

ESTUDO DOS LIMITES DE EMPREGO DO DISCO BRASILEIRO MODIFICADO NA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS FRÁGEIS¹

Dayani da Penha Ross²
Eduardo Atem de Carvalho³
Carlan Ribeiro Rodrigues⁴
Mário Lucas Santana Silva⁵
Leonardo Rozalino Souza²
Julia Py Braga Teixeira²

Resumo

O objetivo do trabalho foi estudar os limites de emprego do Disco Brasileiro Modificado na determinação de propriedades mecânicas de materiais frágeis. Nesta geometria duas faces planas são introduzidas para eliminar as fraturas localizadas que surgem durante os ensaios com o disco totalmente circular. Mas isto implica em um novo estado de tensão que requer calibração numérica e experimental, por Elementos Finitos e Extensometria Elétrica. Foram fabricados dez corpos de prova, sendo cinco completamente circulares e cinco com faces planas limitadas por ângulo de 20°. Foram colocados seis corpos de prova na estufa para avaliar os efeitos causados na resistência dos mesmos, e isto provou-se prejudicial. Resultados indicam que os valores obtidos, e corrigidos quando necessário, em ambos os tipos de corpos de prova são semelhantes.

Palavras-chave: Disco brasileiro modificado; Tensão de ruptura; Geopolímeros.

EVALUATION OF STIFFNESS PROPERTIES USING ORIGINAL AND MODIFIED BRAZILIAN DISK

Abstract

The objective of this work was to study the limits of the Modified Brazilian Disk test when applied to brittle materials mechanical properties determination. In this geometry two plane faces are made to eliminate localized fracture, always present in the full circular disk. But this implies that a new state of stress is present and requires numerical and experimental calibration, Finite Elements Method and Strain Gages were used to calibrate. Ten specimens were made, five full circular and five with plain segments, limited by a 20° angle. Six of them were placed at an autoclave to evaluate the effects of this over the strength. This proved to be damaging instead. Results indicate that obtained values, corrected when necessary, were very similar.

Key words: Modified Brazilian disk; Ultimate strength; Geopolymer.

¹ Contribuição técnica ao 67º Congresso Anual da ABM, 31 de julho a 03 de agosto de 2012, Rio de Janeiro, Brasil.

² Aluna de Graduação, Eng. Metalúrgica e de Materiais, Lamav, CCT, Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Brasil.

³ Engenheiro Mecânico, M.Sc., Ph.D., Professor Associado, Lamav, CCT, UENF, Brasil.

⁴ Engenheiro Mecânico, Lamav, CCT, UENF, Brasil.

⁵ Doutorando em Engenharia e Ciências dos Materiais, Lamav, CCT, UENF, Brasil.

1 INTRODUÇÃO

O ensaio mecânico conhecido como Disco Brasileiro citado em Wang et al.⁽¹⁾ foi concebido e apresentado em 1953 e, desde então, tem sofrido diversas modificações ao longo do tempo com o objetivo de adequar o teste às modificações necessárias.⁽¹⁻⁴⁾ Estas modificações se derivam do fato de que a falha inicial que leva à ruptura do corpo de prova se inicia em outras regiões do círculo e não no seu centro. No caso de disco circular, a falha se inicia dentro da região dominada pelas tensões de contato e não na descrita pela formulação clássica. Uma das proposições feitas foi a de se planificar o disco nas extremidades de contato com as placas de carregamento,⁽¹⁾ que com isto pretendia reduzir a influência da variação do comprimento de contato que existe no disco clássico e também induzir a falha no centro do disco.

O objetivo deste trabalho é explorar o conceito proposto por Wang et al.⁽¹⁾ e calcular as propriedades de rigidez de um material. Para tal foram empregados dez discos de geopolímero Ca,Na,K-PSS.⁽⁵⁾ Sendo cinco circulares e cinco planificados. Uma análise empregando-se o Método de Elementos Finitos (MEF) foi feita⁽⁶⁾ e os resultados comparados para efeito de calibração.⁽⁷⁾

2 TENSÕES EM UM DISCO SOB CARREGAMENTO DIAMETRAL

2.1 Força Concentrada num Ponto de uma Superfície Reta

O modelo proposto usa soluções encontradas previamente para uma força concentrada num ponto da superfície direta.⁽⁸⁾ Se uma força vertical atua numa superfície de uma placa infinitamente grande (P), a distribuição de carga ao longo de sua espessura é uniforme (para um desenvolvimento em um estado tridimensional, a tensão volta ao seu significado original e requer um termo associado à espessura para estar presente). De acordo com a Figura 10, qualquer elemento C a uma distância r do ponto de carregamento está sujeito a simples compressão na direção radial. Os componentes da tensão são:

$$\sigma_r = -\frac{2P}{\pi} \left(\frac{\cos \theta}{r} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0 \quad (2)$$

Tomando um círculo de diâmetro com o centro no eixo d , para qualquer ponto do círculo:

$$d \cos \theta = r \quad (3)$$

Aplicando-se a Equação 3 à Equação 1, obtém-se:

$$\sigma_r = -\frac{2P}{\pi d} \quad (4)$$

Isso significa que a tensão é a mesma em todos os pontos do círculo, exceto onde a carga é aplicada.

2.2 Solução para um Par de Forças Opostas

Duas forças opostas, atuando como na Figura 1, resultará em forças superpostas como descrito no item 2.1. A tensão constante apresentada Na Equação 4 permanece a mesma.

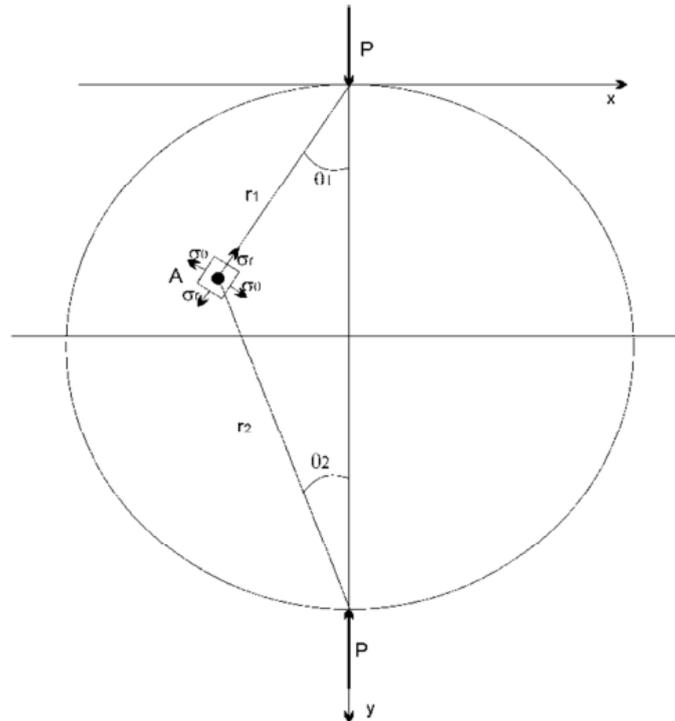


Figura 1. Par de forças concentradas atuando em superfícies opostas.

2.3 Componente da Tensão na Direção X

Para uma carga concentrada:

$$\sigma_x = \sigma_r \cos^2 \theta = -\frac{2P}{\pi a} \text{sen}^2 \theta \cos^2 \theta \quad (5)$$

Na Figura 1, é claro que para qualquer ponto do círculo, à distância a do ponto de aplicação da força:

$$a = r \cos \theta \quad (0 \leq a \leq D) \quad (6)$$

Então:

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi r \cos \theta} \text{sen}^2 \theta \cos^2 \theta \quad \dots$$

E, dessa forma, obtém-se a Equação 7.

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi r} \text{sen}^2 \theta \cos^2 \theta \quad (7)$$

Da Figura 1, observam-se estas relações:

$$\cos \theta_1 = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (8)$$

$$r_1 = \frac{y}{\cos \theta_1} \quad (9)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{(D-y)}{\sqrt{x^2 + (D-y)^2}} \quad (10)$$

$$r_2 = \frac{(D-y)}{\cos \theta_2} \quad (11)$$

Todas as substituições feitas, a expressão para a componente x da tensão associada a duas forças concentradas mais o termo existente devido à tensão trativa constante é:

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi r_1} \sin^2 \theta_1 \cos \theta_1 - \frac{2P}{\pi r_2} \sin^2 \theta_2 \cos \theta_2 + \frac{2P}{\pi D} \quad \dots$$

E a expressão final tem a forma da Equação 12.

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{1}{D} - \left(\frac{\sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_1}{y} + \frac{\sin^2 \theta_2 \cos^2 \theta_2}{(D-y)} \right) \right] \quad (12)$$

Ou σ_x expressa em coordenadas cartesianas:

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi} \left\{ \frac{1}{D} - \left[\frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{x^2 (D-y)}{(x^2 + (D-y)^2)^2} \right] \right\} \quad (13)$$

Da mesma maneira para os outros componentes de tensão:

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi} \left\{ \frac{1}{D} - \left[\frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{(D-y)^2}{(x^2 + (D-y)^2)^2} \right] \right\} \quad (14)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2P}{\pi} \left(\frac{xy^2}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} + \frac{x(D-y)^2}{(\sqrt{x^2 + (D-y)^2})^3} \right) \quad (15)$$

2.4 Calibração dos Resultados

Para se corrigir os valores obtidos, uma vez que parte dos corpos de prova apresentavam planificações, Bicok⁽⁹⁾ combinou em seu trabalho o Método de Elementos Finitos com Extensometria Elétrica. Para tal fabricou um corpo de prova de aço AISI 4140 em forma de paralelepípedo e com ele determinou E (Módulo de Elasticidade) e ν (Coeficiente de Poisson). Feito isto, um disco do mesmo material e submetido ao mesmo tratamento térmico, recebeu duas superfícies planificadas com comprimento de 20° de ângulo. Este disco foi submetido a diversos carregamentos e os valores medidos pelos extensômetros foram armazenados. A partir destas informações foi criado um modelo igual ao disco de aço em Elementos Finitos.

A comparação dos valores das tensões atuantes nas direções principais do disco com as faces planificadas encontrados a partir do Método de Elementos Finitos (MEF) e a partir das equações da Lei de Hooke com base nos valores obtidos a partir dos extensômetros elétricos (com valores de $D = 125$ mm e $t = 12$ mm), revelou então as diferenças nos campos de tensões e deformações causadas pela presença das planificações. Os valores de tensão obtidos apresentaram erro relativo médio de 7,92% para os valores da tensão na direção x e 1,99% para os valores da tensão na direção y quando comparados com os valores referentes ao Método de Elementos Finitos. Dessa forma, foram introduzidos fatores de correção de 0,9208 para os valores referentes à direção x e 0,9801 para aqueles referentes à direção y . Esses fatores têm por objetivo calibrar os valores referentes aos extensômetros elétricos de acordo com o Método de Elementos Finitos para o posterior cálculo do Módulo de Elasticidade (E) e do Coeficiente de Poisson (ν).

O modelo empregado simulou nos dois casos meio disco de material elástico, isotrópico, empregando elementos tipo 2D Sólido em estado plano de deformação

contando nove nós por elemento. A face externa dos discos (plano circular) foi simulada com elementos de contato. No total o modelo continha 46.918 elementos 2D com 188.874 nós. A Figura 2 representa a malha empregada já refinada. O modelo de MEF realizou uma análise linear-elástica, portanto, essa correção se estende a todos os materiais que apresentem um mesmo comportamento quando solicitados. O disco brasileiro tanto o original quanto o modificado apresenta uma característica única dentre os ensaios mecânicos: a sua região principal de interesse é diretamente superposta às regiões de contato. Desta forma, qualquer variação na região de contato acarreta em grande variação na distribuição de tensões ao longo da região testada.

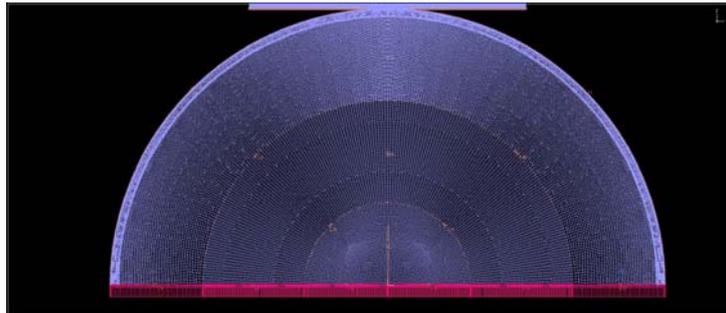


Figura 2. Malha de elementos finitos empregada neste estudo com refinamento distinto.

Segundo Budynas,⁽¹⁰⁾ para um estado plano de tensões, onde $\sigma_z = 0$, as deformações nas três direções principais são dadas pelas Equações 16 a 18.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) & (16) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) & (17) \\ \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) & (18) \end{cases}$$

Onde: ε_x , ε_y e ε_z são as deformações nas direções principais; σ_x e σ_y são as tensões nas direções principais e E e ν são o Módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson do material, respectivamente.

As tensões no centro de um disco circular sob carregamento diametral são como nas Equações 19 e 20.

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi Dt} \quad (19)$$

$$\sigma_y = \frac{-6P}{\pi Dt} \quad (20),$$

Onde P é a força aplicada ao disco, D e t são o diâmetro e a espessura do mesmo, respectivamente; e conseqüentemente:

$$\sigma_y = -3\sigma_x \quad (21)$$

Substituindo nas Equações 16 a 18, obtém-se as Equações 22 a 24.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} (1 + 3\nu) & (22) \\ \varepsilon_y = \frac{-\sigma_x}{E} (3 + \nu) & (23) \\ \varepsilon_z = \frac{2\sigma_x \nu}{E} & (24) \end{cases}$$

Manipulando as equações da Lei de Hooke, os valores do Módulo de Elasticidade e do Coeficiente de Poisson são encontrados a partir das Equações 25 e 26.

$$E = \frac{\sigma_x(1-\nu^2)}{\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y} \quad (25)$$

$$\nu = \frac{\varepsilon_x \varepsilon_y - \sigma_y \varepsilon_x}{\sigma_y \varepsilon_y - \sigma_x \varepsilon_x} \quad (26)$$

Contudo, para o disco que sofreu a planificação das suas extremidades, a relação entre σ_x e σ_y não é a mesma para o caso apresentado na Equação 21, devido à modificação da distribuição da tensão no disco por este apresentar uma variação na geometria. A análise com MEF revelou que existe um valor constante que relaciona as duas componentes de tensão. O valor da Equação 27 corrige a Equação 21.

$$\sigma_y = -3,193\sigma_x \quad (27)$$

Modificando as Equações apresentadas para as deformações nas direções principais (Equações 16, 17 e 18).

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} (1 + 3,193\nu) & (28) \\ \varepsilon_y = \frac{-\sigma_x}{E} (3,193 + \nu) & (29) \end{cases}$$

Manipulando matematicamente as expressões 28 e 29, são encontradas as Equações 30 e 31.

$$\begin{cases} E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1 + 3,193\nu) & (30) \\ E = \frac{-\sigma_x}{\varepsilon_y} (3,193 + \nu) & (31) \end{cases}$$

Obtendo:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1 + 3,193\nu) &= \frac{\sigma_x}{\varepsilon_y} (3,193 + \nu) \\ \nu &= \frac{1+3,193k}{3,193-k} \end{aligned} \quad (32)$$

Onde:

$$k = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (33)$$

E por fim Bicok⁽⁹⁾ conclui dentre outras coisas que o emprego do disco modificado permite o uso da formulação clássica para o Disco Brasileiro, mas requer uma calibração, que foi determinada pelo Método de Elementos Finitos, que a determinação do Módulo de Elasticidade pelo Disco Brasileiro apresenta valores confiáveis e próximos dos determinados pelo ensaio uniaxial clássico e que uso do MEF permitiu observar que a presença das regiões planas elimina o pico de deformações próximo à região de contato, e gera uma região de tensão trativa constante na maior parte do disco.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Geopolímero

O termo *geopolímero* foi utilizado pela primeira vez em 1979 em patentes de Davidovits para descrever uma família de aglomerantes minerais semelhantes às zeólitas artificiais. O geopolímero possui dois componentes principais: um precursor, fonte de sílica e alumina, que forma a rede polimérica, e um ativador alcalino, que promove a formação da rede.

O geopolímero usado neste trabalho foi Ca-Na-P-PSS, sendo os componentes usados na sua preparação: metacaulim, como fonte de sílica e alumina; cimento Portland, como fonte de Ca^{2+} ; hidróxido de potássio (KOH) e silicato de sódio (Na_2SiO_3) como ativador alcalino bi-componente; areia, wollastonita e água. Eles foram escolhidos por terem sido testados antes. Areia quartzosa lavada e proveniente do rio Paraíba do Sul foi utilizada como agregado miúdo. A areia foi peneirada em peneira Bertel, aço inox 304, de 40 *mesh* e lavada com água corrente em peneira Bertel, aço inox 304, de 200 *mesh*. Depois, foi aquecida e seca em estufa Brasdonto modelo 3 durante um período de 24 horas, a uma temperatura de 110°C e, em seguida, novamente peneirada em peneira de 20 *mesh*. A Wollastonita, um metassilicato de cálcio fibroso, foi fornecida pela Energyarc S.A., com granulometria abaixo de 325 *mesh* e foi adicionada com o objetivo de diminuir a retração do geopolímero. A água para o preparo da resina geopolimérica foi proveniente da rede de abastecimento da UENF.

3.2 Fabricação dos Discos

A quantidade dos componentes usados na preparação da massa geopolimérica foi determinada com a ajuda de uma planilha que calculava a composição elementar do produto. Uma vez determinadas essas quantidades, o procedimento de preparação foi iniciado, conforme os passos da NBR 7215:⁽¹¹⁾

- introdução do metacaulim + cimento Portland;
- introdução dos ingrediente ativadores e mistura durante três minutos;
- introdução de 50% da areia e mistura por mais três minutos;
- introdução do restante da areia e mistura por três minutos;
- parada para raspagem, com o auxílio de uma espátula, da resina geopolimérica aderida às paredes; e
- Introdução da wollastonita e misturar por mais um minuto.

A mistura geopolimérica foi então vertida em molde de aço lubrificado com óleo vegetal e apoiado sobre placa de vidro. Após 24 horas, os corpos de prova foram removidos do molde e armazenados. Dos corpos de prova fabricados, escolheram-se aqueles que apresentam a superfície melhor, com menor quantidade de defeitos. Estes foram designados por C_n , os de superfície completamente circular, e por P_n os que possuíam faces planas limitadas por ângulo de 20° .

Foram selecionados dez corpos de prova, ao total. Quatro corpos de prova dos fabricados (C_1 , C_2 , P_1 e P_2) passaram por um período de secagem de dez dias ao ar. Outros quatro (C_3 , C_4 , P_3 e P_4) passaram por um período de secagem de três dias ao ar e foram, em seguida, levados à uma estufa, com temperatura de 125°C , onde permaneceram por mais 18 horas. Os últimos dois corpos de prova (C_5 e P_5) secaram ao ar durante dois dias e também foram levados à estufa, com temperatura

de 125°C, onde permaneceram por 18 horas. Na Figura 3 podemos observar as dimensões dos corpos de prova fabricados.

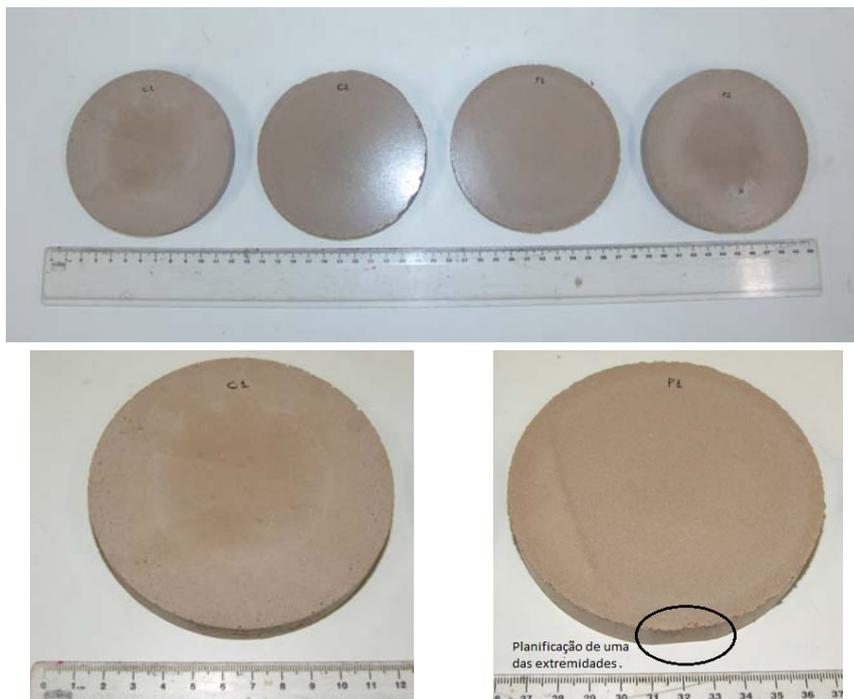


Figura 3. Dimensões dos corpos de prova. C indica CP totalmente circular e P indica que dois segmentos planos foram feitos no disco.

3.3 Planificação das Extremidades de Um dos Discos

Para a fabricação dos corpos de prova com extremidades planificadas, os moldes de aço foram adaptados com resina epóxi como mostrado na Figura 4.

As extremidades das faces formaram um ângulo de 20° com o centro do disco. Essa planificação tem por objetivo o aumento da área de contato do disco com a superfície da máquina de ensaio.

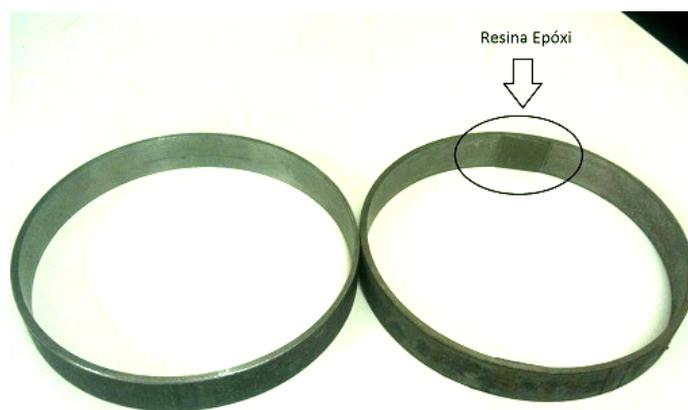


Figura 4. Moldes circular e planificado.

3.4 Ensaio de Compressão Diametral

Os discos foram submetidos ao ensaio de compressão na máquina universal de ensaios Instron (modelo 5582), com velocidade de deslocamento de 1 mm/min. Durante o ensaio a máquina gravou os valores de deslocamento e força a qual os discos eram submetidos. Os valores de tensão de ruptura foram obtidos através de cálculos subsequentes empregando as equações como deduzidas no item 2 (disco circular) e expressões de calibração obtidos pelo MEF e explicados no item 2.4.

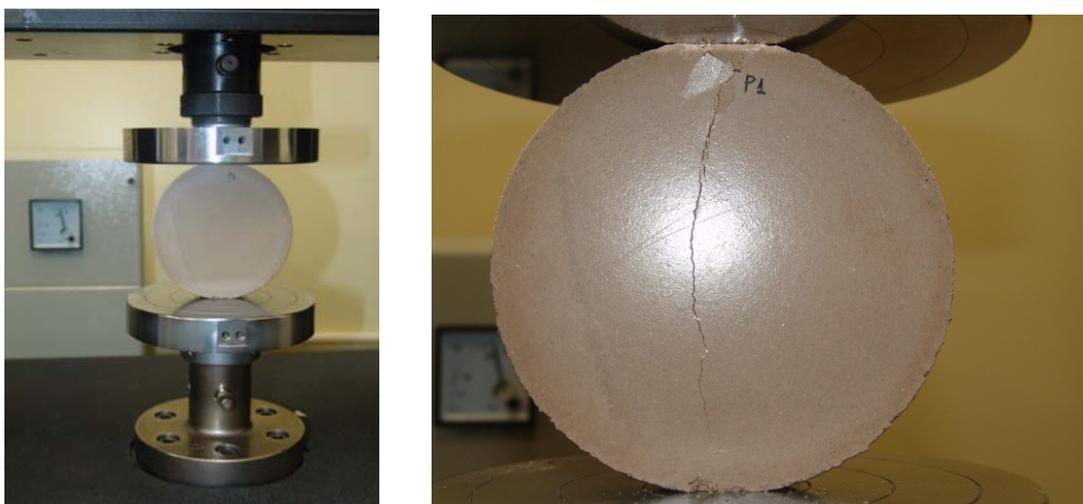


Figura 5. Ensaio de compressão do disco com as faces planificadas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Através do ensaio de compressão diametral foram obtidos os valores de tensão de ruptura (σ_{rup}) empregando-se a Equação 19 para o cálculo da mesma em cada corpo de prova. Para os corpos de prova planificados, os valores obtidos pela Equação 19 foram multiplicados por 0,9208 como explicado no item 2.4 – Calibração dos resultados. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1. Tensão de ruptura nos diversos corpos de prova estudados

	CP	Tensão de Ruptura (MPa)
Circular (ar)	C1	1,28
	C2	1,47
Planificado (ar)	P1	1,47
	P2	1,50
Circular (estufa após 3 dias)	C3	0,56
	C4	0,41
Planificado (estufa após 3 dias)	P3	0,53
	P4	0,51
Circular (estufa após 2 dias)	C5	0,54
Planificado (estufa após 2 dias)	P5	0,56

Os corpos de prova curados por dez dias (C1, C2, P1, P2) não apresentaram variação significativa da tensão de ruptura obtida nos ensaios, podendo todos os quatro valores ser considerados como sendo similares entre si e estando dentro da margem de dispersão da propriedade medida.

O mesmo se observou para os corpos de prova que foram pra estufa. Houve uma redução considerável no valor da tensão de ruptura para todos os corpos de prova que foram submetidos à secagem artificial em estufa. Atribui-se este fenômeno ao fato que a evaporação acelerada induzida pela alta temperatura da estufa interrompeu o processo de polimerização do material, que é intensamente dependente da presença de água.

Em condições normais de secagem ao ar livre, processo de polimerização requer 14 dias de prazo para se atingir um patamar aceitável nas propriedades mecânicas do material. A partir do 15^o dia, dependendo das condições ambientais a polimerização restante (pequena fração) ocorrerá em períodos variáveis. Sendo assim, não se recomenda o uso de estufa para esse material⁽⁵⁾.

Note-se que com o fator de correção apresentado, existe uma concordância entre os resultados obtidos com o disco perfeitamente circular e o disco com regiões planas. O que já havia sido comprovado para materiais dúteis,⁽⁸⁾ agora também se observa para materiais frágeis.

5 CONCLUSÕES

O processo de cura do geopolímero não pode ser acelerado por tratamento térmico. Ao contrário, mesmo a simples secagem em estufa implicou na redução considerável da resistência mecânica do material.

Todos os valores obtidos se encontraram dentro da margem de dispersão típica desta propriedade mecânica. O fracasso do tratamento em estufa impediu estudos estatísticos com tão poucas amostras.

Os valores obtidos, mesmo sob as restrições acima discutidas, indicam boa semelhança entre os dois tipos de corpo de prova. Isto indica que o corpo planificado pode substituir o circular sem prejudicar a determinação correta dos valores desejados. A vantagem da planificação se apresenta em não haver fratura localizada nos contatos.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do CNPq e da UENF pelo financiamento da pesquisa e a Petrobras UN – BC pelo apoio continuado.

REFERÊNCIAS

- 1 WANG, QZ *et al.* The flattened brazilian disk specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks: analytical and numerical results. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2004. p. 245-253.
- 2 HONDROS, G. The evaluation of poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete. *Aust J Appl Sci*, 1959. p. 243-268.
- 3 GUO, H.; AZIZ, N.I.; SCHIMDT, L.C. Rock fracture toughness determination by the Brazilian test. *Eng Geol*, 1993. p. 177-88.
- 4 HOBBS, D.W. The tensile strength of rocks. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*, 1964. p. 385-396.
- 5 SILVA, M. L. S. Ca,Na,K-PSS como revestimento anticorrosivo em aço. Dissertação (Mestrado) – LAMAV/ UENF, 2011.
- 6 BATHE, K.J. *Finite element procedures in engineering analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982.

- 7 DALLY, J.W.; RILEY, W.F. Experimental stress analysis. 4th ed. New York: McGraw-Hill; 1991.
- 8 TIMOSHENKO, S.P., GOODIER, J.N. Teoria da Elasticidade. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1982.
- 9 BICOK, J. V. M. Avaliação de Propriedades de Rigidez via Disco Brasileiro Original e Modificado. Monografia apresentada ao curso de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2012.
- 10 BUDYNAS, R. G. Advanced Strength and Applied Stress Analysis. New York: McGraw-Hill, 1977. p. 20-21.
- 11 ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7215. Cimento Portland – Determinação da resistência à compressão. Dez. 1996.