

# ESTUDOS PARA REDUÇÃO DE TENSÕES E AUMENTO DE VIDA À FADIGA DA REGIÃO DOS PESCOÇOS DE CILINDROS DE APOIO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS<sup>1</sup>

Gustavo Henrique Bolognesi Donato<sup>2</sup>

Sebastian Cravero<sup>3</sup>

José Edésio do Carmo<sup>4</sup>

Cláudio Eduardo Rocha dos Santos<sup>5</sup>

Luiz Alberto Murad Veiga<sup>6</sup>

## Resumo

O presente estudo visa o aumento de resistência à fadiga da região dos pescoços dos cilindros de apoio do laminador *Breakdown* da Novelis (Unidade Pindamonhangaba), buscando, para tal, a redução nos níveis de tensões de trabalho através de propostas de melhoria na geometria do cilindro e seus componentes. A geração e avaliação de propostas de melhoria é conduzida através de modelos numéricos não-lineares 3D de elementos finitos altamente refinados e que incorporam efeitos de contato entre corpos, os quais permitem uma descrição detalhada dos campos de tensões e deformações. Foram considerados dados reais de materiais, interferências de montagem e carregamentos. Frente à identificação dos pontos críticos, buscou-se a otimização das entidades geométricas mais relevantes tanto para o cilindro como para seus componentes de montagem. As alterações foram também simuladas e os resultados comparados para averiguação da eficácia das propostas. Os resultados mostram reduções de até 48% nas tensões principais máximas, tensões de Von Mises e tensões de contato normal. Tais resultados são fortemente positivos na amenização dos efeitos de fadiga de alto ciclo, *fretting* e propagação de microtrincas, culminando em expressiva melhora mecânico-estrutural dos cilindros de apoio, o que conduz a aumento de vida, confiabilidade e retorno do investimento.

**Palavras-chave:** Laminação; Cilindro de apoio; Análise numérica; Fadiga.

## ANALYSES FOR STRESS REDUCTION AND FATIGUE LIFE IMPROVEMENT IN THE NECK REGION OF BACKUP ROLLS USING THE FINITE ELEMENT METHOD

### Abstract

This work looks for improving fatigue life of backup rolls in its neck region. The rolls studied here are installed in Novelis' breakdown rolling mill. The focus is to reduce stress levels with new geometrical proposals for the rolls and its components. The evaluation is based on very detailed non-linear 3D finite element models, which incorporate contact effects between components and describe clearly the stress-strain fields. Real material data, assembly interferences and also loading conditions were considered. Once hot spots were identified, relevant geometry details were optimized both for the roll and its components. All new proposals were also simulated and had its results compared to the original roll behavior, in order to quantify its effectiveness. The results presented stress reduction up to 48% in maximum principal, Von Mises and contact normal stresses. These effects are highly positive for the reduction of high cycle fatigue, fretting and microcracks propagation. As consequence, it was achieved a sensible mechanical-structural improvement in the backup rolls, which generates higher fatigue life, reliability and financial gains.

**Key words:** Rolling mill rolls; Backup roll; Numerical analysis; Fatigue.

<sup>1</sup> Contribuição técnica ao 45° Seminário de Laminação – Processos e Produtos Laminados e Revestidos, 21 a 24 de outubro de 2008, Ipojuca - Porto de Galinhas - PE

<sup>2</sup> Doutorando do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP, [gdonato@gmail.com](mailto:gdonato@gmail.com) (Escola Politécnica da USP).

<sup>3</sup> Doutor pelo Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP, [scravero@gmail.com](mailto:scravero@gmail.com) (Escola Politécnica da USP).

<sup>4</sup> Coordenando da Oficina de Cilindro e Preparação de placa, [Jose-edesio.Carmo@novelis.com](mailto:Jose-edesio.Carmo@novelis.com) (Novelis do Brasil Ltda.).

<sup>5</sup> Supervisor Técnico de Desenvolvimento e Aplicação, [claudio.santos@villares.com.br](mailto:claudio.santos@villares.com.br) (Aços Villares S.A.).

<sup>6</sup> Líder de processo na laminação a Quente, [Luiz.Murad@novelis.com](mailto:Luiz.Murad@novelis.com) (Novelis do Brasil Ltda.).

## 1 INTRODUÇÃO

Cilindros de laminação, e mais especificamente cilindros de apoio, são estruturas submetidas a cargas de trabalho bastante severas ao longo de toda sua vida útil, cuja expectativa gira em torno de 20 anos. Eventos de sobrecarga são também usuais no caso de incidentes diversos e nos momentos de entrada dos laminados nas cadeiras sob análise. Embora sejam estruturas de elevada rigidez e robustez, os cilindros sofrem esforços flexionais cíclicos que ativam mecanismos de fadiga de alto ciclo.<sup>1</sup> Adicionalmente, a necessidade de sujeição através de mancais de rolamentos e a presença de acessórios montados através de interferência mecânica fazem com que existam regiões de forte concentração de tensões oriundas de tensões de contato. O cenário fica ainda mais preocupante para o caso de cilindros com pescoços paralelos, os quais são dotados de variações bastante pronunciadas em suas seções transversais. Assim, são diversos os mecanismos de falha que interagem de forma significativa para a vida de cilindros, incluindo fadiga de alto ciclo, desgaste, fadiga de contato, corrosão, *fretting*, entre outros.

Do ponto de vista mecânico estrutural, os fenômenos de fadiga e *fretting* são resultado direto dos campos de tensões e deformações atuantes no componente.<sup>2</sup> A avaliação quantitativa de diferentes componentes do tensor das tensões é, portanto, uma ferramenta chave para a compreensão fenomenológica dos mecanismos de degradação e implementação de melhorias para aumento da *performance* e rendimento dos cilindros. A amenização de pontos de concentração de tensões equivalentes e tensões máximas principais é fortemente favorável à inibição da nucleação e propagação de microdefeitos, os quais podem ocasionar a fratura catastrófica dos cilindros em operação. Ainda, o foco na redução de tensões normais de contato reduz a severidade de ativação dos mecanismos de fadiga de contato e *fretting*, contribuindo na ampliação da vida em fadiga do componente.

Os materiais aplicados em cilindros de apoio são fortemente demandados em termos de dureza, capacidade de carga e resistência ao desgaste.<sup>1</sup> Dessa maneira, embora altamente resistentes e operando em regime elástico-linear, tais materiais apresentam comportamento à fratura predominantemente frágil, com evolução pós-fadiga de mecanismos de clivagem transgranular. É neste cenário que a redução de tensões é fundamental para evitar a nucleação e propagação de microdefeitos, os quais podem gerar falhas catastróficas onerando os sistemas produtivos em termos financeiros, operacionais e principalmente sociais (acidentes).

Estudos prévios<sup>3</sup> realizados para a análise de tensões em cilindros de apoio em operação na Novelis empregando o método dos elementos finitos identificaram alguns pontos críticos associados a níveis de tensões elevados comparativamente ao restante do cilindro. A metodologia aplicada inicialmente foi sensivelmente mais simplificada que a empregada no presente estudo, sem a inclusão de formulação de contato e sem a consideração dos componentes (anéis de vedação e pistas de rolamento). Os resultados, porém, apresentaram dados qualitativamente representativos e identificaram os locais de potencial ação de melhoria. Especificamente os raios de concordância do cilindro e alguns pontos de contato entre os componentes foram destacados como *hot spots*. Embora muito atraente para a elaboração de comparações entre diferentes geometrias submetidas a mesmas condições de sujeição e carregamento, a metodologia se mostrava limitada na quantificação dos níveis de tensões.

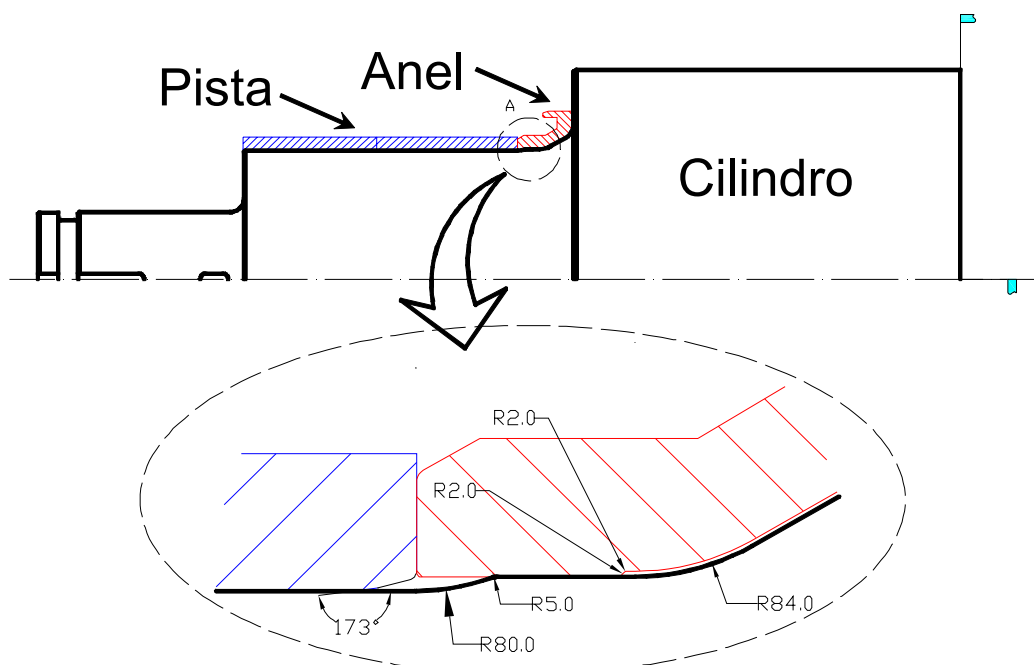
Como um passo na direção de estudos mais acurados dos campos de tensões e deformações atuantes em cilindros de apoio em operação, o presente trabalho realiza a simulação de um cilindro em operação na Novelis (Unidade Pindamonhangaba) incluindo formulação de contato,<sup>4</sup> não linearidade geométrica, dados reais de materiais, e todas as cargas atuantes, envolvendo interferências de montagem e cargas de operação. Os objetivos centrais são:

- a) caracterizar os campos de tensões e deformações em todo o cilindro submetido às cargas de montagem/operação;
- b) identificar e quantificar os pontos críticos – *hot spots*;
- c) elaborar propostas de melhoria através de otimização geométrica do cilindro para redução de tensões e aumento de vida à fadiga;
- d) comparar as propostas com a condição original para aferir o grau de eficácia das melhorias.

## 2 O CILINDRO DE APOIO

Os cilindros de apoio originais em operação no laminador *Breakdown* da Novelis possuem diâmetro de mesa de 1500 mm e comprimento de contato com cilindro de trabalho de 2750 mm. São cilindros de pescoços paralelos ( $\varnothing$  924 mm) e são montados por interferência com anéis de vedação e pistas de rolamento. A Figura 1 apresenta uma representação ilustrativa de  $\frac{1}{4}$  simétrico da seção transversal do cilindro já com os respectivos componentes posicionados.

O detalhe da Figura 1, por sua vez, apresenta um aumento da região do raio de concordância do cilindro e do contato entre cilindro, anel e pista. Tal região é detentora dos principais pontos críticos identificados e merece, portanto, detalhamento especial.



**Figura 1.** Geometria do cilindro original em trabalho no laminador “Breakdown” da Novelis e seus componentes.

Foram utilizados, sempre que disponíveis, os dados reais dos materiais constituintes de cada um dos componentes, como apresenta a Tabela 1. As principais informações requeridas pelas análises, porém, são o módulo de

elasticidade de cada componente e os respectivos coeficientes de Poisson, já que o comportamento do conjunto está dentro do regime elástico-linear e não foram identificados pontos de escoamento. Nota-se ainda na Tabela 1 que o material empregado no cilindro é um material de elevada resistência mecânica.

**Tabela 1.** Dados de materiais considerados para o cilindro e seus componentes.

<b>Componente</b>	<b>Módulo de Elasticidade</b>	<b>Tensão de Escoamento</b>	<b>Limite de Resistência</b>
<b>Cilindro</b>	200 GPa	1300 MPa	1500 MPa
<b>Pista</b>	207,9 GPa	-	-
<b>Anel</b>	200 GPa	1300 MPa	1500 MPa

Os anéis de vedação e as pistas de rolamento são montadas no cilindro através de ajustes interferentes. Embora não disponíveis os valores exatos de interferências de montagem reais no cilindro em operação na Novelis, por questões de conservadorismo foram consideradas as interferências máximas permissíveis de projeto. Para que a modelagem numérica fosse o mais acurada possível, uma vez definidas as interferências radiais consideradas, foram utilizadas soluções elásticas obtidas de Mott<sup>5</sup> para calcular as pressões de interferência resultantes. Para a implementação numérica, porém, uma estratégia bastante robusta e acurada de simulação de tais interferências é a imposição de temperaturas negativas nos componentes externos, os quais, ao resfriar, geram as pressões de montagem desejadas. Dessa maneira, as interferências mecânicas e pressões correlatas foram modeladas como diferenciais de temperatura aplicados aos componentes de interesse. Foi considerado coeficiente de expansão térmica linear do aço de  $1,1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , e os valores de interferências, pressões e temperaturas utilizadas são apresentados na Tabela 2

**Tabela 2.** Magnitudes dos ajustes interferentes, assim como pressões e temperaturas a serem usadas na modelagem.

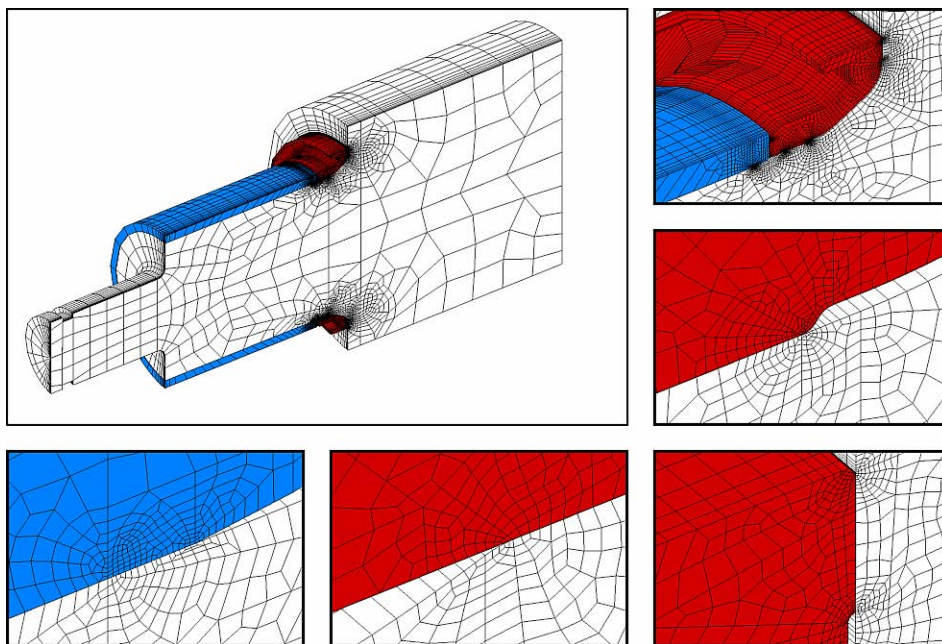
<b>Componente que interfere com o cilindro</b>	<b>Interferência radial (mm)</b>	<b>Pressão de interferência (MPa)</b>	<b>Varição de Temperatura (<math>\Delta T</math>) de simulação do ajuste</b>
<b>Pista</b>	0,2350	9,79	-46,016 °C
<b>Anel</b>	0,3475	13,81	-67,301 °C

Para a obtenção de carregamentos representativos do processo de laminação, e que ao mesmo tempo permitissem acurácia na modelagem comparativa, foram tratados históricos de campanhas consideradas representativas obtidos diretamente do laminador. As cargas identificadas para cada um dos lados da cadeira apresentaram diferenças menores que 2%, o que permitiu que fosse modelada somente metade do cilindro. Foi considerada nos diversos modelos a carga crítica das campanhas analisadas, no valor máximo de 2.758 toneladas igualmente distribuídas entre os dois mancais. Pelo fato de os modelos serem não lineares e carregados por incrementos de cargas, porém, a comparação de resultados pôde ser elaborada para diversos níveis de solitação.

### 3 PROCEDIMENTOS COMPUTACIONAIS

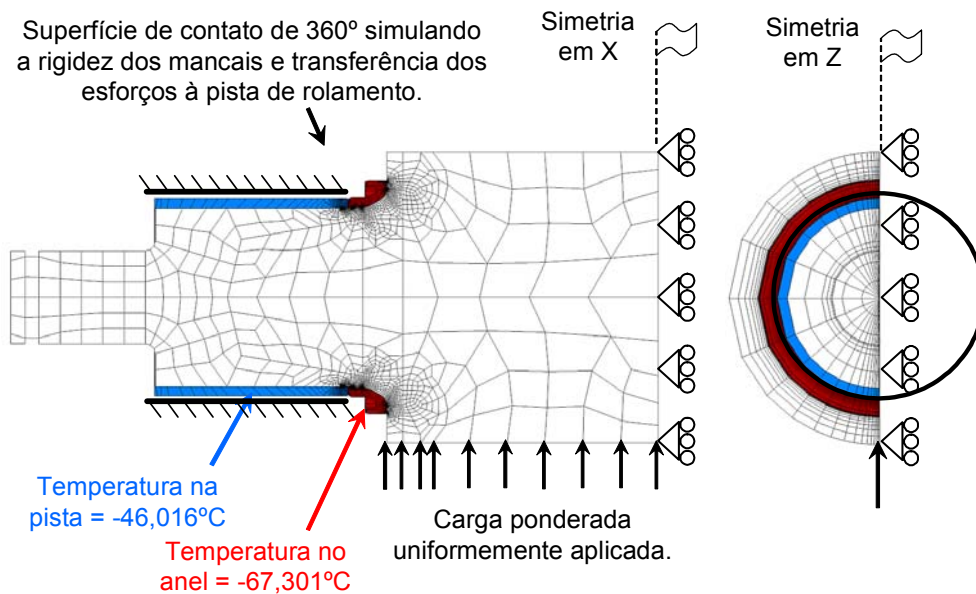
A modelagem de contato entre sólidos deformáveis no nível de detalhamento exigido pelo presente estudo é muito mais complexa que a modelagem convencional sem contato. Nos últimos anos, entretanto, tanto as capacidades de processamento como os códigos comerciais têm apresentado grande avanço em termos de desempenho e acurácia. Para a presente investigação foi utilizado o código de elementos finitos Msc Marc<sup>4</sup> em conjunto com o pré/pos-processador Msc Patran,<sup>6</sup> conjunto que apresenta ótima convergência numérica, aliada a ótimos resultados em simulações de contato entre corpos.

Os modelos desenvolvidos são 3D e utilizam elementos isoparamétricos de 8 nós. A Figura 2 apresenta a malha desenvolvida para o cilindro original e seus componentes. Nota-se a grande preocupação em ampliar o refinamento da malha nas proximidades de pontos susceptíveis a concentração de tensões (elementos de dimensões ~ 0,05 mm- 0,10 mm nas proximidades de singularidades e pontos de interesse). Os modelos são constituídos de aproximadamente 100.000 elementos e 110.000 nós e consumiram entre 4 e 18 dias de processamento em estação Silicon Graphics Altix utilizando um processador e aproximadamente 10 Gb de RAM. Todas as demais malhas desenvolvidas apresentam as mesmas características principais.



**Figura 2.** Malha do conjunto montado com cilindro, anel e pista de rolamentos. Os detalhes mostram o maior grau de refinamento nas proximidades dos diversos pontos de interesse.

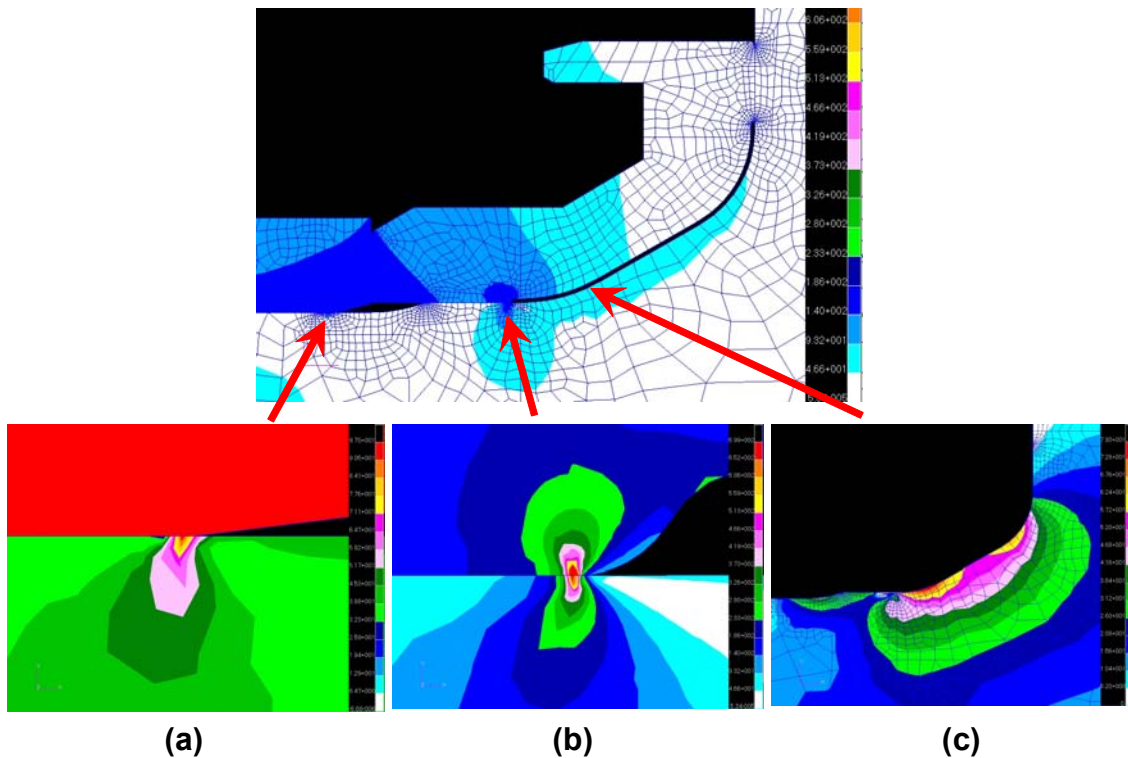
A Figura 3 apresenta a estratégia de modelagem incluindo simetrias aproveitadas, condições de contorno aplicadas e carregamentos tanto de interferência como de operação, como já descrito anteriormente. Pelo equilíbrio das cargas e pela natureza flexional da sollicitação, puderam ser usadas duas simetrias (longitudinal e radial vertical), o que reduziu o modelo a  $\frac{1}{4}$  do total. As interferências foram simuladas com temperaturas adequadas aplicadas a cada um dos componentes. As cargas de operação foram aplicadas na mesa do cilindro de apoio através de cargas nodais ponderadas, e a sujeição da pista de rolamentos foi realizada através de superfície externa rígida de contato, a qual, ao mesmo tempo em que não concentra tensões como ocorre com condições de contorno convencionais, fornece a rigidez proporcionada ao sistema pelo mancal.



**Figura 3.** Modelagem 3D com detalhes das simetrias, cargas e temperaturas aplicadas. É também apresentada a superfície de contato utilizada na simulação da rigidez dos mancais.

#### 4 RESULTADOS PARA O CILINDRO ORIGINAL

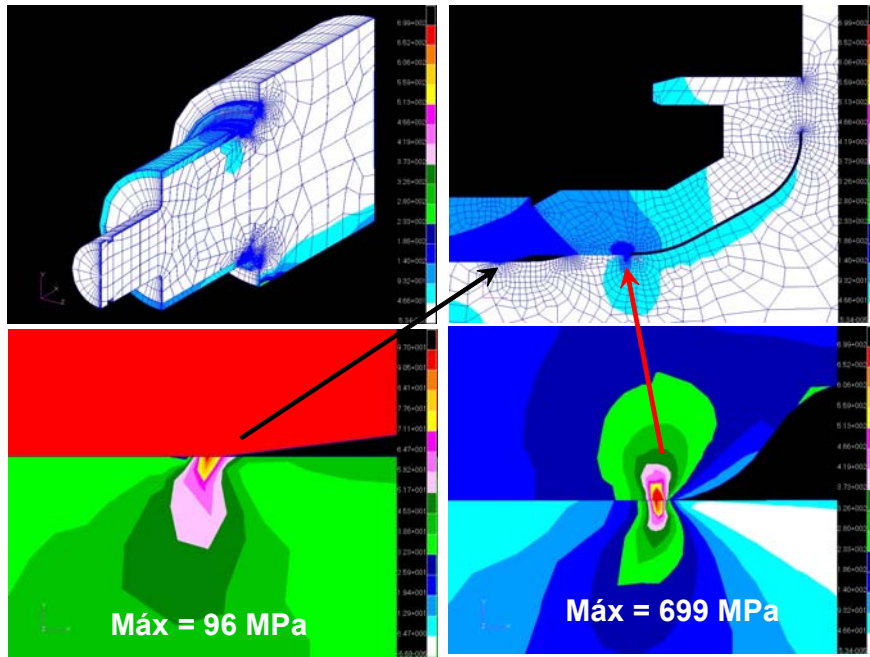
Foram identificados em todos os cilindros estudados basicamente três pontos críticos em termos de concentração de tensões, como apresenta a Figura 4. Os pontos são: o contato direito entre pista de rolamento e cilindro (ponto A); o contato direito da base do anel com o pescoço do cilindro (ponto B); e o raio de concordância entre pescoço e mesa do cilindro (ponto C). Globalmente falando, porém, o ponto B é sensivelmente mais solicitado que os demais e foi detentor de maior atenção. A título de validação parcial do trabalho desenvolvido, a análise de diversas falhas prévias ocorridas nos cilindros da Novelis estudados demonstra que todas as falhas reais ocorreram nos pontos aqui destacados, com maior incidência justamente no ponto B.



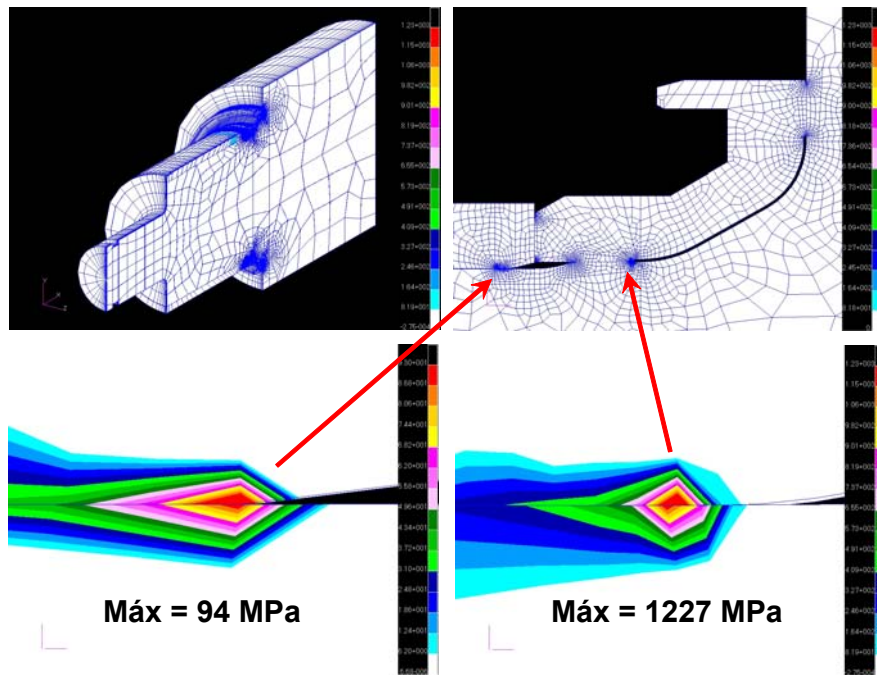
**Figura 4.** Franjas de Von Mises ilustrando os Pontos críticos comumente identificados em todos os cilindros simulados. (a) Ponto de contato entre o cilindro e o final da pista de rolamentos, (b) ponto de contato entre o anel de vedação e o cilindro e (c) raio de concordância do cilindro na cavidade de lubrificação (cada um dos níveis de tensões é detalhado nas seções seguintes).

Para fins de comparação e maior acurácia, todos os resultados aqui apresentados referem-se ao nível de carga de 50% do carregamento total (~1.380 toneladas totais). Frente ao desejo de comparação entre diferentes geometrias, tal nível de carga atende às necessidades e fornece melhor convergência numérica em relação a níveis superiores a 70% ou 80% da carga total. Adicionalmente, foram níveis representativos identificados nos históricos de carregamento tratados.

As Figuras 5, 6 e 7 apresentam respectivamente os resultados de tensões de Von Mises, contato normal e máxima principal nos pontos críticos identificados. São claros aí os elevados níveis de tensões atingidos (os quais são ainda ~10% maiores para 100% de carga nos pontos críticos) e a grande criticidade dos pontos identificados em relação ao restante da estrutura. Sendo assim, embora as cargas consideradas no presente estudo sejam críticas e conservadoras, propostas de alteração geométrica são muito bem vindas na amenização dos severos gradientes de tensão e conseqüente favorecimento da vida em fadiga dos cilindros.

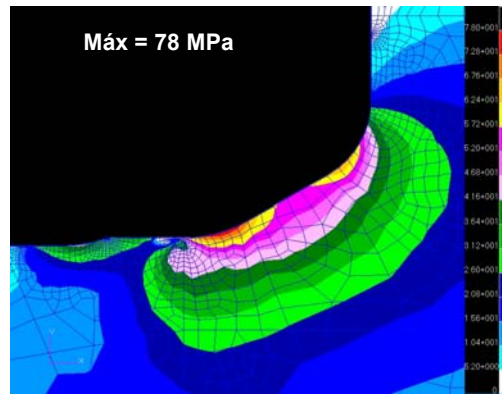


**Figura 5.** Tensões de Von Mises obtidas (a) no cilindro como um todo, (b) em zoom da região dos pontos críticos, (c) no ponto A pista/cilindro e (d) no ponto B anel/cilindro.



**Figura 6.** Tensões de contato normal obtidas (a) no cilindro como um todo, (b) em zoom da região dos pontos críticos, (c) no ponto A pista/cilindro e (d) no ponto B anel/cilindro.



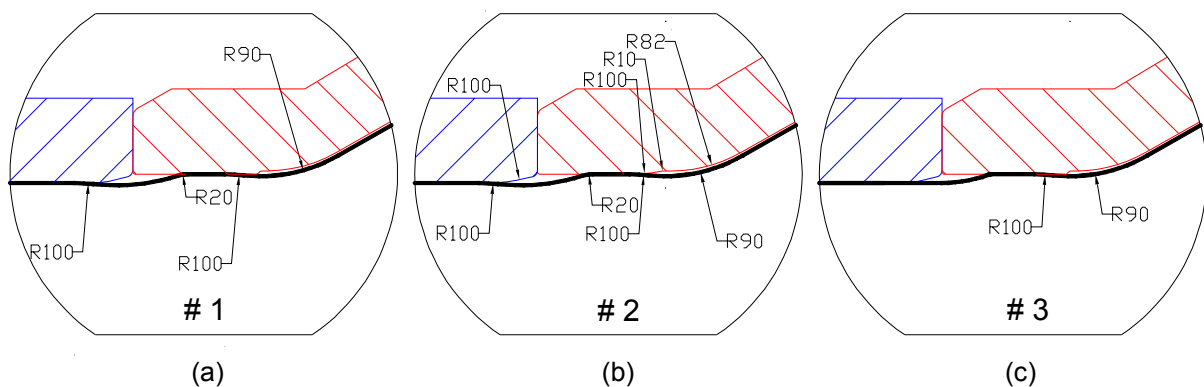


**Figura 6.** Tensões máximas principais obtidas no ponto C (raio de concordância pescoço-mesa).

## 5 PROPOSTAS DE ALTERAÇÃO

Como pode ser visto na Figura 1, os principais pontos críticos identificados na Figura 4 são regiões de contato entre os componentes e com raios construtivos bastante reduzidos, com destaque para o ponto B (anel/cilindro). Assim, os focos de atuação foram os pontos B e A nesta ordem de importância, dentro de uma lógica de segurança global dos componentes. O ponto C é muito menos severo que os demais e foi adequado às alterações propostas.

Foram então geradas três propostas de alteração do perfil do cilindro através de otimização de raios de concordância e suavização de descontinuidades através de software de CAD, como apresentam os detalhes das Figuras 7(a) a (c). A primeira proposta se restringe ao cilindro, a segunda altera cilindro e componentes, e a terceira altera somente o ponto B mais crítico somente no cilindro. Nota-se que raios anteriormente muito reduzidos (tais como  $R = 2 \text{ mm}$ ) foram alterados para raios muito mais suaves de  $90 \text{ mm} \sim 100 \text{ mm}$ . Isto permite maiores áreas de contato e portanto menor severidade da descontinuidade gerada nos campos de tensões.



**Figura 8.** Propostas de alteração (a) somente para o cilindro (proposta #1), (b) para cilindro e componentes (proposta #2) e (c) somente para cilindro unicamente no ponto crítico B (proposta #3).

## 6 RESULTADOS PARA OS CILINDROS ALTERADOS

Os resultados obtidos para os cilindros alterados simulados foram por um lado surpreendentes em termos do nível proporcionado de redução de tensões. Por outro lado, porém, algumas propostas geraram acréscimo localizado de tensões, o que faz com que análises de tal natureza devam ser avaliadas caso a caso para a obtenção de resultados positivos e manutenção da segurança. Os campos de tensões sofrem

pequenas alterações em relação ao cilindro original, portanto, por questões de brevidade e espaço não são apresentados todos os códigos de cores dos resultados de tensões. A Tabela 3 apresenta todos os resultados tabelados de forma numérica já com as reduções/acréscimos percentuais gerados para cada alteração em cada ponto crítico analisado, permitindo uma análise detalhada das propostas.

**Tabela 3.** Resultados numéricos obtidos para cada uma das propostas estudadas, assim como influências percentuais nos níveis de tensões (VM = Von Mises; CTN = contato normal; MP = máxima principal;  $\Delta\%$  = variação percentual conseguida com cada alteração).

Cilindro	Ponto A (pista/cil)				Ponto B (anel/cil)				Ponto C (raio)	
	VM	$\Delta\%$	CTN	$\Delta\%$	VM	$\Delta\%$	CTN	$\Delta\%$	MP	$\Delta\%$
Original	96	0%	94	0%	699	0%	1227	0%	78	0%
Alter. #1	143	49%	122	31%	460	-34%	635	-48%	75	-4%
Alter. #2	151	57%	122	30%	761	9%	841	-31%	77	-2%
Alter. #3	76	-21%	82	-12%	588	-16%	694	-43%	77	-1%

## 7 DISCUSSÃO

Diferentemente de análises que não incluem efeitos de contato entre corpos, a metodologia aplicada no presente estudo de simulação numérica possibilita a obtenção de uma descrição muito mais detalhada dos campos de tensões e deformações nos pontos críticos reais de uma montagem de cilindro de apoio no quadro de um laminador. Mesmo que conservadores pelas altas interferências e cargas consideradas, ficam claros os elevados níveis de tensões atingidos e o caráter severo dos gradientes de tensões. O cilindro como um todo mostra-se bem dimensionado mas, devido à deficiências pontuais, a vida do conjunto é fortemente prejudicada. O principal ponto crítico identificado é o contato do anel de vedação com o cilindro (ponto B), por exemplo com tensões de Von Mises entre 460 MPa e 760 MPa enquanto outros pontos críticos estão por volta de 75 MPa ~ 150 MPa. Mas atenção também deve ser dada ao contato da pista com o cilindro e em menor grau ao raio de concordância do pescoço do mesmo. Todas as falhas reais ocorridas na Novelis se deram nos pontos críticos identificados e corroboram tais resultados. Por questões de projeto do laminador e falta de flexibilidade na alteração dos componentes, as propostas tiveram de ser localizadas e sutis, com otimização de raios e descontinuidades que permitissem o desenvolvimento de contatos menos pontuais e severos entre peças.

Os resultados obtidos mostram, porém, que mesmo na impossibilidade de alterações geométricas drásticas, as propostas simuladas podem ter efeito bastante positivo na redução de tensões. Para o caso específico do cilindro de apoio da Novelis, levando-se em consideração:

a) segurança global do componente;

b) expectativa de aumento mais do que proporcional de vida à fadiga para regimes de fadiga de alto ciclo;

as propostas # 1 e # 3 mostraram-se razoáveis, enquanto a proposta #2 mostrou-se a pior dentre as apresentadas, gerando inclusive aumento de tensões no ponto mais crítico. Tal fato se deve à redução da área de contato quando se alteram tanto cilindro como componentes. A alteração #3 gerou redução de tensões em todos os pontos críticos e é muito equilibrada e viável. Do ponto de vista de segurança global do componente, porém, a proposta # 1 é a que fornece o maior coeficiente de segurança global, ao reduzir em 34% as tensões de Von Mises e em 48% as

tensões de contato normal no ponto crítico, reduzindo ainda em 4% as tensões máximas principais fortemente prejudiciais à propagação de microdefeitos no raio de concordância. Embora esta proposta gere aumento de tensões no ponto A, os níveis são bastante reduzidos se comparados aos do ponto B e globalmente justificam a alteração proposta.

## 8 CONCLUSÃO

- A realização de simulações refinadas incluindo formulação de contato mostrou-se uma ferramenta muito poderosa na descrição dos campos de tensões e identificação dos pontos críticos gerados em cilindros de apoio durante operação.
- Os pontos críticos identificados coincidiram com as regiões nas quais se deram todas as falhas reais em cilindros da Novelis.
- Mesmo pequenas alterações geométricas através da otimização de raios e suavização de descontinuidades, as quais são limitadas pelo projeto do laminador, têm grande poder de alteração e redução nos níveis de tensões.
- Os resultados, porém, não são a princípio generalizáveis e cada cilindro deve ser estudado como caso particular, já que alterações podem gerar aumento de tensões e devem ser averiguadas numericamente.
- Os resultados obtidos mostram reduções de até 34% nas tensões de Von Mises e 48% nas tensões de contato normal do ponto mais crítico (contato anel-cilindro), ainda com redução de 4% das tensões máximas principais do ponto C.
- Tal cenário favorece fortemente a vida em fadiga, rendimento, confiabilidade e conseqüentemente o retorno financeiro dos cilindros de apoio estudados.

## Agradecimentos

A presente investigação foi fruto do esforço combinado de pesquisadores da Escola Politécnica da USP com profissionais da Novelis do Brasil Ltda e da Aços Villares S.A., para os quais ficam aqui reportados os sinceros agradecimentos.

## REFERÊNCIAS

- 1 P. Polukhim, N. Fedosov, A. Korolyov and Y. Matveyev, *Rolling Mill Practice*, Peace Publishers, Moscow.
- 2 V. P. Polukhin, *Mathematical Simulation and Computer Analysis of Thin-Strip Rolling Mills*, Mir Publishers, Moscow 1975.
- 3 Análise Numérica do Efeito de Concentração de Tensões no Região de Anéis de Vedação Cilindros de Laminação - Relatório Técnico Cilindro NOVELIS, AÇOS VILLARES, 2006.
- 4 Código comercial de elementos finitos Msc Marc, sítio institucional em <http://www.mscsoftware.com/products/marc.cfm>
- 5 Mott, Robert L. *Machine Elements in Mechanical Design*, 4<sup>ed</sup>, 2004.
- 6 Pré-processador de elementos finitos Msc Patran, sítio institucional em <http://www.mscsoftware.com/products/patran.cfm>