



# MODELAGEM DA COMINUIÇÃO DIFERENCIAL EM MESCLAS BINÁRIAS<sup>1</sup>

José Aurélio Medeiros da Luz<sup>2</sup>  
Flávia Emery Pereira Sudário<sup>3</sup>

## Resumo

O aproveitamento das diferenças na moabilidade da calcita e do quartzo foi estudado visando à melhoria dos processos de separação por espécie subsequente à cominuição. O presente trabalho, através da equação matemática clássica de Rosin-Rammler, estuda as mudanças no comportamento de um minério binário em diversos tempos de moagem. A medição do parâmetro de agudez na fórmula de Rosin-Rammler facilita a formulação de um modelo matemático simplificado. A inspiração teórica inicial do trabalho foi otimização de processo, realizada através de um modelo estatístico, baseado na evolução de distribuição log-normal do diâmetro de partícula durante a moagem. Este trabalho inclui-se no âmbito mais amplo de um estudo de otimização da energia gasta no processo de cominuição, através da otimização do tempo de residência que implique máximo desempenho dos processos de concentração subsequentes (mantendo-se os vínculos de custo operacional).

**Palavras-chave:** Moabilidade; Rosin-Rammler; Agudez.

## MODELLING OF DIFFERENTIAL BINARY MIXTURES COMMUNITION

### Abstract

This paper treats on the quartz and calcite grindability differences to achieve a preliminary grinding classification in order to improve further sorting operation. The present work, through classical mathematical equation of Rosin-Rammler, shows the changes in mineral behavior when submit to grinding operation. The knowledge of the Rosin-Rammler's sharpness parameter allows the building of a simple mathematical model. The theoretical base of this work was inspired by the study of the optimization process through a statistical model based on log-normal distribution of particle diameter after grinding. This work is part of a greater scope which encompasses an optimization model for comminution process as far as energetic consumption and mineral sorting are simultaneously concerned.

**Key-words:** Grindability; Rosin-Rammler; Sharpness.

<sup>1</sup> Contribuição técnica ao 65º Congresso Anual da ABM, 26 a 30 de julho de 2010, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

<sup>2</sup> Doutor e professor adjunto da Universidade Federal de Ouro Preto.

<sup>3</sup> Mestranda da Universidade Federal de Ouro Preto.



## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente são bastante conhecidos os processos de seleção e quebra de uma partícula na cominuição, seja quebra obtida por impacto, compressão ou abrasão. O conhecimento das forças que atuam sobre partículas nos diferentes tipos de minérios pode contribuir com a melhoria do beneficiamento mineral, de forma que diversos modelos matemáticos e físicos foram criados para facilitar a compreensão das forças externas e internas que atuam nas partículas durante o processo de ruptura. O formalismo mais utilizado tem sido o do balanço populacional.<sup>(1,2)</sup>

As operações cruciais no beneficiamento de minerais são as que objetivam a separação por espécie. Para sua consecução, é usual aplicar-se cominuição para se atingir o necessário grau de liberação. As diferenças físico-químicas nas partículas que compõem um minério podem auxiliar ou dificultar o processo de separação do material útil. Minérios constituídos de componentes mineralógicos que exibam diferenças na dureza, clivagem, moabilidade revelam possibilidades de um ganho econômico na planta de beneficiamento, via diferenciação granulométrica das espécies a ser separadas.

Em função do exposto, surge naturalmente a questão de se obter uma ótima diferenciação granulométrica entre espécies, de tal sorte que compatibilize o compromisso entre os seguintes parâmetros: a liberação necessária, a diferença seletiva de granulação dos componentes, a eficiência do processo de concentração a jusante e o consumo energético específico da cominuição. Uma abordagem interessante nesse contexto foi utilizada por Ray e Szekely,<sup>(3)</sup> que usaram uma função de custo para onerar a operação de cominuição simultaneamente à maximização do benefício que uma cominuição seletiva acarretaria no processo subsequente, quantificada pela distância entre os diâmetros médios na saída do moinho. Esses autores utilizaram o **princípio máximo discreto** para formular o modelo matemático de otimização em sistemas de estrutura decomposta. O modelo se baseia no estudo de população de partículas sólidas obedecendo à distribuição log-normal, a qual é descrita por:

$$y(d) = \frac{1}{\log \sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[ \frac{(\log d - \log \bar{d})^2}{2 \log^2 \sigma} \right] \right\} \quad (1)$$

Onde:  $\bar{d}$  – diâmetro médio da partícula;  $\sigma^2$  – variância da distribuição granulométrica do material;  $y(d)$  – fração do material com diâmetro entre  $d$  e  $d + \Delta d$ .

Visando a estudar a abordagem de Ray e Szekely,<sup>(3)</sup> contextualizando-a com os estudos atuais da cominuição de materiais compostos, no presente trabalho, o comportamento de um minério no processo de moagem foi simulado empiricamente através de um minério sintético composto de dois minerais de diferentes moabilidades. O estudo das diferenças entre os dois minerais foi realizado com o auxílio de uma função que representa a distribuição granulométrica de uma população de partículas, definida pela função de distribuição de Rosin-Rammler e descreve a distribuição na granulometria do minério antes e após o processo de moagem.

## 2 METODOLOGIA

Diferentemente da abordagem de Ray e Szekely<sup>(3)</sup> a metodologia empregada neste trabalho foi a análise do comportamento de um minério sintético através das diferenças granulométricas após seis tempos de moagem, utilizando como controle a evolução dos parâmetros de escala e de agudez de distribuição de Rosin-Rammler-Sperling-Bennet (usualmente referida como de Rosin-Rammler, sendo, em verdade, caso especial da distribuição de Weibull). Além de calcita e quartzo isolados, estudou-se mistura binária com: 40%, 60%, 20% e 80% de calcita. Os tempos de moagem foram: 0 s, 300 s, 900 s, 1.800 s, 3.600 s e 7.200 s.

Inicialmente todo o material de quartzo e de calcita foi britado (separadamente) em granulometria abaixo de 3,35 mm. Após britagem, calculou-se o peso da amostra representativa para os ensaios de moagem com o auxílio do método de Gy.<sup>(4)</sup>

$$M_{MIN} = \frac{Kd_{MAX}^3}{\sigma^2} \quad (2)$$

Onde:  $d$  – granulometria da maior partícula [m];  $M$  – massa mínima requerida da amostra [kg];  $\sigma^2$  – variância relativa do erro amostral permitido na análise [-];  $K$  – constante de amostragem [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]. O valor da massa mínima amostral requerida pelo formalismo de Gy, para erro relativo máximo de 0,30%, foi de 2,43 kg. As amostras de quartzo e de calcita foram homogeneizadas e quarteadas para obtenção das alíquotas necessárias aos ensaios de moagem (em batelada).

Após a separação das quantidades de material para moagem e análise granulométrica, foi procedido o cálculo para determinar o diâmetro do corpo moedor com auxílio da equação de Bond.<sup>(2)</sup> O moinho utilizado era de aço, sem revestimento interno e possuía as seguintes dimensões efetivas: 200 mm de diâmetro e 200 mm de comprimento. Os ensaios foram conduzidos a seco e em batelada.

O programa computacional de análise estatística de dados gráficos utilizado foi o EasyPlot for Windows, versão 4.0.4, desenvolvido por S. Karon, da **Spiral Software** ([www.spiralsoftware.com](http://www.spiralsoftware.com)). O algoritmo usa um filtro de Marquardt-Levenberg, o qual, ao contrário do algoritmo de busca por simplex descendente, permite a estimação das incertezas associadas aos valores de regressão.<sup>(5)</sup>

Análises granulométricas do material foram realizadas em duplicata para seis tempos de moagem. Posteriormente, os valores das análises foram inseridos no Easyplot para o ajuste estatístico de curva de Rosin-Rammler com melhor aderência à nuvem de pontos. Após o ajuste, os valores do parâmetro de agudez e do diâmetro mediano foram encontrados e jogados no Excel, juntamente com os valores da análise granulométrica. A análise comportamental das partículas de calcita e quartzo foi realizada através da evolução do diâmetro mediano e da agudez da distribuição de Rosin-Rammler:

$$Y_i = 1 - \exp \left[ \ln(0,5) \left( \frac{d_i}{d_{50c}} \right)^m \right] \quad (3)$$

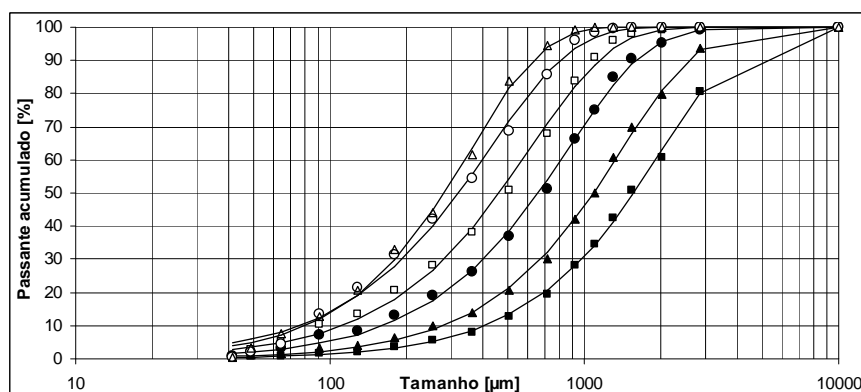
Onde:  $Y_i$  – Fração granulométrica passante acumulada de material na classe granulométrica  $i$  [-];  $d_i$  – tamanho (diâmetro) da classe  $i$  [m];  $d_{50c}$  – diâmetro mediano da distribuição granulométrica ( $d_{50}$ ) [m];  $m$  – parâmetro de agudez (ou módulo da distribuição, ou simplesmente *agudez*) [-]. O diâmetro mediano representa a abertura da peneira que deixa passar 50% da amostra nas análises granulométricas. A agudez na equação representa a uniformidade da distribuição de uma população de

partículas; quanto maior esse parâmetro, mais estreita é a faixa da distribuição (isto é: material mais bitolado, menor desvio padrão).

Os teores de calcita foram estimados através da perda por calcinação das amostras das frações de análise granulométrica, (previamente secas a 120 °C), submetendo o material a 950 °C por 3.600 segundos. A perda de massa correspondeu à evolução de CO<sub>2</sub> oriundo da calcita, permitindo o cálculo do teor desse mineral por estequiometria e do quartzo, por diferença.

### 3 RESULTADOS

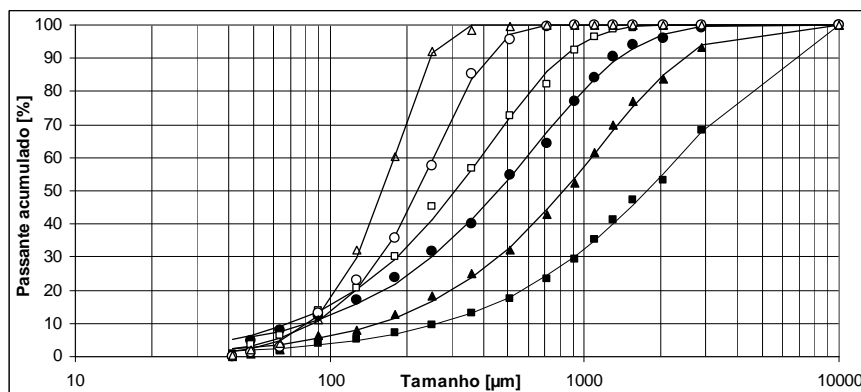
O aspecto de interesse neste trabalho é a influência mútua da proporção de quartzo e de calcita na mistura binária, mensurada pelas diferenças de distribuição granulométrica (avaliadas pelos parâmetros estatísticos da regressão de Rosin-Rammler), já que os resultados da evolução do parâmetro de agudez da mistura com a moagem mostraram a influência que um mineral exerce sobre o outro quando comparados aos resultados obtidos pela moagem de cada um separadamente. Os resultados das análises granulométricas de cada material isolado com o ajuste da curva de Rosin-Rammler estão mostrados nas Figuras 1 e 2 (cujas condições experimentais estão sumarizadas nas Tabelas 1, 2, 3 e 4). As condições operacionais e a simbologia usada para as curvas da Figura 1 se encontram sistematizadas na Tabela 1 e as condições referentes à Figura 2 se encontram na Tabela 2.



**Figura 1.** Evolução temporal da distribuição granulométrica do quartzo isolado com regressão por Rosin-Rammler.

**Tabela 1.** Evolução da distribuição granulométrica do quartzo e curva Rosin-Rammler (dados da Figura 1)

Tempo de moagem [s]	Agudez	Diâmetro mediano [µm]	R <sup>2</sup>	Símbolo na Figura 1
0	1,40	1568	0,999	■
300	1,40	1084	0,999	▲
900	1,35	658	0,998	●
1800	1,33	463	0,997	□
3600	1,31	319	0,996	○
7200	1,51	281	0,999	△

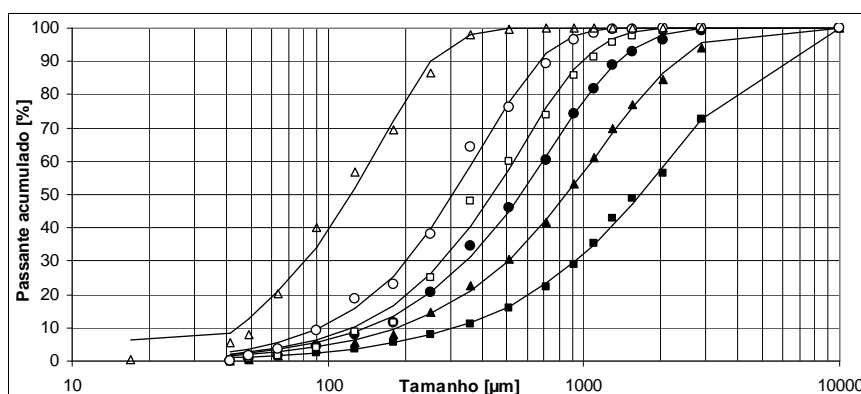


**Figura 2.** Evolução temporal da distribuição granulométrica da calcita isolada com regressão por Rosin-Rammler.

**Tabela 2.** Evolução da distribuição granulométrica da calcita e curva Rosin-Rammler (dados da Figura 2)

Tempo de moagem [s]	Agudez	Diâmetro mediano [µm]	R <sup>2</sup>	Símbolo na Figura 2
0	1,01	1754	0,998	■
300	1,13	830	0,998	▲
900	1,10	458	0,998	●
1800	1,26	312	0,997	□
3600	2,00	223	0,999	○
7200	2,85	162	1,000	△

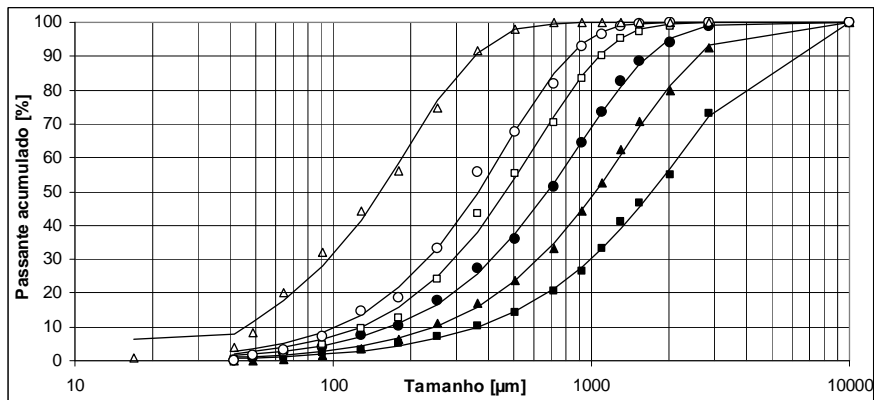
A influência mútua das espécies mineralógicas nas misturas binárias estudadas (calcita e quartzo nas proporções de 60% : 40%; de 40% : 60%; de 20% : 80 ; e de 80% : 20%;) foi estudada e pode ser inferida a partir da análise das Figuras 3 a 6. As condições operacionais e a simbologia usada para as curvas da Figura 3 se encontram sistematizadas na Tabela 3.



**Figura 3.** Evolução temporal da granulometria global da mistura de 60% de calcita com 40% de quartzo com regressão por Rosin-Rammler.

**Tabela 3.** Evolução da distribuição da calcita (60%) e do quartzo (40%) e curva Rosin-Rammler (dados da Figura 3)

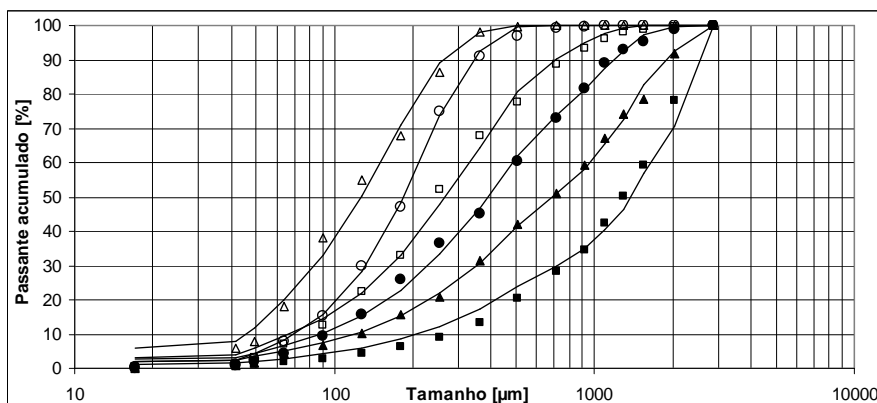
Tempo de moagem [s]	Agudez	Diâmetro mediano [µm]	R <sup>2</sup>	Símbolo na Figura 3
0	1,14	1659	0,998	■
300	1,24	858	0,999	▲
900	1,37	565	0,999	●
1800	1,49	440	0,995	□
3600	1,57	310	0,997	○
7200	1,64	174	0,994	△



**Figura 4.** Evolução temporal da granulação global da mistura de 40% de calcita com 60% de quartzo com regressão por Rosin-Rammler (As condições operacionais e a simbologia usada para as curvas da Figura -3.4 se encontram sistematizadas na Tabela 4).

**Tabela 4.** Evolução da distribuição da calcita (40%) e do quartzo (60%) e curva Rosin-Rammler (dados da Figura 4)

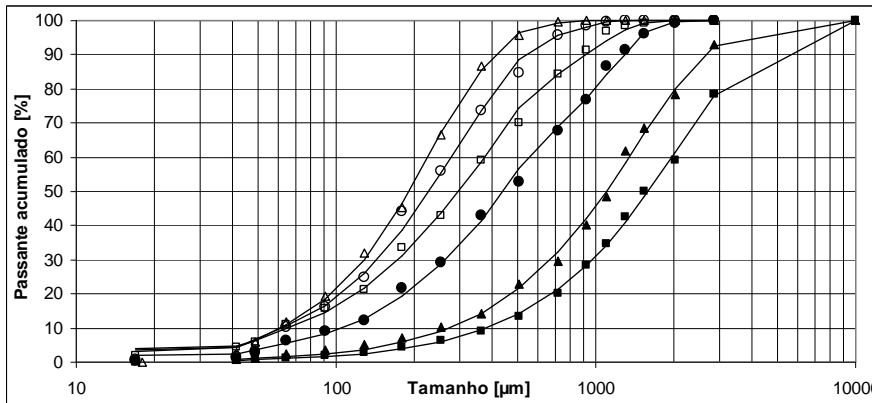
Tempo de moagem [s]	Agudez	Diâmetro mediano [µm]	R <sup>2</sup>	Símbolo na Figura 4
0	1,21	1721	0,998	■
300	1,32	1033	0,999	▲
900	1,35	679	0,999	●
1800	1,45	468	0,998	□
3600	1,49	364	0,997	○
7200	1,45	215	0,996	△



**Figura 5.** Evolução temporal da granulação global da mistura de 80% de calcita com 20% de quartzo com regressão por Rosin-Rammler (As condições operacionais e a simbologia usada para as curvas da Figura -3.5 se encontram sistematizadas na Tabela 5).

**Tabela 5.** Evolução da distribuição da calcita (80%) e do quartzo (40%) e curva Rosin-Rammler (dados da Figura 5)

Tempo de moagem [s]	Agudez	Diâmetro mediano [µm]	R <sup>2</sup>	Símbolo na Figura 4
0	1,08	1705	0,998	■
300	1,14	896	0,998	▲
900	1,27	549	0,997	●
1800	1,37	379	0,997	□
3600	1,99	260	0,999	○
7200	1,66	179	0,995	△

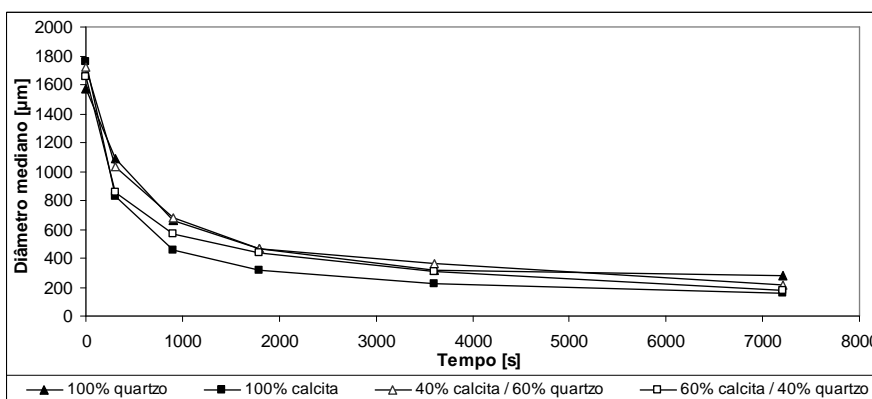


**Figura 6.** Evolução temporal da granulação global da mistura de 20% de calcita com 80% de quartzo com regressão por Rosin-Rammler (As condições operacionais e a simbologia usada para as curvas da Figura -3.6 se encontram sistematizadas na Tabela 6).

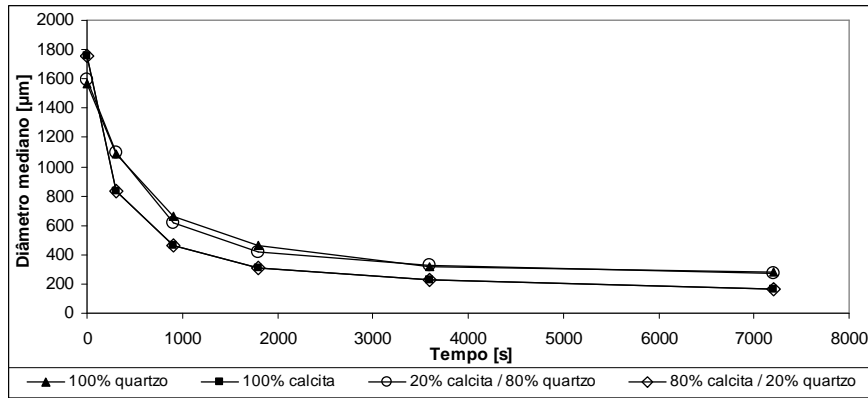
**Tabela 6.** Evolução da distribuição da calcita (20%) e do quartzo (80%) e curva Rosin-Rammler (dados da Figura 6)

Tempo de moagem [s]	Agudez	Diâmetro mediano [µm]	R <sup>2</sup>	Símbolo na Figura 4
0	1,32	1596	0,999	■
300	1,36	1093	0,997	▲
900	1,32	619	0,998	●
1800	1,25	418	0,998	□
3600	1,44	323	0,997	○
7200	1,63	270	0,999	△

Com o intuito de melhorar a detecção de efeito da composição na moabilidade das misturas binárias, os valores regressionais correspondentes ao tamanho mediano ( $d_{50}$ ) e à agudez da distribuição de cada mistura ( $m$ ) foram plotados nas Figuras 7, 8, 9 e 10. A evolução temporal dos valores obtidos para o diâmetro mediano, referente às diversas misturas estudadas, é apresentada nos gráficos das Figuras 7 e 8. Vê-se que houve comportamento típico do diâmetro mediano para processos de cominuição, já que houve sistematicamente diminuição da granulação com o aumento do tempo de moagem. Nota-se também o comportamento típico de atenuação da velocidade de redução granulométrica com a evolução da cominuição, sugerindo a existência de limite (assintótico) para o diâmetro mediano do material cominuído (fato sobejamente conhecido na indústria).



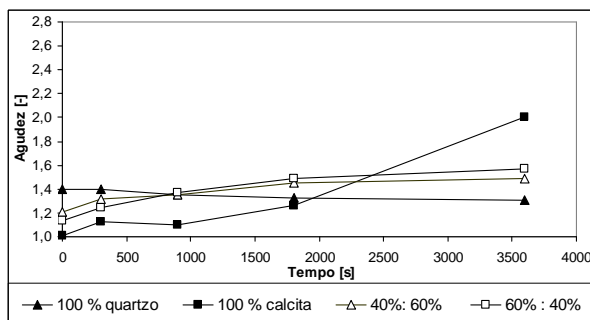
**Figura 7.** Evolução temporal do diâmetro mediano em função do tempo de moagem da mistura de 40% de calcita com 60% de quartzo e 60% de calcita com 40% de quartzo.



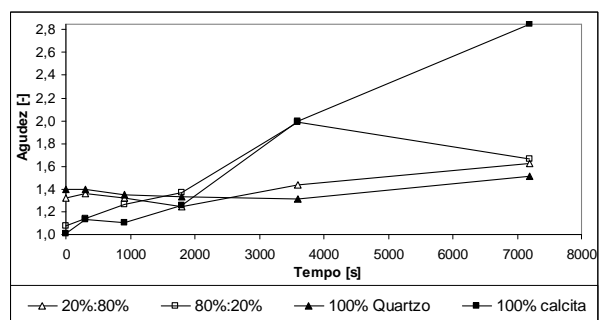
**Figura 8.** Evolução temporal do diâmetro mediano em função do tempo de moagem da mistura de 20% de calcita com 80% de quartzo e 80% de calcita com 20% de quartzo.

Quanto à evolução temporal da agudez das distribuições de Rosin-Rammler referentes à mistura global, a mesma pode ser apreciada nas Figuras 9 e 10. Cumpre lembrar que o parâmetro estatístico  $m$  (a agudez) é uma medida de dispersão (análogo ao desvio-padrão), ao contrário do diâmetro mediano, o qual é uma medida de tendência central. Pela análise da Figura percebe-se que o quartzo e a calcita quando puros comportam-se de modo distinto. Para o quartzo há uma tendência a se preservar a amplitude da distribuição, com discreta diminuição da agudez com o aumento do tempo de moagem (indicando bitolamento granulométrico). Já a calcita pura (a qual exibe clivagem perfeita) mostra um acentuado incremento da agudez com o tempo de moagem, mostrando o efeito de quebra preferencial das partículas maiores em uma população inicialmente pouco bitolada.

Com o intuito de detectar provável efeito de um mineral sobre o outro na evolução da agudez, calculou-se também uma *agudez teórica hipotética* da mistura, caso não houvesse interferência mútua dos componentes da mistura sob cominuição. Essa agudez hipotética foi assumida como a média ponderada dos valores de agudez dos minerais isolados, tendo como ponderadores a proporção das fases (calcita e quartzo). Os resultados comparados com os valores empíricos são vistos nas Figuras 11 e 12. Os gráficos das Figuras 9 e 10 mostram a diferença na distribuição granulométrica entre o quartzo, a calcita e as misturas através dos valores do parâmetro de agudez. A independência ou não entre o quartzo e a calcita também pode ser avaliada através da análise do parâmetro de agudez. As Figuras 11 e 12, mostram as curvas que representam a condição para o qual a calcita e o quartzo se comportam de forma independente durante a moagem e as curvas que representam a situação real obtidas pela campanha experimental.

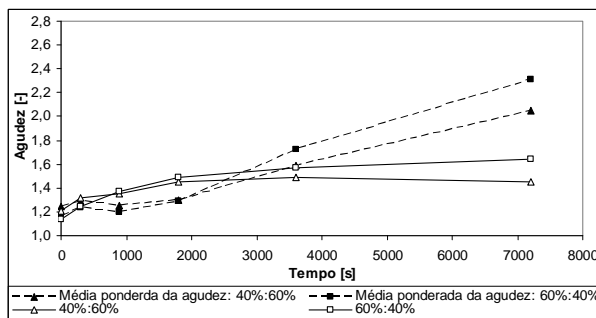


**Figura 9.** Evolução temporal da agudez para as misturas de 40% e 60% calcita.

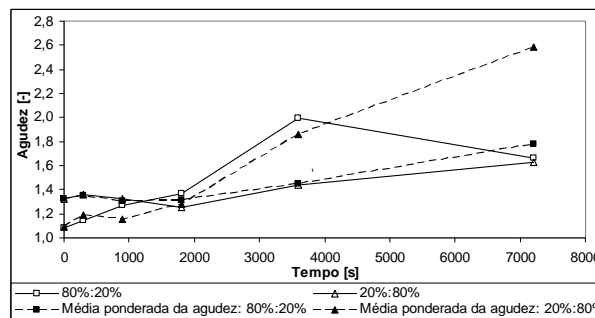


**Figura 10.** Evolução temporal da agudez para as misturas de 20% e 80% calcita.





**Figura 11.** Evolução temporal da agudez da mistura simulada e da mistura real para as misturas de 40% e 60% calcita.



**Figura 12.** Evolução temporal da agudez da mistura simulada e da mistura real para as misturas de 20% e 80% calcita.

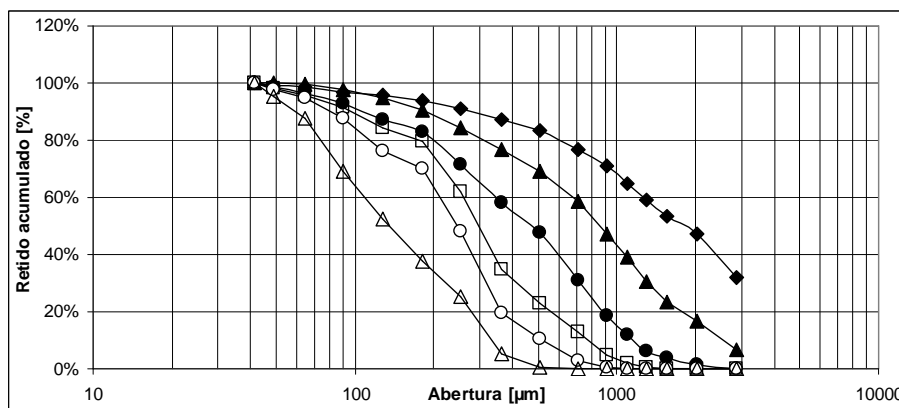
A tabela seguinte apresenta os desvios entre os valores empíricos e os hipotéticos (média ponderada) da agudez para as misturas estudadas. Vê-se claramente que há interferência, pois os desvios são apreciáveis para maiores tempos de moagem (quando os efeitos devem ficar mais visíveis). O último ponto (7200 s) discrepou da tendência geral, talvez indicando erro experimental. De qualquer modo, como os desvios relativos são apreciáveis a hipótese de não interferência pode ser descartada. Os efeitos de interferência mútua na cominuição das duas espécies mineralógicas em mistura ficam mais representativos, plotando-se a evolução granulométrica das duas espécies em separado. Isso equivale a, quando se estudando um dado componente, considerar que o outro seria virtual, ou compondo a carga moedora. Naturalmente, para levantamento das curvas em separado, é necessária a determinação dos teores em cada ponto. Os valores da granulometria da calcita (virtualmente isolada) e do quartzo (virtualmente isolado) em função de tempo de moagem são mostrados nas Figuras 13 a16.

**Tabela 7.** Desvio relativo da agudez da distribuição da mistura

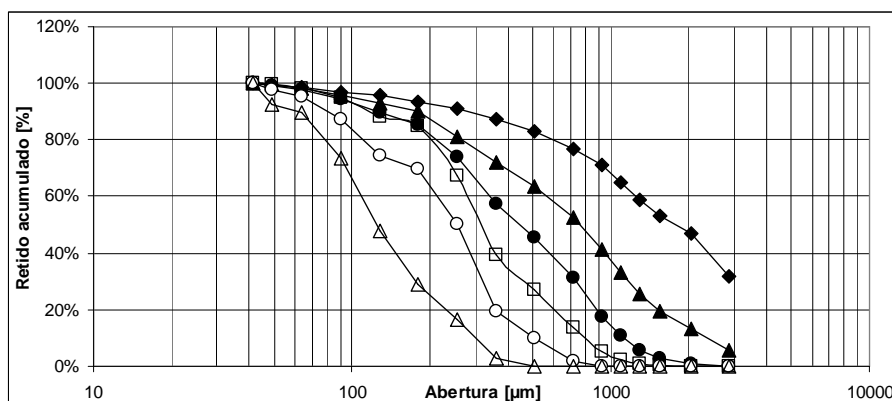
Tempo [s]	Mistura 40% de calcita e 60% de quartzo			Mistura 60% de calcita e 40% de quartzo		
	Experimental	Ponderado	Desvio relativo	Experimental	Ponderado	Desvio relativo
0	1,21	1,24	-2,81%	1,14	1,17	-2,28%
300	1,32	1,29	2,12%	1,24	1,24	0,16%
900	1,35	1,25	7,41%	1,37	1,20	12,41%
1800	1,45	1,30	10,21%	1,49	1,29	13,56%
3600	1,49	1,59	-6,44%	1,57	1,72	-9,81%
7200	1,45	2,05	-41,10%	1,64	2,31	-41,10%

**Tabela 8.** Desvio relativo da agudez da distribuição da mistura

Tempo [s]	Mistura 20% de calcita e 80% de quartzo			Mistura 80% de calcita e 20% de quartzo		
	Experimental	Ponderado	Desvio relativo	Experimental	Ponderado	Desvio relativo
0	1,20	1,32	-9,47%	1,09	1,09	0,18%
300	1,36	1,35	1,03%	1,14	1,18	-3,86%
900	1,32	1,30	1,52%	1,27	1,15	9,45%
1800	1,25	1,32	-5,28%	1,37	1,27	7,01%
3600	1,44	1,45	-0,56%	1,99	1,86	6,43%
7200	1,63	1,78	-9,08%	1,66	2,58	-55,54%



**Figura 3.13.** Evolução Granulométrica da calcita em mistura calcita/quartzo na proporção 40% para 60%.



**Figura 3.14.** Evolução Granulométrica da calcita em mistura calcita/quartzo na proporção 60% :40%.

Condições operacionais para as curvas das Figuras 13 e 14 se encontram nas Tabelas 8 e 9.

**Tabela 8.** Efeito da mistura na evolução temporal do diâmetro mediano dos minerais

Efeito da mistura na evolução do diâmetro mediano da calcita	Efeito da mistura na evolução do diâmetro mediano do quartzo			Símbolo nas Figuras 8 e 9			
	tempo [s]	100% (pura)	60%		40%	100% (puro)	60%
0	1.754 µm	1.769 µm	1.769 µm	1.568 µm	1.570 µm	1.570 µm	■
300	830 µm	748 µm	858 µm	1.084 µm	1.154 µm	1.041 µm	▲
900	458 µm	456 µm	467 µm	658 µm	849 µm	727 µm	●
1800	312 µm	346 µm	315 µm	463 µm	594 µm	614 µm	□
3600	223 µm	242 µm	243 µm	319 µm	471 µm	447 µm	○
7200	162 µm	150 µm	137µm	278 µm	286 µm	253 µm	△

**Tabela 9.** Efeito da mistura na evolução temporal da agudez da distribuição dos minerais

Tempo [s]	Efeito da mistura na evolução da agudez na parcela calcítica			Efeito da mistura na evolução da agudez na fração quartzosa			Símbolo nas Figuras 8 e 9
	40%	100% (pura)	60%	40%	100% (puro)	60%	
0	1,04	1,01	1,04	1,04	1,40	1,43	■
300	1,20	1,13	1,18	1,20	1,40	1,45	▲
900	1,30	1,10	1,39	1,30	1,35	1,54	●
1800	1,60	1,26	1,71	1,60	1,33	1,64	□
3600	1,77	2,00	1,79	1,77	1,31	1,65	○
7200	2,85	1,95	1,66	1,51	1,66	1,84	△

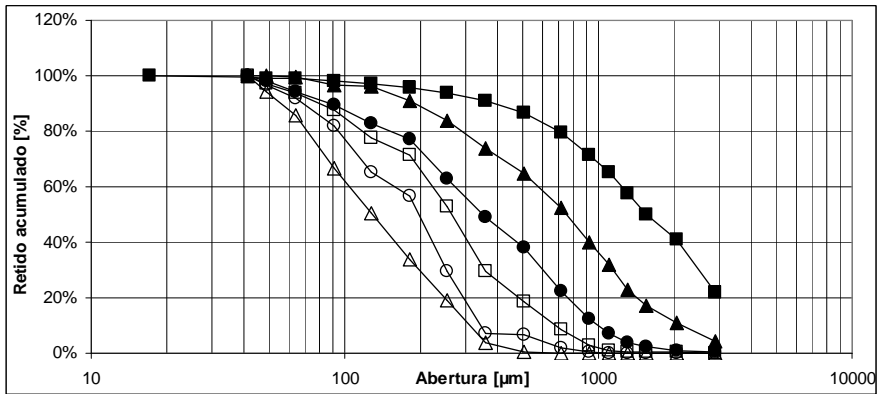


Figura 15. Evolução Granulométrica da calcita em mistura calcita/quartzo na proporção 20% para 80%.

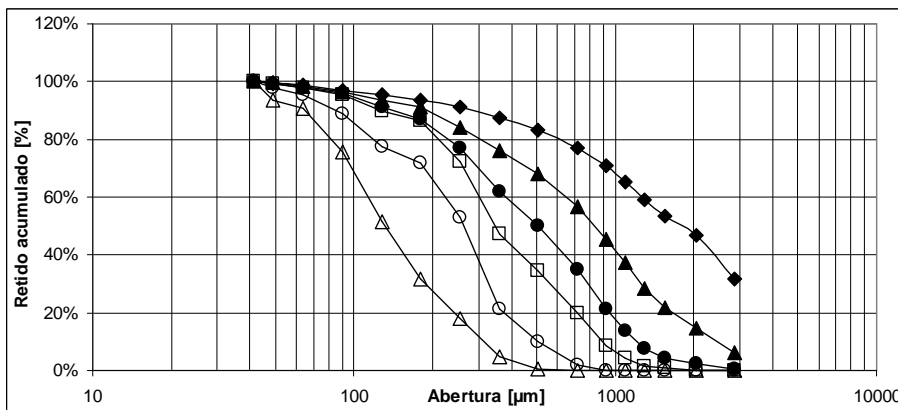


Figura 16. Evolução Granulométrica da calcita em mistura calcita/quartzo na proporção 80% para 20%.

Condições operacionais para as curvas das Figuras 15 e 16 se encontram nas Tabelas 10 e 11.

Tabela 10. Efeito da mistura na evolução temporal do diâmetro mediano dos minerais

Efeito da mistura na evolução do diâmetro medianoda calcita	Efeito da mistura na evolução do diâmetro mediano do quartzo			Símbolo nas Figuras 19 e 20			
	100% (pura)	20%	80%		100% (puro)	20%	80%
tempo [s]	1.754 µm	1.769 µm	1.769 µm	1.568 µm	1.570 µm	1.570 µm	■
0	830 µm	747 µm	826 µm	1.084 µm	993 µm	1.106 µm	▲
300	458 µm	377 µm	499 µm	568 µm	768 µm	766 µm	●
900	312 µm	270 µm	394 µm	463 µm	611 µm	521 µm	□
1800	223 µm	186 µm	252 µm	319 µm	521 µm	411 µm	○
3600	162 µm	139 µm	143 µm	278 µm	285 µm	251 µm	△
7200							

Tabela 11. Efeito da mistura na evolução temporal da agudez da distribuição dos minerais

Efeito da mistura na evolução da agudez na parcela calcítica	Efeito da mistura na evolução da agudez na fração quartzosa			Símbolo nas Figuras 19 e 20			
	100% (pura)	20%	80%		100% (pura)	20%	80%
tempo [s]	1,01	1,04	1,04	1,40	1,43	1,43	■
0	1,13	1,29	1,21	1,40	1,33	1,37	▲
300	1,10	1,26	1,38	1,35	1,36	1,47	●
900	1,26	1,51	1,60	1,33	1,43	1,53	□
1800	2,00	1,85	1,88	1,31	1,79	1,61	○
3600	2,85	1,72	1,92	1,51	2,01	1,54	△
7200							

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da distribuição de Rosin-Rammler nos resultados granulométricos obtidos pela campanha experimental de moagem em mistura binária permite observar a diferença do comportamento do quartzo e da calcita com o tempo de moagem. O diâmetro mediano evolui, para as duas espécies, segundo uma lei exponencial negativa, embora não haja sensível impacto da composição da mistura sobre esse parâmetro, quando se consideram as curvas granulométricas das duas espécies em separado (isto é: como se virtualmente estivessem isoladas, mesmo que, fisicamente, mescladas). O progresso da moagem não afetou sensivelmente o valor regressional do parâmetro de agudez para o quartzo, ou seja: embora o diâmetro mediano vá diminuindo com o tempo a amplitude da faixa de bitolamento fica aproximadamente constante para esse mineral. O comportamento da calcita, entretanto, mostra que o progresso da moagem leva a aumento na amplitude da distribuição granulométrica.

A interdependência do comportamento dos dois minerais pode ser observada pelos gráficos das Figuras 13 a 16. A presença de quartzo durante a moagem da calcita acarretou aumento do parâmetro de agudez da distribuição granulométrica da calcita, levando o produto com faixa menos ampla de variação (isto é: aumento do bitolamento). Esse comportamento está compatível com o fato de a calcita apresentar clivagem romboédrica perfeita, além de menor dureza e resistência mecânica, quando comparada ao quartzo. Como continuidade dos trabalhos, os resultados aqui descritos serão utilizados para balizar a modelagem matemática do processo de moagem, buscando-se fazer um cotejo com a abordagem de Ray e Szekely,<sup>(3)</sup> mas utilizando-se distribuições de Rosin-Rammler e uma função de custo (função penalidade contextualizada para a cominuição de minérios) que está sendo, no momento, implementada e será objeto de futura publicação. Alternativamente à distribuição de Rosin-Rammler, a distribuição sigmoideal de Hill também foi estudada, mas não apresentou resultados tão positivos.

#### REFERÊNCIAS

- 1 King, R.P, Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems, pp. 34-42, 2001.
- 2 Beraldo, José Luiz, *Moagem de Minérios em Moinhos Tubulares*. São Paulo: Edgard Blücher, pp. 1-12,1987.
- 3 Ray, W.Harmon , Szekely, Julian, *Process optimization*, pp. 180-188, 1973.
- 4 Wills Barry A. & Napier-Munn Tim. *Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery* (7<sup>th</sup> ed.). Amsterdam: B-H Elsevier, 2006. 444 pp.
- 5 Luz, J. A. M. da. Conversibilidade entre distribuições probabilísticas usadas em modelos de hidrociclones. Ouro Preto: *Revista Escola de Minas*. Minas, 58(1): 89-93, jan. mar. 2005 89-93.
- 6 T. Partyka, D. Yan, Fractures, Fine grinding in a horizontal ball mill, WA School of Mines, Curtin University , LB 22 Kalgoorlie, WA 6433, Australia.