira" de tração longitudinal para $\varphi = 1$ .
$k_f$ :	Resistência à deformação plástica.
$\sigma_0$ :	Parâmetro linear da equação $\sigma = \sigma_0 + \alpha q$ .
$\alpha$ :	Incremento da tensão verdadeira pertinente à contração $q = 1\%$ .

$$\begin{aligned}
 q &= 100 (S_o - S)/S_o; \bar{q} = (S_o - S)/S_o \\
 q_p &= 100 (S_o - S_p)/S_o; \bar{q}_p = (S_o - S_p)/S_o \\
 \sigma &= P/S; \sigma_p = P_{max}/S_p
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Contração da seção} \\ \text{transversal para } P \\ \text{ou } P_{max}, \text{ respecti-} \\ \text{vamente.} \end{array}$$

Tensão verdadeira para  $P$  ou  $P_{max}$ , respectivamente.

2. RELAÇÃO ENTRE A EQUAÇÃO LINEAR (9) E A POTENCIAL (5)

Para estabelecer qualquer correspondência exata entre as duas equações empíricas (5) e (9), é necessário expressá-las em função das mesmas variáveis. Este problema não é solúvel com rigor matemático, como já referido, desde o início até ao fim do ensaio de tração.

Tendo presente o fato de as duas equações (5) e (9) serem empíricas, e portanto aproximadas, e que, em estudos teóricos sobre deformação a frio, ser admitida a lei da constância do volume dos metais plásticamente deformados, a procurada relação entre as duas grandezas de deformação passa a ser: (\*)

$$\varphi = \ln \left( \frac{1}{1 - \bar{q}} \right) = 2,3036 \log \left( \frac{1}{1 - \bar{q}} \right) \quad (10)$$

Assim,

$$\bar{q} = 1 - e^{-\varphi}; \quad \bar{q}_p = 1 - e^{-\varphi_p}; \quad \text{sendo } q_p = 100 \bar{q}_p. \quad (11)$$

(\*) A dedução desta relação fundamenta-se no fato de manter-se praticamente invariável o volume de um metal enquanto é plásticamente deformado.

Assim:

$$S_o l_o = S l = S l_o (1 + \epsilon) \quad \text{ou} \quad S_o/S = 1 + \epsilon,$$

onde:

$$\epsilon = (l - l_o)/l_o$$

Da equação espontânea  $\varphi = \ln S_o/S$ , decorre  $\varphi = \ln (1 + \epsilon)$ .

Por outro lado,

$$\bar{q} = (S_o - S)/S_o = 1 - S/S_o$$

Donde

$$1 + \epsilon = 1/(1 - \bar{q}) \quad \varphi = \ln \left( \frac{1}{1 - \bar{q}} \right)$$

A transformação de  $\bar{q}$  em  $\varphi$  e vice-versa, é feita prontamente com auxílio de tabelas numéricas de  $e^{-x}$

Desta maneira, a equação linear de Körber (9) é transformada na seguinte EQUAÇÃO EXPONENCIAL, a qual representa a curva de escoamento experimental, determinada no ensaio de tração:

$$\sigma = \sigma_0 + 100 \alpha (1 - e^{-\varphi}). \quad (12)$$

Note-se, que nessa anamorfose não são alterados os valores dos parâmetros experimentais  $\sigma_0$  e  $\alpha$ . E, ainda, esta última constante é multiplicada por 100 na equação (12), porque na equação linear (9),  $\alpha$  está relacionado com a grandeza de deformação  $q$ , expressa em percentagem, o que não se verifica para  $\varphi$ .

Nessa anamorfose, os trechos retos das curvas de encruamento experimentais passam a ser curvilíneas, sem, contudo, assumirem rigorosamente a forma parabólica da equação (5).

Será mostrado a seguir, que o coeficiente  $\alpha$  também pode ser determinado analiticamente.

Com efeito: no já citado trecho reto situa-se, sempre o ponto de carga máxima, de sorte que a inclinação da reta definida pela equação (9), no referido ponto, vem a ser

$$\left( \frac{d\sigma}{dq} \right)_{P_{\max}} = \alpha \quad (13)$$

Para relacionar este coeficiente com a inclinação da função potencial (5), também no ponto de carga máxima, é calculada a sua derivada primeira. (\*)

$$\left( \frac{d\sigma}{d\varphi} \right)_{P_{\max}} = \sigma_p \quad (14)$$

Assim, a inclinação da curva de escoamento para o alongamento uniforme máximo ( $\sigma_p = n$ ), a que corresponde  $P_{\max}$ , vem a ser igual à tensão verdadeira para a carga máxima.

Porém, para comparar as equações (13) e (14) é necessário expressar a contração  $\bar{q}$  em função de  $\varphi$ .

Derivando, pois, a equação (10), obtém-se

$$d\varphi = d\bar{q}/(1 - \bar{q})$$

(\*) É fácil verificar que a derivada primeira de função exponencial (12), no ponto  $P_{\max}$ , também vem a ser igual a  $\sigma_p$ .

Donde:

$$d\bar{q} = (1 - \bar{q}) d\varphi$$

Substituindo  $d\bar{q}$  na equação (13), e tendo presente a equação (14), sendo  $q = 100 \bar{q}$ , obtém-se:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\varphi} \right)_{P_{\max}} = \alpha (100 - q_p) \quad \text{ou} \quad \alpha = \frac{\sigma_p}{100 - q_p} \quad (15)$$

Assim, a inclinação média da curva de escoamento no período em que é reto o diagrama  $\sigma - q$ , pode ser facilmente calculado, uma vez conhecidas as grandezas  $\sigma_p$  e  $q_p$ .

Importante é ressaltar o seguinte fato:

Os valores de  $\alpha$  assim calculados para todos os metais ensaiados por J. Körber e W. Rohland<sup>13</sup> — cujas curvas de escoamento estão representadas nas figuras 2 a 7 — coincidem, sempre, com os medidos.

Seja permitido fazer uns comentários acêrca da significação do coeficiente  $\alpha$ . Êle caracteriza a “*encruabilidade*” de um metal. Com êste neologismo, queremos expressar o seguinte: se fôr alto o valor de  $\alpha$  de certo material metálico em comparação com o de outro, aquêle metal adquire maior resistência mecânica e dureza, grandemente a custa da ductilidade, ~~se~~ os dois experimentam o mesmo incremento de deformação plástica. O valor máximo da resistência à tração que um material metálico pode atingir por deformação a frio, não pode ser estimado unicamente com base no conhecimento de  $\alpha$ . Ê também necessário conhecer a sua curva de escoamento, pois aquela resistência-limite também depende da maior deformação logarítmica que êle pode suportar sem romper-se.

O encruamento é longamente empregado na técnica, para endurecer e aumentar a resistência mecânica, — por trabalho a frio — principalmente daqueles materiais metálicos que não são temperáveis. Ê típico o exemplo dos aços austeníticos. Êles são caracterizados por valores muito altos de  $\alpha$ , o que também se depreende da grande inclinação das suas curvas de escoamento (fig. 3).

\*

Será demonstrado igualmente que o coeficiente  $k$  da função potencial<sup>5</sup> também é facilmente calculado, tendo presente os seguintes fatos:

— O parâmetro  $k$  vem a ser tensão para  $\varphi = 100\%$ ;



— O valor particular de  $q$ , pertinente a  $\varphi = 100\%$ , é igual a 63,2%, tendo presente a equação (11).

Considerando-se a reta de encruamento  $\sigma = \sigma_0 + \alpha q$  entre os pontos (0%,  $\sigma_0$ ) e (63,2%;  $k_1$ ), como mostra a figura 1 e, com base na equação (15), tem-se:

$$\alpha = \frac{\sigma_p}{100 - q_p} = \frac{k_1 - \sigma_0}{63,2} = \frac{k_1 - \sigma_p}{63,2 - q_p} \quad (16)$$

Donde:

$$k_1 = \sigma_p \frac{163,2 - 2 q_p}{100 - q_p} \quad (16)$$

$$\sigma_0 = \sigma_p \frac{100 - 2 q_p}{100 - q_p} \quad (17)$$

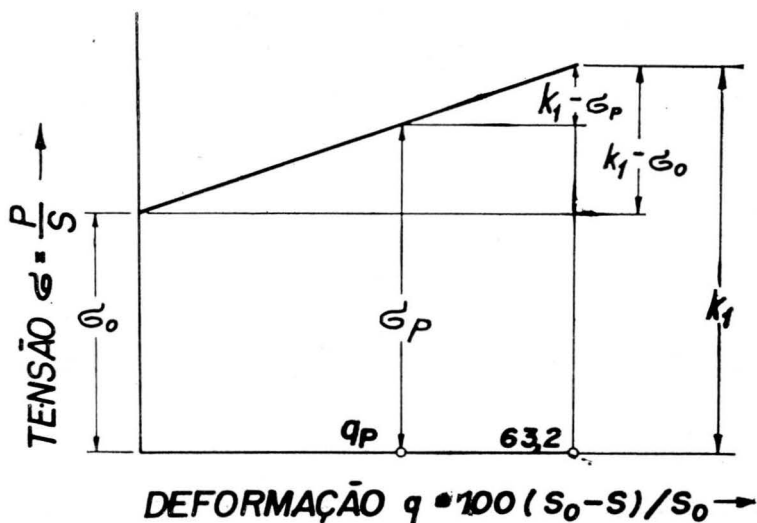


Fig. 1 — Representação esquemática da equação  $\sigma = \sigma_0 + \alpha q$ .

De grande significação ainda é o fato de o valor de  $\sigma_0$ , calculado pela equação (17) situar-se entre os valores individuais medidos para cada metal, em ensaios paralelos.

Assim, o parâmetro  $k_1$  é facilmente calculado com base em apenas duas grandezas de simples medida no ensaio de tração normalizado:

$$\sigma_p = P_{\max}/S_p; \quad q_p = 100 (S_0 - S_p)/S_p.$$

O valor do parâmetro em estudo, calculado à luz da equação (16), é representado por  $k_1$  e por  $k$ , aquêlê que resulta da seguinte equação:

$$k = \sigma_t \left( \frac{e}{n} \right)^n \quad (18)$$

sendo:  $\sigma_t$  a resistência à tração;  $e$  a base dos logarítmos naturais e  $n$  a deformação logarítmica para  $P_{\max.}$  (\*)

É plausível que os valores numéricos de  $k$  e  $k_1$  sejam diferentes. As discrepâncias entre êles ainda serão apresentadas.

Assim, a função adotada, no presente estudo, como imagem matemática da curva de escoamento é a seguinte

$$\sigma = k_1 \varphi^n \quad (19)$$

### 3. APRESENTAÇÃO DE UM NÔVO MÉTODO DE DETERMINAÇÃO INDIRETA DO DIAGRAMA DE TRAÇÃO VERDADEIRO E COMPROVAÇÃO DE SUA EFICIÊNCIA

O método a apresentar consiste em:

- Medir, no ensaio de tração, os valores de  $\sigma_p$  e  $q_p$ , e em função dêles, calcular, pela equação (16), o parâmetro  $k_1$  da função potencial (19);
- Representar os dois pontos ( $\varphi = n$ ;  $\sigma = \sigma_p$ ) e ( $\varphi = 1$ ;  $\sigma = k_1$ ), em papel di-logarítmico.
- A reta assim definida é o diagrama de tração verdadeiro em escala di-logarítmica.
- Para se ter êsse diagrama, em escala natural, basta tirar um número suficiente de pontos da reta definida pela equação (7) e representá-los num sistema de coordenadas  $\varphi - \sigma$ .

(\*) É a seguinte a dedução da equação (18): sendo, por definição,

$$\varphi = \ln S_0/S, \text{ tem-se } S_0/S = e^\varphi.$$

Assim, para  $P_{\max.}$ , e sabendo que  $\varphi_p = n$ , resulta  $S_0/S_p = e^n$

$$\text{Por outro lado, pode escrever-se } \sigma_t = \frac{P_{\max.}}{S_p} \cdot \frac{S_p}{S_0} = \sigma_p e^{-n}.$$

E, na hipótese de um metal obedecer rigorosamente à equação (5), até  $\varphi = 1$  resulta  $\sigma_t = k n^n e^{-n}$  ou  $k = \sigma_t \left( \frac{e}{n} \right)^n$ .

A já citada documentação experimental publicada por F. Körber e W. Rohland<sup>13</sup> é uma valiosa fonte de informações para comprovar a eficiência do método proposto e verificar até que limite pode ser empregada a função potencial (19), com precisão suficiente para as necessidades da prática.

Com êste fim são apresentadas as figuras 2 a 7. As curvas nelas representadas correspondem aos trechos retos das curvas de encruamento dos 25 metais ensaiados por aqueles pesquisadores, 4 dêles em níveis de temperatura até 300°C. Cada segmento reto determinado experimentalmente apresenta-se de forma curvilínea nessas figuras, pois a contração transversal foi expressa em função de  $\varphi$ , em acôrdo com as equações (10) ou (11).

Os pontos experimentais — ou sejam, aqueles que situam-se sôbre os segmentos retos (equação 9) — são figurados com círculos abertos e os correspondentes valores calculados pelo método proposto, são marcados com x. E, ainda, em cada uma das curvas, o ponto de carga máxima e o relativo ao fim do segmento reto nas curvas de encruamento experimentais são assinalados com traços verticais. No caso de êste último ponto coincidir com a ruptura, êle é caracterizado por dois traços verticais. E, quando o fim do referido trecho reto não corresponde à ruptura, são anotados o valor da deformação logarítmica

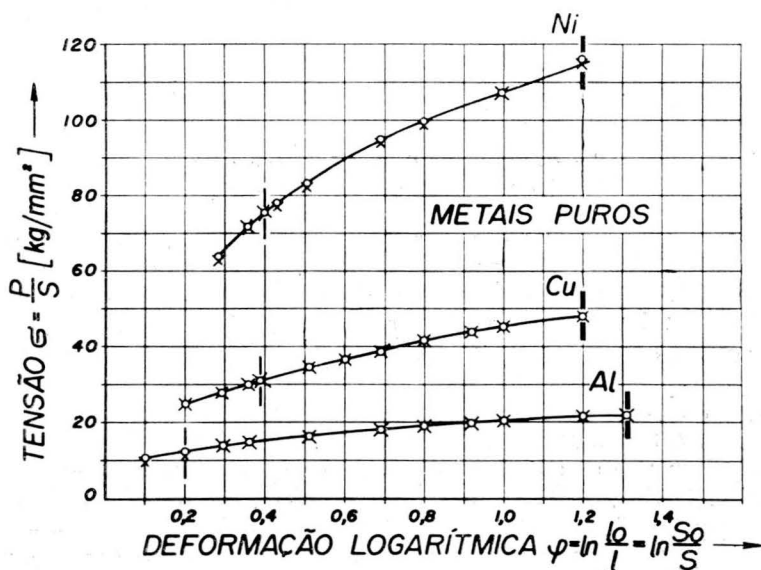


Fig. 2 — Diagramas de tração  $\sigma - \varphi$  de metais puros, ensaiados à temperatura ambiente, no estado recozido.

relativa à ruptura e, entre parêntesis, o limite de validade da função (19) em percentagem de  $\varphi_r$ . (\*) (\*\*)

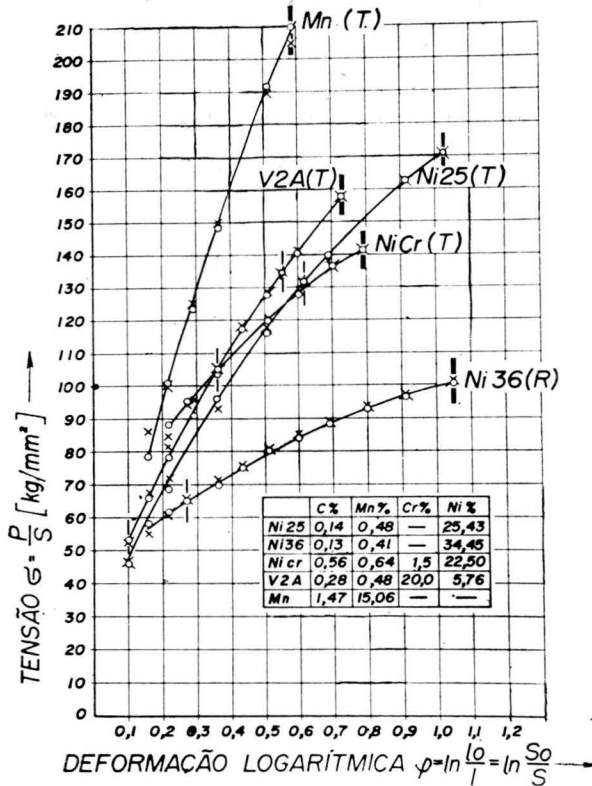


Fig. 3 — Diagramas de tração  $\sigma - \varphi$  de aços austeníticos, ensaiados à temperatura ambiente.

Nesse caso, próximo à ruptura, as curvas  $\sigma - q$  e as curvas  $\sigma - \varphi$  inclinam-se para cima, ou seja, para maiores valores de tensão. Para o aço-comum, de 0,13% de C, pôde ser desenhado, em linha tracejada, o provável andamento do diagrama  $\sigma - \varphi$  até a ruptura (fig. 5).

(\*) Este valor foi calculado com base na estrição após ruptura medida  $q_r$ , à luz da já citada relação  $q_r = 1 - e^{-\varphi_r}$ .

(\*\*) Exemplificando: a ruptura do aço-comum (C = 0,10%) não corresponde ao fim do trecho reto da curva de encruamento (fig. 5). A contração após ruptura medida é  $q_r = 0,76$ , a que corresponde,  $\varphi_r = 1,46$ . Este valor é tirado da tabela 5 do manual Hütte, 1.º volume, 28.ª ed. alemã.

Ao fim do referido segmento reto corresponde  $\varphi = 0,91$  (fig. 5) e, à ruptura,  $\varphi_r = 1,46$ .

Assim, o limite de validade da função potencial em percentagem da deformação de ruptura, é de 63%. É este o valor que figura entre parêntesis.

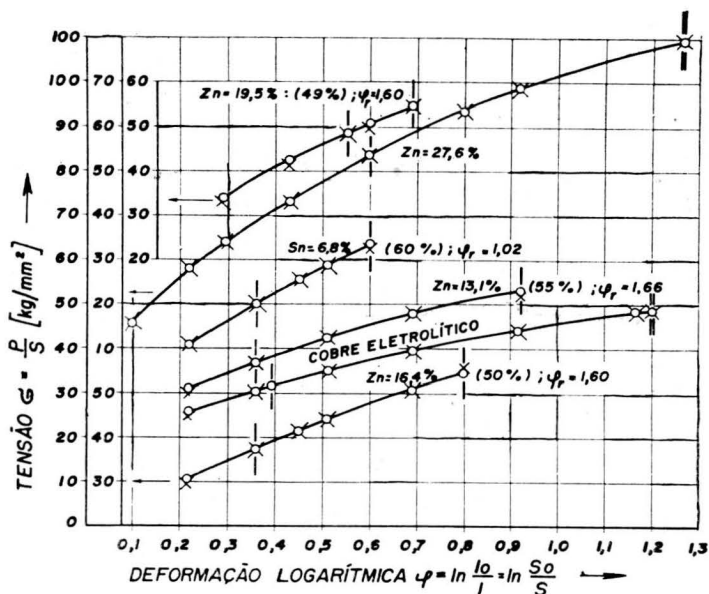


Fig. 4 — Diagramas de tração  $\sigma - \varphi$  de cobre eletrolítico e ligas homogêneas de cobre, ensaiadas à temperatura ambiente, no estado recozido. (As setas indicam as escalas de referência auxiliares).

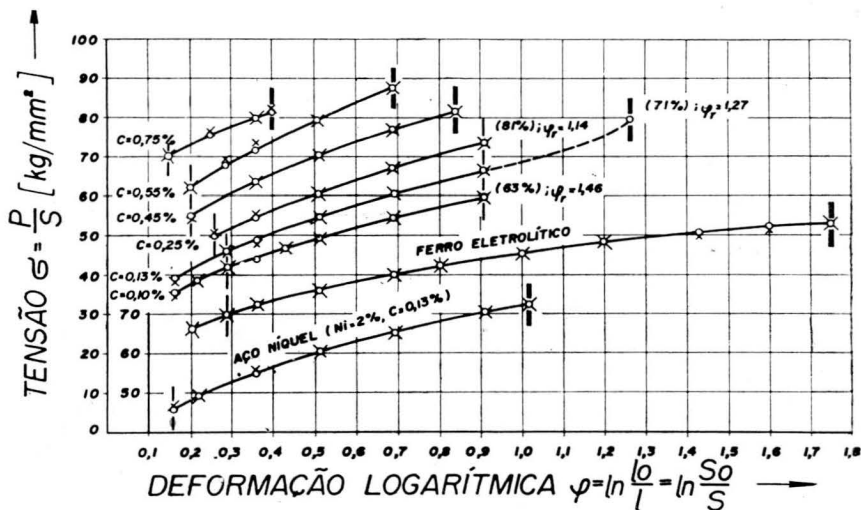


Fig. 5 — Diagramas de tração  $\sigma - \varphi$  de ferro eletrolítico de aços-carbono hipocetóides e de um aço-Ni, ensaiados à temperatura ambiente. (A escala vertical interna refere-se ao aço-Ni).

Nas figuras 2 a 7 encontram-se ainda algumas referências quanto à composição e ao tratamento térmico; as letras *R* e *T* significam que o respectivo material fôra previamente recozido ou resfriado bruscamente. (\*\*\*)

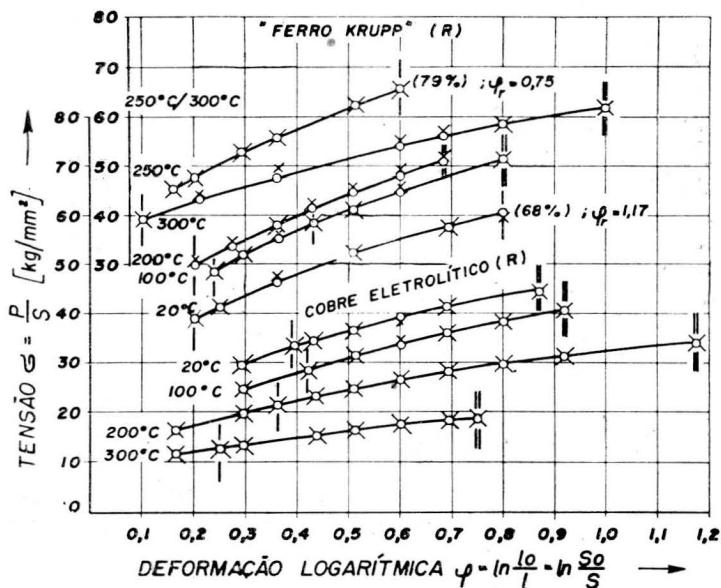


Fig. 6 — Diagramas de tração  $\sigma - \varphi$  de "ferro Krupp" ( $C = 0,07\%$ ;  $Mn = 0,30\%$ ;  $Si = 0,06\%$ ;  $P = 0,07$ ;  $S = 0,04\%$ ) e de cobre eletrolítico, ensaiados em vários níveis de temperatura. (As curvas relativas ao "ferro Krupp", ensaiado a 250°C e 300°C, são referidas à escala vertical interna).

Evidenciam as curvas representadas nas figuras 2 a 7 os seguintes fatos:

- A muito boa concordância entre os resultados experimentais e os obtidos pelo método proposto e isso para todos os metais ensaiados, nos diferentes níveis de temperatura. Esta concordância foi comprovada para os segmentos retos nas curvas de encruamento experimentais. O fato de o método proposto não ter sido aplicado aos trechos fora dos referidos segmentos retos não justifica a conclusão de que a função potencial em estudo não seria aplicável a menores deformações. Significa apenas que as curvas de encruamento publicadas não permitem tal comprovação.

(\*\*\*) Informações completas acerca da composição química e do tratamento térmico de cada um dos metais encontram-se na referência (13).

- A função potencial (19) é válida até a ruptura para 16 dos 25 metais ensaiados à temperatura ambiente, ou seja, 64%. Nêles situam-se: os metais puros, os aços austeníticos, o aço-níquel não austenítico, o cobre, o latão com 27,6% de Zn e os aços-comuns com 0,32%, 0,45%, 0,55% e 0,75% de C.
- A função potencial (19) não interpreta corretamente o comportamento plástico, próximo à ruptura, daqueles metais em cujas curvas de encruamento o extremo superior desse segmento reto não coincide com a fratura (veja-se a figura 5: aço com 0,13% de C). À temperatura de ensaio ambiente, isso ocorre para 9 (36%) dos 25 metais ensaiados. Nêles incluem-se 4 das 5 ligas de cobre, 3 dos 7 aços-carbono (êsses 3 com  $C < 0,32\%$ ), o chamado “ferro Krupp” e o aço Cr-Ni (não austenítico).
- Dos 4 metais ensaiados em níveis de temperatura diferentes, unicamente o cobre eletrolítico obedece à função potencial (19) até a ruptura, em todas as temperaturas de ensaio — o “ferro Krupp”, o aço-comum com 0,32% de C e o aço Cr-Ni (não austenítico), satisfazem à citada função potencial até a ruptura, para um ou vários níveis de temperatura.

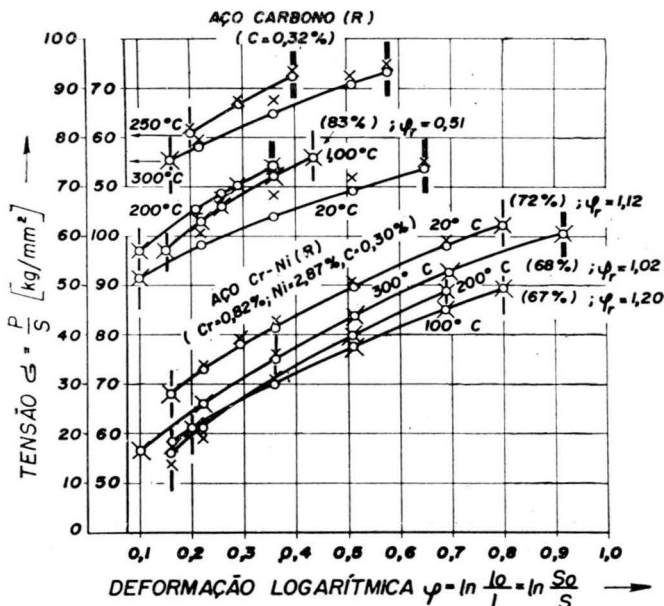


Fig. 7 — Diagramas de tração  $\sigma - \varphi$  de um aço-carbono e um aço Cr-Ni, ensaiados em vários níveis de temperatura. (As curvas relativa ao aço-carbono ensaiado a 250°C e 300°C, bem como as do aço Cr-Ni, a 200°C e 300°C, são referidas às escalas verticais internas).

- Sobretudo para os aços austeníticos, pôde ser verificada que êles obedecem à lei parabólica, traduzida pela equação (19), para deformações uniformes bastante abaixo do ponto de carga máxima.

\*

Para verificar a validade da fórmula (16) calculamos ainda os valores de  $k_1$  para 6 lotes das chapas finas de aço-carbono para estampagem profunda, ensaiadas por W. T. Lankord, S. C. Snyder e J. A. Bausher<sup>14</sup>, pois êles mediram as grandezas  $k$ ,  $n$  e  $\sigma_t$  (os valores de  $n$  ficam entre 0,242 e 0,247). Embora êsses pesquisadores não determinassem  $\sigma_p$  e  $q_p$ , estimamos êstes valores pelas fórmulas  $\sigma_p = \sigma_t (1 + n)$  e  $q_p = 100 (1 - e^{-n})$ , concluindo que a diferença percentual média entre os valores de  $k$  medidos e assim estimados, é de 5,4% em valor absoluto. Em nenhum caso, essa diferença é superior a +7,2%; tôdas essas diferenças  $100 (k - k_1)/k_1$  são de sinal positivo.

A. A. Arantes e J. A. Cintra<sup>15</sup> também mediram o parâmetro em estudo para êsse tipo de chapas; admitiram igualmente a validade da função potencial (5) até  $\varphi = 1$ . Para duas das chapas ensaiadas pôde ser estimado o coeficiente  $k$  como acima referido. A diferença percentual entre êsses dois valores de  $k$ , para a chapa de  $n = 0,10$ , é de +22% e, para a de  $n = 0,255$ , ela é de +3%.

Observe-se que as diferenças apontadas, tendo presente os valores de  $n$ , enquadram-se na faixa de dispersão representada na figura 8. Considerações acêrca dessas diferenças encontram-se no fim do seguinte subtítulo.

#### 4. O MÉTODO APRESENTADO — EM CONFRONTO COM OUTROS MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO INDIRETA DO DIAGRAMA DE TRAÇÃO VERDADEIRO

Comprovada a eficiência do método indireto apresentado, impõe-se compará-lo com o de outros processos indiretos que visam o mesmo fim.

O que têm de comum, todos êles, é o fato de se fundamentarem em uma equação empírica, considerada eficiente para traduzir satisfatoriamente a interdependência entre tensões e deformações e cujo tratamento matemático seja simples. Na equação potencial (5) — formulação empírica comumente adotada para a curva de escoamento — intervêm dois parâmetros  $k$  e  $n$ . O valor da maior deformação logarítmica uniforme  $n$  é sempre determinado experimentalmente. Nos métodos indiretos, o valor



de  $k$  é sempre calculado, porém com bases em diferentes grandezas medidas. Neste ponto, é que residem as particularidades dos métodos em confronto.

No método apresentado, o cálculo de  $k_1$  pela equação (16) é feito em termos de  $\sigma_p$  e  $q_p$ . Estas grandezas referem-se a  $P_{\max}$  ou seja, àquela carga-limite até a qual ainda é uni-axial o estado de tensão. Além disso, é simples o cálculo numérico de  $k_1$ .

No método indireto geralmente adotado, o valor de  $k$  é calculado com base na resistência à tração medida — equação (18). Note-se, que é exata, unicamente se os metais obedecem rigorosamente à função (5) até a ruptura. Esta hipótese não é válida para todos os metais, o que evidenciam as curvas de escoamento representadas nas figuras 2 a 7. Neste processo, a determinação analítica de  $k$  não é tão simples como pelo novo método apresentado.

Para comparar este método indireto com o do autor, serão interpretadas as experiências de W. Panknin e G. S. A. Shawki<sup>12</sup>, feitas em chapas finas de 4 tipos de aço-carbono para estampagem profunda, numa de Al 99,5 e noutro de alumínio com 1% de Mn, tôdas elas recozidas. Além de  $n$  e  $\sigma_T$ , mediram eles o parâmetro  $k$  e calcularam-no pela equação (18).

As diferenças entre os valores de  $k$  medidos e os calculados, por este método indireto, variam entre + 1,0 e + 11,2%<sup>12</sup>, e a média em valor absoluto, é 5,7%.

Estimando, no entanto,  $\sigma_p$  e  $q_p$ , como já antes referido, e calculando os valores de  $k_1$  pela fórmula (16), verifica-se que estes se aproximam mais dos valores medidos do que os obtidos por meio da equação (18). Com efeito: à luz da equação proposta (16), a diferença percentual média entre os resultados experimentais e os assim obtidos é apenas de 2,6%, em valor absoluto; a maior diferença vem a ser de — 10,3%.

M. Reihle<sup>7</sup>, por sua vez, divulgou em 1961 outro método de determinação indireta do diagrama de tração verdadeiro. Esse processo também baseia-se na hipótese de a função potencial (5) ser válida até  $\varphi = 1$ ; consiste em marcar o ponto experimental ( $\varphi = n$ ;  $\sigma = \sigma_p$ ) em papel di-logarítmico e, por êle, traçar uma reta de inclinação igual a  $n$  e isto em atenção à equação (8). A interseção desta reta com a perpendicular levantada na abcissa, em  $\varphi = 1$ , dá o valor de  $k$ .

M. Reihle aplicou este método a chapas de aço de estampagem profunda, ensaiando uma série de corpos-de-prova, alguns com diferentes graus de encruamento, este obtido por lamina-

ção a frio; determinou o valor de  $k$  por seu método e também o calculou pela equação (18).

À luz da teoria de erros, êle demonstrou que a uma imprecisão de  $\pm 1\%$  na medida das dimensões dos corpos-de-prova, antes e após o ensaio, corresponde uma imprecisão de  $\pm 5\%$  da reta  $\log \sigma - \log \varphi$  (equação 7). Nesse cômputo da precisão do método não está incluída a imprecisão do traçado da referida reta.

Os valores de  $k$  assim medidos e calculados situam-se nessa faixa. Isto também foi verificado para o valor de  $k_1$ , calculado pela equação (16).

\*

Passadas em revista as bases em que se fundamentam os três métodos indiretos, e confirmada a validade da fórmula (16), foram êles aplicados ao cálculo dos valores de  $k$  de todos os metais ensaiados por F. Körber e W. Rohland<sup>13</sup>, em níveis de temperatura até 300°C. Êsses valores numéricos, evidentemente, não são exatamente iguais.

Assim foram calculados 39 valores de  $k$  segundo cada um dos três métodos. Comparando êsses 117 resultados numéricos, se é levado às seguintes conclusões:

Todos os valores de  $k$  calculados pela equação (18) ou determinados pelo método de M. Reihle vêm a ser praticamente iguais.

O mesmo se verifica para os valores de  $k_1$ , desde que não seja muito pequena a deformação logarítmica  $n$ . Com efeito: a média das diferenças  $100(k_1 - k)/k_1$  é de  $|6,4\%|$  em valor absoluto; levando-se em conta os sinais, ela passa a ser igual  $+ 5,8\%$ . Considerando-se, unicamente, os resultados a que correspondem valores de  $n \geq 0,20$  (são êles 82% de todos os resultados) as diferenças medidas acima apontadas passam a ser iguais a  $|4,1\%|$  e  $+ 3,8\%$ , respectivamente. Para os restantes resultados (18%), de  $n < 0,20$ , as diferenças em estudo são tôdas positivas, e seu valor médio é de 16,4%.

Na figura 8 estão representadas essas diferenças percentuais em função de  $n$ , concluindo-se que a dessemelhança em estudo cresce à medida que diminui o valor de  $n$ ; para metais de alto valor de  $n$ , essas diferenças passam a ser negativas e praticamente invariáveis.

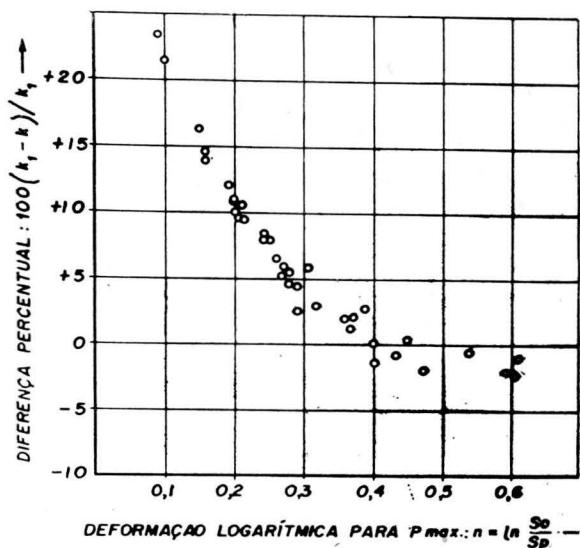


Fig. 8 — Variação da diferença percentual entre  $k_1$  e  $k$  com a deformação logarítmica  $n$ .

Para decidir se a função potencial com o chamado parâmetro de resistência calculado pela equação (16) é mais eficiente ou não para interpretar o comportamento plástico de metais do que a função potencial (5) com  $k = \sigma_t \left( \frac{e}{n} \right)^n$ , impõe-se analisar as curvas de escoamento daquêles metais que têm baixos valores de  $n$  e, portanto, acusam grandes discrepâncias entre os de  $k_1$  e  $k$ .

Nesta ordem de idéias, é importante frisar inicialmente o seguinte: o fato de ser baixo o índice  $n$  significa que êsses metais não possam suportar grandes deformações plásticas.

Com efeito: dos 6 casos observados ( $n < 0,20$ ), ao ponto extremo das curvas de escoamento de 5 dêles correspondem deformações de ruptura  $\varphi_r > 1$  e ao outro  $\varphi_r = 0,80$ . Todos êsses metais foram ensaiados no estado recozido. E, para todos êles, as discrepâncias entre os valores de  $k$  são maiores do que as para os outros metais (fig. 8).

Passando-se em revista as respectivas curvas de escoamento (figs. 2 a 7) e a localização dos pontos experimentais e os calculados pela equação (19), verifica-se que êsses maiores afastamentos são sempre menores do que as diferenças que se obteriam, tomando-se por base o valor de  $k$  — equação (18) — o que justifica a seguinte conclusão:

A determinação indireta da curva de escoamento pelo novo método apresentado é mais segura e mais simples do que a por meios dos outros processos indiretos estudados.

Conclui-se, igualmente, de que a deformação — nominal ou verdadeira — para a carga máxima não define a capacidade de deformação dos materiais metálicos .

Para julgar a precisão do novo método indireto em face da determinação direta de  $k$ , seria necessário fazer um estudo experimental em bases amplas pesquisando, sobretudo, a validade da equação (19) para pequenas deformações ou seja pouco acima do limite de escoamento. Não deve ser esquecido, no entanto, que a “*medida*” de  $k$ , no ensaio de tração, não é muito precisa para os metais que se rompem para deformações muito inferiores a  $\varphi = 1$ , pois é curto o segmento da reta  $\log \sigma - \log \varphi$  e, portanto, insegura a sua extrapolação.

\*

Com esta monografia, julga o autor ter contribuído para ampliar a significação do ensaio de tração (executado digamos em acôrdo com o MB-4 da ABNT), no sentido de os laboratórios industriais e os institutos tecnológicos oficiais poderem melhor controlar o comportamento plástico de materiais metálicos e qualificá-los de acôrdo com o seu real comportamento quando submetidos às verdadeiras condições de trabalho nos processos industriais de conformação a frio.

## 5. RESUMO E CONCLUSÕES

Mediante interpretação das curvas de encruamento de 25 metais 4 deles ensaiados a temperaturas até 300°C, por F. Körber e W. Rohland, foram deduzidos os seguintes fatos:

- O estabelecimento de uma função exponencial como formulação empírica da curva de escoamento.
- A concordância entre esta função e a função potencial  $\sigma = k \varphi^n$  (outra formulação empírica da curva de escoamento) através das figuras 2 a 7 e da equação (16), que permite o cálculo do parâmetro  $k$  com base na tensão verdadeira e na contração nominal da seção resistente dos corpos de prova, ambas pertinentes à carga de tração máxima.
- O estabelecimento de um novo método de determinação indireta da curva de escoamento.
- A indicação do limite superior de validade da citada função potencial, para cada um dos metais.

As bases de outros métodos indiretos são confrontadas com as do novo processo e calculadas as diferenças entre os diversos valores de  $k$ , assim determinados.

São apresentadas as provas de que a determinação indireta da curva de escoamento pelo novo método apresentado é mais segura e mais simples do que a por meio dos outros métodos indiretos apresentados.

## BIBLIOGRAFIA

1. SIEBEL, E. — “Die Bedeutung der Fließkurve bei der Kaltformgebung”. Z. VDI, v. 98, p. 133/134, 1956.
2. GRUNDIG, W. — “Significação e importância da curva de escoamento de metais para trabalhos de dar forma a frio”. Contribuição Técnica apresentada ao XVII Congresso Anual da ABM; Rio de Janeiro, julho de 1962.
3. ROS, M. e EICHINGER, A. — “Die Bruchgefahr fester Körper bei ruhender statischer Beanspruchung”. Bericht n.º 172. Zürich, EMPA, 1949.
4. KÖRBER, F. e MÜLLER, H. — “Die Verfestigung metallischer Werkstoffe beim Zng- und Druckversuch”. Mitt. K.-W.-Inst. Eisenforschung, v. 8, Abh. 71, p. 181/199, 1926.
5. SIEBEL, E. e POMP, A. — “Die Ermittlung der Formänderungsfestigkeit von Metallen durch den Stauchversuch”. Mitt. K.-W.-Inst. Eisenforschung, v. 9, Abh. 80, p. 157/171, 1927.
6. SIEBEL, E. e POMP, A. — Zur Weiterentwicklung des Druckversuches”. Mitt. K.-W.-Inst. Eisenforschung, v. 10, Abh. 99, p. 56/62, 1928.
7. REIHLE, M. — “Ein einfaches Verfahren zur Aufnahme der Fließkurven von Stahl bei Raumtemperatur”. Arch. Eisenhüttenw., v. 32, p. 332/336, 1961.
8. NADAI, A. — “Theorie of flow and fracture of solids”. 2nd. ed. New York, Toronto e London, Mc Graw-Hill, 1950, v. 1.
9. SIEBEL, E. e SCHWAIGER, S. — “Zur Mechanik des Zugversuches”. Arch. Eisenhüttenw., v. 19, p. 145/152, 1948.
10. MAC GREGOR, C. W. — “Differential area relations in the plastic state for uniaxial stress”. In: Stephen Timoshenko — 60th Anniversary, New York, Mac Millan, 1938, p. 134/146.
11. TRUSZKOWSKI, W. — “Étude de l'heterogénéité des métaux soumis à l'essai de traction”. Rev. Métal., v. 55, n.º 8, p. 716/724, 1958.
12. PANKNIN, W. e SHAWKI, G. A. — “Zusammenhang zwischen Fließkurve und Werkstoffkennwerten bildsamer metallischer Werkstoffe”. Z. Metallkde., v. 52, p. 455/461, 1961.
13. KÖRBER, F. e ROHLAND, W. — “Über den Einfluss von Legierungszusätzen und Temperaturänderungen auf die Verfestigung von Metallen”. Mitt. K.-W.-Inst. Eisenforschung, v. 5, p. 55/68, 1924.

14. LANKFORD, W. T.; SNYDER, S. C. e BAUSCHER, J. A. — *"New criteria for predicting the press performance of deep drawing sheets"*. In: Trans. ASM, Cleveland, 1950, v. 42, p. 1197-1232.
15. ARANTES, A. A. e CINTRA, J. A. — *"O ensaio de tração como meio de qualificação de chapas finas para estampagem"*. "ABM-Boletim", v. 16, n.º 60, p. 457/471, 1960.