

IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA CORREÇÕES NA EQUAÇÃO DA TENSÃO DE ESCOAMENTO MÉDIA DE MISAKA EM AÇOS C-MN NA LAMINAÇÃO DE TIRAS A QUENTE¹

Gustavo Coqui Barbosa²
Marcelo Lucas Pereira Machado³

Resumo

Foi desenvolvido um modelo matemático em linguagem de programação C++ para aplicação na laminação de tiras a quente. O modelo faz correções na equação da tensão de escoamento média (TEM) de Misaka para aços C-Mn, de modo ajustar o valor da tensão de escoamento média de Misaka ao valor real. Foi desenvolvido um algoritmo baseado em regressão linear simples e múltipla que juntamente com as equações de Sims e Misaka, a partir de dados industriais, determina um fator de correção para a equação de Misaka. O modelo apresentou ótimos resultados, indicando que poderá ser utilizado tanto na indústria para otimização de processo quanto no meio acadêmico em atividades de ensino e pesquisa.

Palavras-chave: Laminação de tiras a quente; Equação de Misaka; Tensão de escoamento média; Modelo matemático.

IMPLEMENTATION OF MATHEMATICAL MODEL FOR CORRECTIONS IN THE MEAN FLOW STRESS MISAKA'S EQUATION OF THE C-MN STEELS AT HOT STRIP MILL

Abstract

A mathematical model in programming language C++ was developed for application in the hot strip mill. The model makes corrections in the mean flow stress (MFS) Misaka's equation for C-Mn steel in way to adjust the value of Misaka's MFS with the real value. An algorithm based on single and multiple linear regressions was developed together with the Sims and Misaka's equations from industrial data to determine a factor of correction for the Misaka's equation. The model showed excellent results indicating that it can be used as in the industry for optimization process as research studies.

Key words: Hot strip mill; Misaka's equation; Mean flow stress; Mathematical model.

¹ *Contribuição técnica ao 62º Congresso Anual da ABM – Internacional, 23 a 27 de julho de 2007, Vitória – ES, Brasil.*

² *Aluno do curso de Tecnologia em Metalurgia e Materiais do CEFET-ES, bolsista de iniciação científica, Vitória-ES, E-Mail: coquibarbosa@yahoo.com.br.*

³ *Engenheiro Metalurgista, D.Sc. Coordenador do Curso de Engenharia Metalúrgica do CEFET-ES, Vitória-ES, E-Mail: marcelolucas@cefetes.br.*

1 INTRODUÇÃO

A predição das cargas de laminação é de grande importância na obtenção de um produto laminado com boas características dimensionais e microestruturais. Vários autores,^[1-4] propuseram modelos matemáticos para a predição de cargas na laminação a quente, nesses modelos, a tensão de escoamento média (TEM) se apresenta como o mais importante fator na determinação de tais cargas. A TEM pode ser obtida por meio de ensaios mecânicos ou a partir de equações empíricas. Misaka e Yoshimoto^[1] desenvolveram uma equação(1) empírica que a partir da deformação (ϵ), taxa de deformação ($\dot{\epsilon}$), temperatura (T) e teor de carbono do aço(C), determina a tensão de escoamento (σ) para aços C-Mn.

$$\sigma = \exp\left(0.126 - 1.75[C] + 0.594[C]^2 + \frac{2851 + 2968[C] - 1120[C]^2}{T}\right) \epsilon^{0.21} \dot{\epsilon}^{0.13} \quad (1)$$

Essa equação é válida somente em casos de recristalização estática e, sua aplicação é indicada para seguintes condições: Deformação (ϵ): menor que 0,50, taxa de deformação ($\dot{\epsilon}$): 30 – 200 s⁻¹, temperatura (T): 750 – 1200 °C, teor de carbono (C): 0,05 – 1,20%.^[5-10]

Nessa equação σ é medido em Kgf/mm² e, pode ser convertido em MPa multiplicando-se σ por 9,81. A temperatura T é expressa em Kelvins. Além disso, na laminação de aços planos, considera-se o estado plano de deformação, logo, usa-se a tensão de escoamento média (TEM) ao invés da tensão de escoamento (σ). Para isso utiliza-se o critério de Von Mises:^[5]

$$TEM = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma \quad (2)$$

Com base nas considerações anteriores, a tensão de escoamento média pode ser calculada da seguinte forma:

$$TEM = \frac{2}{\sqrt{3}} .9,81 . \exp\left(0.126 - 1.75[C] + 0.594[C]^2 + \frac{2851 + 2968[C] - 1120[C]^2}{T}\right) \epsilon^{0.21} \dot{\epsilon}^{0.13} \quad (3)$$

Sims desenvolveu o seguinte modelo para cálculo de cargas de laminação [3, 4]:

$$P = TEM . W \sqrt{R' (h_1 - h_2)} . Q \quad (4)$$

Onde P é a carga de laminação, TEM a tensão de escoamento média, W a largura da chapa, R' o raio corrigido do cilindro de trabalho e h1 e h2 a largura de entrada e saída do passe, respectivamente. Q é um fator geométrico e pode ser determinado pela equação 5.

A carga P é medida em tonf, N ou kgf, dependendo de como TEM é medida. W, R', h1 e h2, são medidos em mm.

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1-r}{r}} \left\{ \pi \cdot \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{r}{1-r}} \right) - \sqrt{\frac{R'}{h_2}} \cdot \ln \left[\left(\frac{h_n}{h_2} \right)^2 \cdot (1-r) \right] \right\} - \frac{\pi}{4} \quad (5)$$

Onde r é o grau de redução do material laminado:

$$r = \frac{h_1 - h_2}{h_1} \quad (6)$$

A espessura do material (h_n) no ângulo neutro (ϕ_n) é determinada por:

$$h_n = 2 \cdot R' \cdot [1 - \cos(\phi_n)] + h_2 \quad (7)$$

O ângulo neutro pode ser encontrado pela seguinte relação:

$$\phi_n = \left(\frac{h_2}{R'} \right)^{1/2} \cdot \tan \left[\frac{\pi}{8} \left(\frac{h_2}{R'} \right)^{1/2} \cdot \ln(1-r) + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{r}{1-r} \right)^{1/2} \right] \quad (8)$$

O raio corrigido é calculado por:

$$R' = R_i \cdot \left[1 + \frac{C \cdot P}{W \cdot (h_1 - h_2)} \right] \quad (9)$$

Nessa equação R_i é o raio inicial do cilindro, C é uma constante que depende do material do cilindro de laminação e pode ser calculado da seguinte forma:

$$C = \frac{16(1-\nu^2)}{\pi \cdot E} \quad (10)$$

Onde:

ν - razão de Poisson do material do cilindro de trabalho, ν = 0,3

E - módulo de Young para o cilindro de trabalho, E_{aço} = 21092,1 kgf/mm²

A carga de laminação pode ser calculada com boa aproximação, aplicando-se a equação (3) na equação (4) no caso de aços carbono. No entanto, esse procedimento leva a variações bastante significativas, quando não se considera a variação no teor de manganês, uma vez que, a TEM real e a TEM calculada por (3) passam a assumir valores distintos, visto que, na equação de Misaka não está contemplada a variação do teor de manganês no valor TEM.

Com a finalidade de minimizar esses erros, neste trabalho propôs-se o emprego de um fator de correção para a equação (3) de forma a considerar o efeito do manganês sobre a TEM.

O fator foi determinado por regressão linear a partir da implementação de um programa de computador. O programa foi desenvolvido em C++ e, faz regressão linear simples e múltipla com até cinco variáveis, de modo que, de cada grupo de n variáveis, n - 1 representa(m) o(s) teor(es) de elementos de liga. A possibilidade de trabalhar com até cinco variáveis, estende a aplicação do programa a aços que sofrem influência de até quatro elementos de liga e não somente a influência do manganês.

2 MATERIAL E MÉTODOS

O material estudado foi o aço C-Mn, com a seguinte faixa de composição química: carbono de 0,06 a 0,15% e manganês de 0,35 a 0,87%.

Para o desenvolvimento do modelo foi necessário a obtenção dos seguintes dados industriais: Temperaturas em cada passe, diâmetro dos cilindros de trabalho, espessuras iniciais e finais em cada passe, largura da tira, velocidade dos cilindros de trabalho, carga (força) de laminação e composição química completa do material estudado.

Foram utilizados os dois primeiros passes, onde o amaciamento se aproxima de 100% a fim de evitar os efeitos do acúmulo de deformação.

O cálculo da tensão de escoamento média real (TEM_{real}) foi realizado considerando o modelo de Sims, equação (4), empregando-se os dados obtidos na indústria.

$$TEM_{real} = \frac{P}{W\sqrt{R'(h_1-h_2)}.Q} \quad (10)$$

A partir da equação (10) e da tensão de escoamento média calculada por Misaka (TEM_{mk}), equação (3), montou-se uma expressão com base na relação que é utilizada pelo grupo de modelamento a quente da ABM. Essa expressão determina o fator de ajuste para a equação de Misaka e pode ser calculado da seguinte forma:

$$TEM_{real} = f \times TEM_{mk} \quad \therefore \quad f = \frac{TEM_{real}}{TEM_{mk}} \quad (11)$$

Onde:

$$f = a + b [Mn] \quad (12)$$

Tal que:

- a e b são constantes;
- $[Mn]$ é o teor de manganês no aço;
- f é fator de ajuste da TEM_{mk}.

Para determinar os valores das constantes a e b , empregou-se o ajuste por regressão linear simples. Partindo de um conjunto de n pares de valores, $(f_i, [Mn]_i)$, o melhor ajuste é obtido quando a soma do quadrado das diferenças (d_i) entre os valores medidos (f_i) e calculados ($f_{i,calc}$) for mínima,^[11,12] dessa forma, define-se variância (σ^2) como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad (13)$$

Disso, tem-se que:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_i - f_{i,calc})^2 \quad \therefore \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_i - a - b[Mn]_i)^2 \quad (14)$$

Para minimizar (14) deve-se derivar σ^2 em relação a (a) e, em seguida em relação a (b). Efetuando-se os cálculos obtém-se às seguintes equações:

$$a + b \sum_{i=1}^n [Mn]_i = \sum_{i=1}^n f_i \quad (15)$$

$$a \sum_{i=1}^n [Mn]_i + b \sum_{i=1}^n [Mn]_i^2 = \sum_{i=1}^n f_i [Mn]_i \quad (16)$$

Resolvendo essas equações para a e para b:

$$a = \frac{\left(\sum_{i=1}^n f_i \times \sum_{i=1}^n [Mn]_i^2 - \sum_{i=1}^n [Mn]_i \times \sum_{i=1}^n f_i [Mn]_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n [Mn]_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n [Mn]_i^2} \quad (17)$$

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^n f_i \times \sum_{i=1}^n [Mn]_i - n \sum_{i=1}^n f_i [Mn]_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n [Mn]_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n [Mn]_i^2} \quad (18)$$

Para medir a correlação linear entre as variáveis, empregou-se o coeficiente de correlação de Pearson (r) dado por:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n f_i [Mn]_i - \left(\sum_{i=1}^n [Mn]_i \right) \times \left(\sum_{i=1}^n f_i \right)}{\sqrt{\left(n \sum_{i=1}^n [Mn]_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n [Mn]_i \right)^2 \right) \times \left(\sum_{i=1}^n f_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n f_i \right)^2 \right)}} \quad (19)$$

Procedimento análogo ao descrito acima foi empregado para o caso de três, quatro e cinco variáveis, método conhecido como regressão linear múltipla.

Devido à complexidade e, quantidade de cálculos envolvidos na determinação de a, b e r, implementou-se um programa de computador para executar os cálculos. O programa foi desenvolvido em C++, uma das mais poderosas linguagens de programação da atualidade. C++ é a linguagem preferencial para construir programas de alto desempenho, uma vez que possui um grande número de bibliotecas e, possibilita tanto a programação estruturada quanto a programação orientada ao objeto.^[13] A Figura 1 apresenta o fluxograma do modelo implementado.

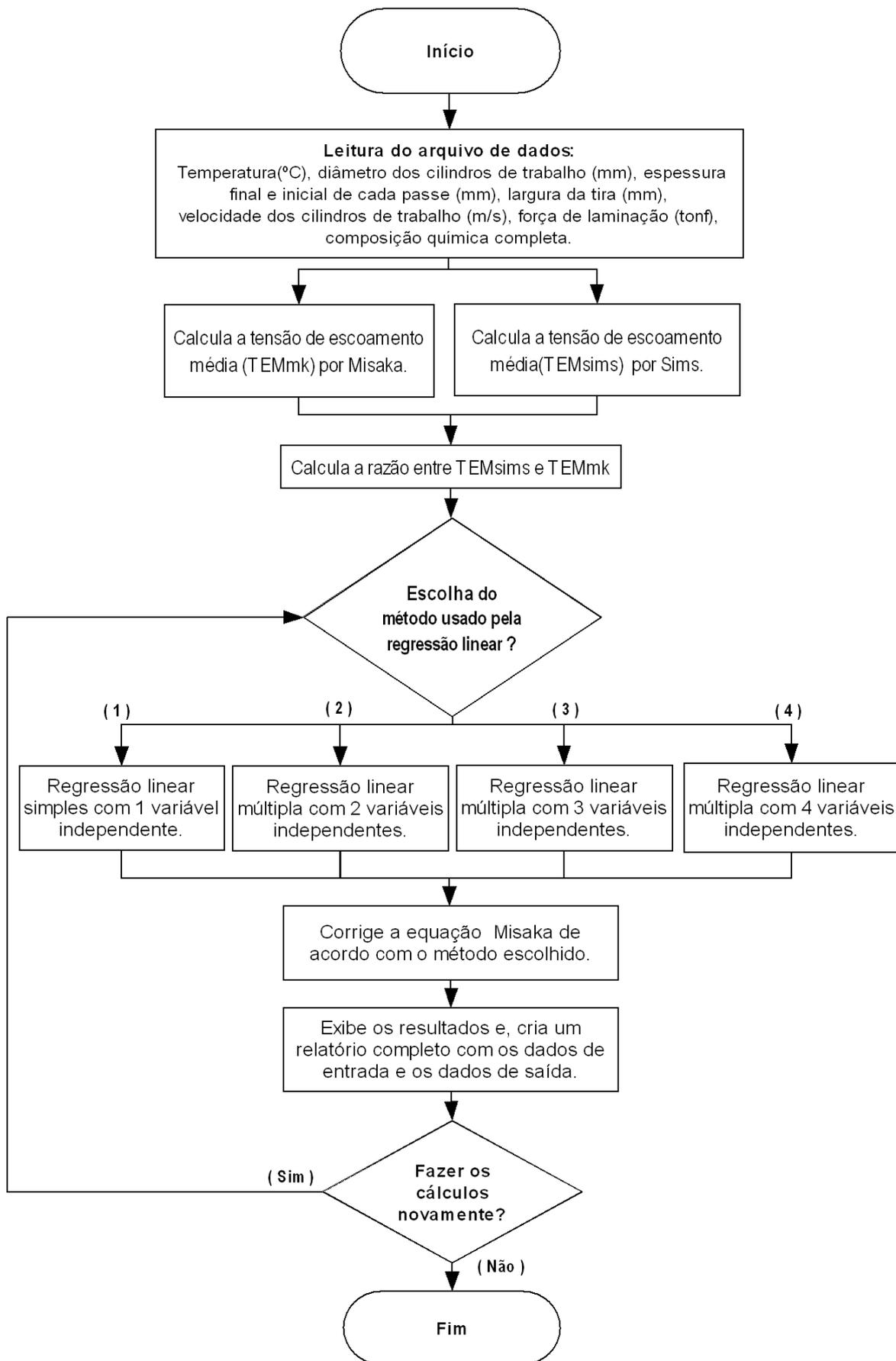


Figura 1 – Fluxograma do modelo implementado.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O programa criado a partir do modelo é capaz fazer a leitura de uma tabela dados e, através de regressão linear determinar o fator de correção que melhor ajusta a equação de Misaka.

A equação (20) apresenta o fator de correção (f) obtido a partir de um grupo de aços C-Mn, com o teor de manganês variando de 0,35 a 0,87%.

$$f = 1.109 - 0.385 [\text{Mn}] \quad (20)$$

O grau de correlação (r) encontrado foi de $-0,559$. O valor negativo indica que há uma correlação inversa entre as variáveis, ou seja, quanto menor o teor de manganês maior será f (TEM_{real}/TEM_{mk}).

O gráfico da Figura 2, plotado a partir dos dados industriais usados na determinação da equação (20), mostra que a medida em que o teor de Mn aumenta a razão (TEM_{real}/TEM_{mk}) foge da idealidade. Isso se deve ao fato de a equação de Misaka não contemplar o efeito da variação do teor de Mn.

O cálculo de TEM a partir do modelo, TEM_{mod}, com a introdução de um fator de correção na equação de Misaka, é feita da seguinte forma:

$$\text{TEM}_{\text{mod}} = \text{TEM}_{\text{mk}} (1.109 - 0.385 [\text{Mn}]) \quad (21)$$

Pela análise da Figura 2, nota-se que a relação TEM_{real} / TEM_{mod}, se manteve mais próxima do ideal do que a relação TEM_{real} / TEM_{mk}.

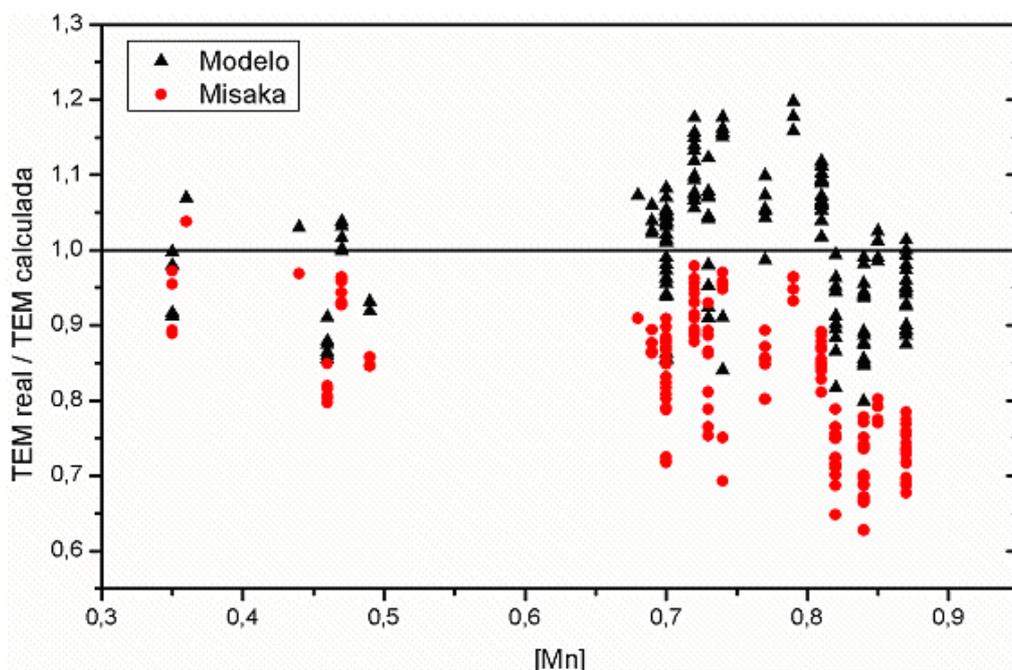


Figura 2 – Comparação entre TEM_{real} / TEM_{mk} e TEM_{real} / TEM_{mod}.

A Figura 3 mostra um gráfico de dispersão em que foram plotados os valores das seguintes TEM: TEM_{real}, TEM_{mk} e TEM_{mod}. É possível observar que os valores obtidos pelo modelo desenvolvido, TEM_{mod}, se ajustaram melhor aos valores reais determinados por Sims, TEM_{real}, do que os resultados obtidos por Misaka, TEM_{mk}.

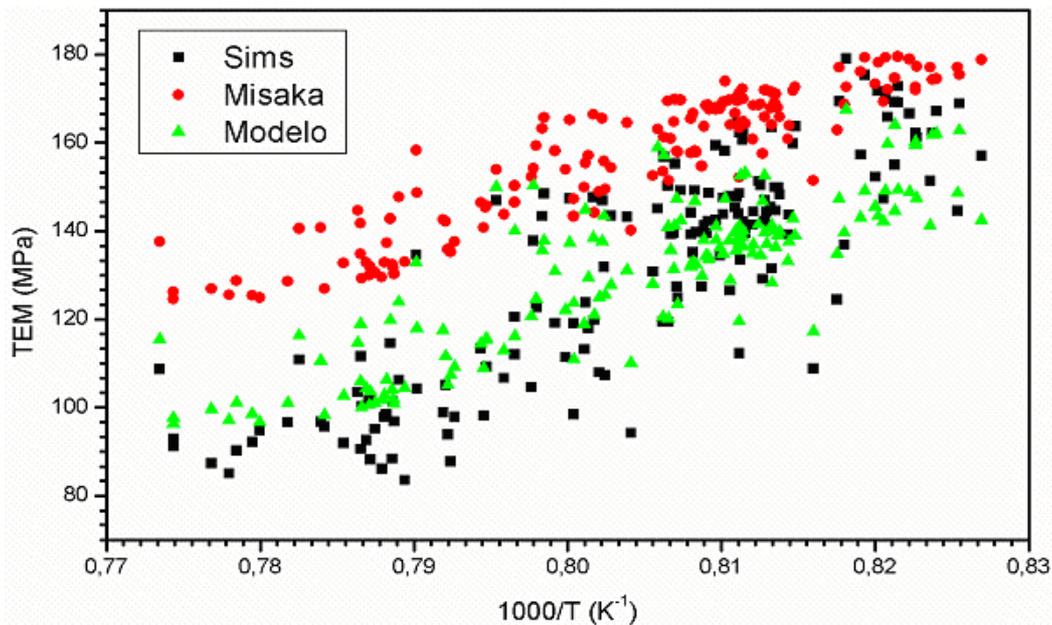


Figura 3 - TEM versus 1000/T, determinado para um grupo de aços C-Mn com teor de Mn de 0,35 a 0,87 %.

A Tabela 1 ilustra a precisão do modelo. Nessa tabela encontram-se alguns dos resultados obtidos a partir de dados industriais de laminação de tiras a quente. Nota-se que a qualidade dos ajustes feitos pelo fator foi muito boa.

Tabela 1 – Precisão do modelo no cálculo de TEM para aços C-Mn, com o teor de manganês variando de 0,35 a 0,87%.

TEM (MPa) Sims	TEM (MPa) Misaka	TEM (MPa) Modelo	Diferença(%) Sims/Misaka	Diferença(%) Sims/Modelo
96,844	130,326	100,866	34,572	4,153
95,721	126,967	98,2666	32,642	2,659
101,287	131,721	101,946	30,047	0,650
101,938	129,958	100,582	27,487	-1,330
92,868	126,216	97,685	35,909	5,187
100,188	129,349	100,110	29,105	-0,078
91,214	124,517	96,370	36,509	5,652
94,872	124,951	96,706	31,703	1,932

4 CONCLUSÕES

O modelo matemático para predição da tensão de escoamento média (TEM) e cálculo do fator de correção na equação de Misaka, em uma laminação de tiras a quente de aços C-Mn, com o emprego da linguagem de programação C++ mostrou-se muito eficiente e com resposta rápida quando testado com dados industriais.

Os resultados da TEM obtidos pelo modelo mostraram uma excelente correspondência com os dados reais, obtidos por meio da equação de Sims.

Os resultados da TEM obtidos pelo modelo mostraram melhores aproximações do que os obtidos pela equação de Misaka quando comparados com os resultados obtidos pela equação de Sims,

O programa criado a partir do modelo poderá ser facilmente utilizado em simulações na indústria, universidades e centros de pesquisas.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CST/Arcelor Brasil pela colaboração com contribuições técnicas e ao Fundo de Apoio a Ciência e Tecnologia do Município de Vitória(FACITEC) pelo auxílio financeiro na forma de bolsa de iniciação científica.

REFERÊNCIAS

- 1 Misaka, Y., Yoshimoto, Y. (1967-8). **Formularization of mean resistance to deformation of plain carbon steels at elevated temperature**, Journal of The Japan Soc. Tec. Plasticity, 8(79), 414-422.
- 2 S. Shida: **J. Japan Soc. Technol.Plast.**, 1969, vol.10, p.610
- 3 Sims R. B. **The calculation of roll force and torque in hot rolling**, Proc. Of institution of Mechanical Engineers, No.168, 1954, 191-200.
- 4 Sims R. B. **The calculation of roll force and torque in hot rolling mills**, Proc. Of institution of Mechanical Engineers, Vol.166, 1954, 75-91.
- 5 Machado M. L. P., **Modelo Termomicroestrutural para determinação de Variáveis Operacionais e Metalúrgicas para Utilização em Simulação e/ou Controle na Laminação a quente de Aços Carbono e Microligados**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) -Programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2005.
- 6 Siciliano F. **Mathematical modeling of hot strip rolling of Nb steels**. 1999. Phd Theses. McGill University, Montreal-Canadá. Disponível em: <http://www.collectionscanada.ca/obj/s4/f2/dsk1/tape8/PQDD_0023/NQ50261.pdf>. Acessado em : 28 jan. 2007.
- 7 Machado M. L. P.; Denti Filho J.; Fagundes Junior J. **Simulation of disturbance in a hot strip mill using a thermomicrostructural model**.The 16 IASTED International Conference on Modelling and Simulation, Cancun, Mexico May 18 - 20, 2005.
- 8 Siciliano F.; Marini O. Bruna R. G. **The effect of chemical composition on the hot-deformation resistance during hot strip rolling of microalloyed steels processed at the sidor hot strip mill**.
- 9 Disponível em: <www.msm.cam.ac.uk/phase-trans/2005/LINK/30.pdf>
- 10 Acesso em : 21 fev 2007.
- 11 Minami K.; Siciliano F.; Maccagno T.M.; Jonas J.J. **Mathematical modeling of mean flow stress during the hot strip rolling of Nb Steels**.ISJ International, 1996, vol 36, p.1507.
- 12 Disponível em: <db1.wdc-jp.com/cgi-bin/isij/abst.cgi?Abst=is361507.html>
- 13 Acessado em: 21 fev 2007.
- 14 Kima S.I, Leeb Y., Byonc S.M. **Study on constitutive relation of AISI 4140 steel subject to large strain at elevated temperatures**. Journal of Materials Processing Technology 140 (2003) 84–89.
- 15 Spiegel M. R., **Estatística**. 3ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1994.
- 16 Triola M. F., **Introdução à Estatística**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.
- 17 Deitel H. M., Deitel P. J., **C++ Como Programar**. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.