

MODELAMENTO MATEMÁTICO DA DESLAMAGEM DE MINÉRIO DE FERRO ITABIRÍTICO EM HIDROCICLONES DE PEQUENO DIÂMETRO DO PROJETO MINAS-RIO*

Luciana Pereira Alves¹
Luís Marcelo Tavares²
Henrique Dias Gatti Turrer³
Carlos Magno Nascimento⁴
José Francisco Cabello Russo⁵

Resumo

A deslamagem é uma forma de classificação de partículas minerais, a qual tem por objetivo a remoção de lamas para a preparação da polpa aos processos subsequentes de concentração. É item comum nas rotas de processamento mineral, sendo majoritariamente realizada em hidrociclones, cujo processo de separação é resultado do escoamento complexo do fluido e de sua interação com as partículas minerais. Quando se trata de partículas na faixa granulométrica da deslamagem, o desafio na sua descrição quantitativa é ainda maior. O trabalho trata do ajuste do modelo Narasimha-Mainza à deslamagem de minério de ferro itabirítico de Minas-Rio para a previsão da vazão volumétrica de polpa da alimentação, do tamanho de corte corrigido e do curto-circuito para o *underflow*. Para isso, realizaram-se testes de hidrociclonagem em usina piloto e industriais em ciclones KREBS de 2,7" (67,1 mm) e 4" (101,6 mm) de diâmetro operando sob uma variedade de condições. Na validação do modelo, observaram-se desvios entre os valores previstos e medidos inferiores a 34% para vazão de polpa da alimentação, inferiores a 22% para tamanho de corte corrigido e inferiores a 18% para curto-circuito para o *underflow*.

Palavras-chave: Hidrociclone; Deslamagem; Minério itabirítico; Modelo matemático

MATHEMATICAL MODELING OF ITABIRITIC IRON ORE FLOATING IN SMALL DIAMETER HYDROCYCLES OF THE MINAS-RIO PROJECT

Abstract

Desliming is a method of classifying mineral particles, which aims at removal of slimes so as to prepare the slurry to downstream concentration processes. It is a common item in mineral processing flowsheets, being mostly carried out in hydrocyclones, in which separation is result of complex fluid flow and its interaction with the mineral particles. When dealing with particles contained in size ranges relevant to desliming, the challenge in describing the process is even greater. The work deals with the fitting of the Narasimha-Mainza model of classification in hydrocyclones to data from desliming an itabirite iron ore, for prediction of feed slurry flowrate, corrected cut size and short-circuit to the underflow. As such, tests were conducted at both pilot and industrial plants in KREBS 2.7" and 4" cyclones operating under a variety of conditions. In the validation of the model, deviations between the predicted and measured values were lower than 34% for feed slurry flowrate, less than 22% for corrected cut size and less than 18% for short-circuit for underflow.

Keywords: Hydrocyclone; Desliming; Itabirite ore; Mathematical model

¹ Engenheira de Minas, MSc, aluna, Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

² Engenheiro de Minas, PhD, Professor Titular, Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

³ Engenheiro de Minas, Doutor, Coordenador de processos, Desenvolvimento de Processos, Iron Ore Brazil, Anglo American, Conceição do Mato dentro, Rodovia MG-10, Km-185, Córrego Pereira, Conceição do Mato Dentro, MG, Brasil.

⁴ Engenheiro de produção, Supervisor de processos, Desenvolvimento de Processos, Iron Ore Brazil, Anglo American, Conceição do Mato dentro, Rodovia MG-10, Km-185, Córrego Pereira, Conceição do Mato Dentro, MG, Brasil.

⁵ Advogado, Gerente de processos, Desenvolvimento de Processos, Iron Ore Brazil, Anglo American, Conceição do Mato dentro, Rodovia MG-10, Km-185, Córrego Pereira, Conceição do Mato Dentro, MG, Brasil.

1 INTRODUÇÃO

A deslamagem é essencialmente uma forma de separação de partículas por tamanho, cujo objetivo é a eliminação daquelas excessivamente finas (lamas) para recuperação econômica, presentes na polpa mineral. Essa operação integra vários fluxogramas de usinas de processamento de minérios, devido aos efeitos indesejáveis causados por estas partículas nas etapas subsequentes à classificação. Na operação de concentração realizada por flotação, por exemplo, o efeito prático da presença de lamas na polpa, se revela no aumento do consumo de reagentes e na viscosidade da polpa, além de perdas na recuperação [1].

Na indústria mineral, os hidrociclones têm principal aplicação nas operações de classificação de partículas, e seu protagonismo fundamenta-se na boa eficiência apresentada quanto às separações envolvendo granulometrias finas, pela relativa simplicidade operacional, além da alta capacidade produtiva frente a seu tamanho. A operação acontece de forma contínua, utilizando força centrífuga para elevar a taxa de sedimentação das partículas. Contrário à sua estrutura simples, o fluxo interno no hidrociclone é complexo e envolve múltiplas fases (ar, água e partículas sólidas com ampla distribuição granulométrica e de densidade), que são de difícil mensuração, mas determinam o desempenho do equipamento [2, 3].

Ao longo das últimas quatro décadas, modelos matemáticos [4, 5, 6, 7, 8] foram desenvolvidos com o objetivo de prever esse desempenho, sendo estes circunstanciados a uma faixa de condições sob as quais foram desenvolvidos. Mais recentemente, o modelo semi-mecanicista de Narasimha-Mainza [9], foi desenvolvido a partir de uma extensa base de dados considerando diferentes condições operacionais e de projeto, apresentando maior acurácia do que modelos previamente utilizados, como de Nageswararao [6], por exemplo. A partir do conjunto de equações que compõem esse modelo, pode-se prever o desempenho do equipamento quanto à recuperação de água para o *underflow*, tamanho de corte corrigido, rendimento e nitidez da separação [9].

O objetivo do presente trabalho é ajustar parâmetros do modelo de Narasimha-Mainza à deslamagem de minério de ferro itabirítico de Minas-Rio, realizada em hidrociclones, no que diz respeito à previsão da vazão volumétrica de polpa na alimentação, do tamanho de corte corrigido e do curto-circuito para o *underflow*.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Materiais e métodos

Estudou-se a operação de deslamagem de minério de ferro itabirítico, realizada em hidrociclones, por meio de testes em laboratório, usina piloto, além da própria usina industrial, combinando-se diferentes condições operacionais. Em todos estes cenários, o minério foi proveniente da unidade da empresa Anglo American localizada em Conceição do Mato Dentro, MG.

2.1.1 Planejamento e execução dos testes

Dividiram-se os testes em quatro grupos, de acordo com o local em que foram realizados, sendo: aqueles realizados na usina piloto da Anglo American nos anos de 2014 e 2018 (UP2014 e UP2018), aqueles realizados no Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM) da COPPE/UFRJ e aqueles realizados na usina industrial da Anglo American (Usina). As variações operacionais aplicadas em cada cenário

são apresentadas na Tabela 1, enquanto o planejamento encontra-se disponível em outra publicação [10].

Tabela 1. Parâmetros dos testes

Variável	UP2014	UP2018	LTM	Usina
Diâmetro do ciclone (m)	0,102 (4")	0,102 (4")	0,067 (2,5")	0,102 (4")
Comprimento do cilindro (m)	0,150	0,150	0,210	0,150
Diâmetro do <i>inlet</i> (m)	0,012	0,025	0,021	0,025
Diâmetro do <i>vortex finder</i> (m)	0,025; 0,032 e 0,040	0,020; 0,025 e 0,040	0,018	0,041
Diâmetro do <i>apex</i> (m)	0,016 e 0,022	0,006; 0,009; 0,016 e 0,022	0,008; 0,012	0,016
Porcentagem de sólidos (m/m)	10; 13; 20; 40; 55	10; 15	6; 15	6 a 10
Pressão de admissão (kPa)	27,6; 103,4	103,4; 206,8	34,5; 51,7; 103,4	206,8

Os testes “UP2014” foram planejados e executados como parte de um projeto realizado pelo Global Comminution Collaborative (GCC) junto à Anglo American [3], os testes “UP2018”, executados por equipe da Anglo American sob planejamento do LTM, assim como os testes “LTM”, cuja realização deu-se por equipe do próprio laboratório, seguiram uma mesma premissa de execução, de modo que cada ensaio gerou um conjunto de amostras formado por alimentação, *overflow* e *underflow*.

A polpa de alimentação formada em um tanque de homogeneização, com quantidade de água e sólidos adequada à porcentagem de sólidos (m/m) requerida ao teste, foi homogeneizada por agitador mecânico e por reciclo em uma linha de *by-pass*. Após o ajuste da pressão de admissão determinada para o teste, iniciou-se a alimentação da polpa no hidrociclone e aguardou-se a estabilização da vazão.

Após a estabilização, realizaram-se medidas de vazão de *overflow* e *underflow*, posicionando-se sob ambas as descargas, simultaneamente, um recipiente de volume conhecido e tomando-se o tempo de transbordo. As coletas de amostras foram realizadas na sequência, sendo cada uma composta por cortes representativos nos fluxos, de forma sincrônica, e intervalada. As amostras de *overflow* e *underflow* coletadas em cada teste foram armazenadas separadamente em recipientes adequados e identificados.

Os testes “Usina” compõe-se por amostras da operação de deslamagem secundária industrial, provenientes da unidade de classificação do circuito de beneficiamento mineral da Anglo American em Minas-Rio. A amostragem foi realizada em dois dias de operação normal na usina, em três hidrociclones posicionados sequencialmente, em cada *cluster* (um por dia). Os cortes foram realizados utilizando-se amostradores adequados às vazões e disposição espacial dos equipamentos, tendo sido efetuados de forma simultânea no *overflow* e *underflow* em cada um dos hidrociclones indicados. A amostra da alimentação foi obtida por uma única coleta em cada um dos dias. A medida de vazão volumétrica dos produtos de cada hidrociclone foi realizada seguindo procedimento semelhante aos demais testes.

2.1.2 Análises das amostras

Para cada amostra coletada, mediu-se a massa de polpa, filtrou-se em filtro a vácuo, secou-se em estufa e mediu-se a massa seca. Por fim, quarteou-se, em quarteador Jones, para obtenção de uma alíquota entre 5 e 10 g, utilizadas nas análises seguintes. Determinaram-se as massas específicas de todas as amostras, utilizando um picnômetro a gás modelo AccuPyc 1340 da marca Micromeritics. À exceção daquelas referentes a UP2014, cujos resultados foram resgatados de [11], analisaram-se as distribuições granulométricas em um granulômetro a laser modelo Mastersizer 2000, da marca Malvern Instruments.

A partir da razão entre a massa de sólidos e a massa de polpa, calcularam-se as porcentagens de sólidos em massa (%S_m) das alimentações e produtos. As massas específicas de polpa, foram calculadas por meio da Equação 1, em que ρ_s é a massa específica de sólidos, ρ_p a massa específica de polpa e ρ_a a massa específica da água. As porcentagens de sólidos em volume (%S_v) foram calculadas por meio da Equação 2.

$$\%S_m = \frac{\rho_s(\rho_p - \rho_a)}{\rho_p(\rho_s - \rho_a)} \times 100\% \quad (1)$$

$$\%S_v = \frac{(\rho_p - \rho_a)}{(\rho_s - \rho_a)} \times 100\% \quad (2)$$

Multiplicando-se a massa específica da polpa (t/m³) por sua vazão volumétrica (m³/h), obteve-se vazão mássica de polpa (t/h), que multiplicada pela porcentagem de sólidos em massa da polpa, resultou na vazão mássica de sólidos (t/h). Determinou-se a vazão mássica de água pela diferença entre as vazões mássicas de polpa e de sólidos. Para a determinação das vazões das alimentações, considerou-se a soma das vazões de *underflow* e *overflow* em cada um dos testes individualmente.

2.1.3 Tratamento dos dados

A reconciliação dos balanços de massas foi realizada no *software JKSimMet*, sendo os valores balanceados utilizados no tratamento dos dados. As distribuições granulométricas foram analisadas na forma de curvas passante acumulado em função do tamanho de partícula.

A eficiência da classificação granulométrica foi analisada por meio de curvas de partição com recuperação mássica para o *underflow* em função do tamanho de partícula. A partição foi obtida pela razão entre a massa de material seco retido em cada faixa analisada do *underflow* em relação à alimentação. Os tamanhos de partículas referem-se aos tamanhos representativos de cada classe de tamanhos (média geométrica dos tamanhos que compõem cada faixa). A aplicação gráfica desses resultados fornece a curva de partição real ou *actual efficiency curve* (E_{ua}).

A curva de partição corrigida ou *corrected curve* (E_{uc}) foi obtida pela aplicação da Equação 3, o efeito do curto-circuito de partículas, representado pela recuperação de água para o *underflow* (R_f), pode ser corrigido. A partir desta curva, determinou-se o tamanho de corte de cada teste e o curto-circuito para o *underflow* [12].

$$E_{uc} = \frac{E_{ua} - R_f}{1 - R_f} \quad (3)$$

De um total de 34 testes realizados, três foram previamente descartados devido a insuficiência de dados, e outros cinco devido a incoerências operacionais. Dos 26 restantes, 21 foram utilizados no trabalho de calibração e cinco na validação do modelo proposto.

2.1.4 Modelo matemático

Os parâmetros operacionais empregados nos testes, bem como os dados medidos obtidos em resposta às condições testadas, foram aplicados nas equações do modelo Narasimha-Mainza, para vazão volumétrica de polpa na alimentação (Equação 4), tamanho de corte corrigido (Equação 5) e curto-circuito para o *underflow* (Equação 6). Desta forma, obteve-se um valor calculado, separadamente, por teste. Considerando que para cada variável calculada existe um valor medido, realizou-se o ajuste das constantes K_{Q0} , K_d e K_w de maneira a melhor descrever a deslamagem de minério de ferro itabirítico de Minas-Rio.

$$Q = K_{Q0} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} D_c^2 \sqrt{\frac{P}{\rho_p}} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{1,099} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0,037} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0,405} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,30} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{-0,048} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{-0,092} \quad (4)$$

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_d \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{1,093} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-1,00} \left(\frac{(1-fv)^2}{10(1,82fv)}\right)^{-0,703} (Re)^{-0,436} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,936} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,187} \left(\frac{1}{\tan(\phi)}\right)^{-0,1988} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{-1,034} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{-0,217} \quad (5)$$

$$R_f = K_w \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1,06787} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,2062} \left(\frac{v_t^2}{R_{max}g}\right)^{-0,20472} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0,829} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{-0,7118} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{2,424} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{-0,8843} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}\right)^{0,523} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{1,793} \quad (6)$$

2.2 Resultados e Discussões

2.2.1 Distribuição granulométrica das alimentações

As distribuições granulométricas das alimentações dos testes, divididas por local de realização, são apresentadas na Figura 1. Observa-se que uma alimentação mais grosseira foi utilizada nos testes UP2014, correspondendo à alimentação da deslamagem primária na usina industrial. Nos testes UP2018, utilizou-se uma alimentação com granulometria intermediária em relação às demais. A amostra preparada para os ensaios realizados no LTM se aproximou muito da granulometria de alimentação observada na amostragem industrial (Usina), a qual corresponde à alimentação da etapa de deslamagem secundária.

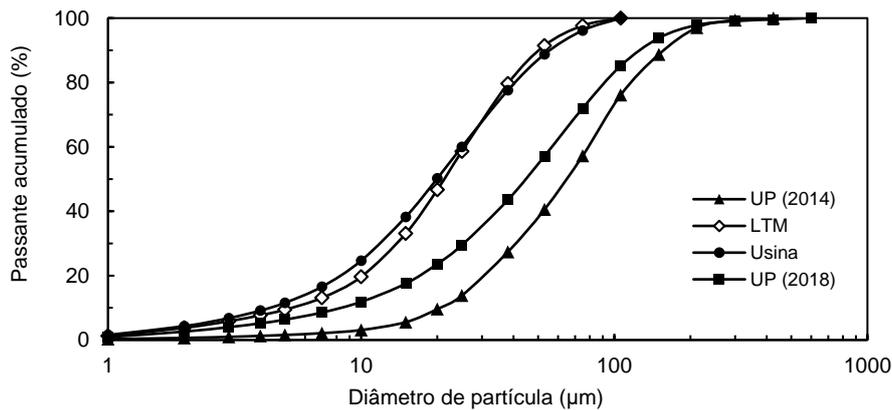


Figura 1. Distribuições granulométricas de amostras das alimentações

2.2.2 Calibração do modelo matemático

• Vazão volumétrica de polpa na alimentação

Aplicaram-se no lado direito da Equação 4, as variáveis correspondentes a cada teste, gerando-se para cada um deles um valor constante, representados por “q”. A relação entre “q” e os dados medidos (Q medido) foi ajustada por regressão linear passando pela origem, de maneira que o coeficiente angular representa diretamente a melhor estimativa de K_{Q0} pelo método dos mínimos quadrados. Três testes considerados como *outliers* foram excluídos.

Nestes casos, o diâmetro do *vortex finder* igual a 40 mm, o maior utilizado nos ensaios, foi o principal responsável por gerar o afastamento destes testes em relação aos demais. Além disso, apesar de as vazões da usina serem significativamente superiores em comparação àquelas do restante dos casos, observou-se que a exclusão dos mesmos gerou prejuízos no ajuste da regressão linear, demonstrando que esses dados são coerentes com os demais.

Pelo apresentado (Figura 2), julgou-se mais conveniente a regressão cujo ajuste foi possibilitado pela melhor relação entre dados medidos e calculados, com maior R^2 . Nesse caso, 81% dos dados medidos foram previstos pelo modelo, assim, a constante K_{Q0} seria 0,0786.

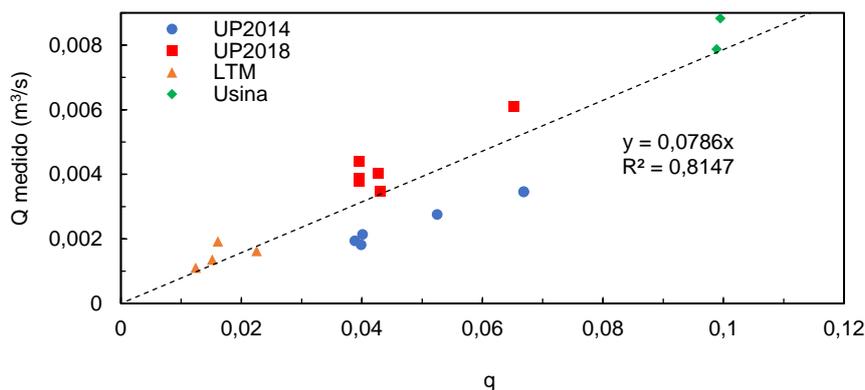


Figura 2. Ajuste final para K_{Q0}

• Tamanho de corte corrigido

Como o modelo realiza adimensionalizações utilizando o diâmetro do hidrociclone (D_c), o corte corrigido obtido em cada teste foi dividido pelo diâmetro dos equipamentos utilizados, sendo estes valores adimensionais empregados na análise como dados medidos (d_{50c}/D_c). No lado direito da Equação 5 foram aplicados

os parâmetros de cada teste, obtendo-se valores constantes representados por “d”, cuja relação com os dados medidos foi obtida por regressão linear passando pela origem.

Observou-se baixa correlação linear entre os dados medidos e calculados, demonstrando que a equação do modelo demandaria adaptações para melhor prever o d_{50c} de operações de classificação nas condições estudadas, que envolvem partículas de granulometria finas, polpas muito diluídas e hidrociclones de pequenos diâmetros, que bem caracterizam operações de deslamagem secundária.

Ajustaram-se expoentes de termos correlacionados à fração volumétrica de sólidos, além do termo referente ao diâmetro do *apex*. Para a obtenção desses valores, utilizou-se o método de aproximação por mínimos quadrados no *software Matlab*, onde aplicou-se a Equação 5 com os respectivos valores das variáveis medidas e indicando-se os termos da equação aos quais seriam aplicados os ajustes. Os valores de partida foram os expoentes originais desses termos. Ao final, dentre as possibilidades geradas, utilizou-se a que retornaria menor erro. As modificações realizadas são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2. Adequações propostas na equação do d_{50c} (Equação 5) do modelo Narasimha-Mainza

Termo Original	Termo modificado	Parâmetros relacionados
$\left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-1,00}$	$\left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0,942}$	Diâmetro do <i>apex</i> , diâmetro do hidrociclone
$\left(\frac{(1-f_v)^2}{10^{1,82f_v}}\right)^{-0,703}$	$\left(\frac{(1-f_v)^2}{10^{1,82f_v}}\right)^{-0,396}$	Efeito da sedimentação impedida (fração volumétrica de sólidos da polpa de alimentação)
$(Re)^{-0,436}$	$(Re)^{-0,005}$	Número de Reynolds (velocidade no <i>inlet</i> , diâmetro do hidrociclone, densidade e viscosidade da polpa)

Por fim, quatro testes assumidos como *outliers* foram excluídos e o ajuste tornou-se o mais adequado possível, sendo que 53% dos dados medidos são explicados pelo modelo gerado na regressão, como apresentado na Figura 3. O parâmetro de calibração K_d resultante foi de 4×10^{-5} .

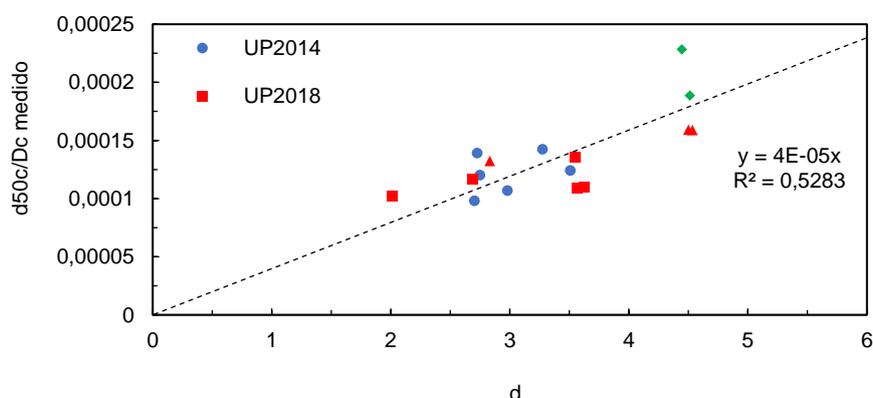


Figura 3. Ajuste final do parâmetro K_d da equação do tamanho de corte corrigido

- **Curto-circuito para o *underflow***

Aplicaram-se no lado direito da Equação 6 os valores das variáveis correspondentes a cada teste, gerando-se valores representados conjuntamente como “w”. Lançando esses em função dos dados medidos (R_f medido), foi analisada sua correspondência por regressão linear.

Observou-se que, além baixa correlação entre os dados medidos e calculados, os testes realizados no LTM apresentaram maiores valores no eixo “w”. Isso se deve ao termo da equação dado pela razão entre comprimento da seção cilíndrica e diâmetro do ciclone, já que o cilindro do equipamento é maior que as demais em relação ao comprimento e menor em relação ao diâmetro, retornando um número adimensional superior, cuja diferença torna-se ainda mais acentuada pelo expoente do termo.

Assim como realizado na equação para d_{50c} , ajustaram-se os expoentes de alguns dos termos de forma a adequar a equação coerentemente aos dados medidos. Modificaram-se aqueles relacionados à fração volumétrica de sólidos na polpa de alimentação, além de dar menor peso ao termo que relaciona diâmetro do *apex* e diâmetro do hidrociclone. Para que os dados dos ensaios do LTM pudessem ser integrados aos demais de forma coerente, o peso do termo que relaciona comprimento da seção cilíndrica e diâmetro do hidrociclone foi também reduzido. Os ajustes realizados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Ajustes na equação do R_f (Equação 6) do modelo Narasimha-Mainza

Termo Original	Termo modificado	Parâmetros relacionados
$\left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,2062}$	$\left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{1,1114}$	Diâmetro do <i>apex</i> ; diâmetro do hidrociclone
$\left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{-0,7118}$	$\left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{-0,5727}$	Viscosidade relativa (fração volumétrica de sólidos da polpa de alimentação; porcentagem mássica de partículas da alimentação menores que 38 μm)
$\left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{2,424}$	$\left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,013}$	Comprimento da seção cilíndrica; diâmetro do hidrociclone
$\left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{-0,8843}$	$\left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{-1,3766}$	Efeito da sedimentação impedida (fração volumétrica de sólidos da polpa de alimentação)

No ajuste gerado, 85% da variabilidade dos dados medidos é explicada linearmente por “w”. Dessa forma, pelo ajuste final gerado pela regressão linear, a constante K_w seria 2,148, como apresentado na Figura 4.

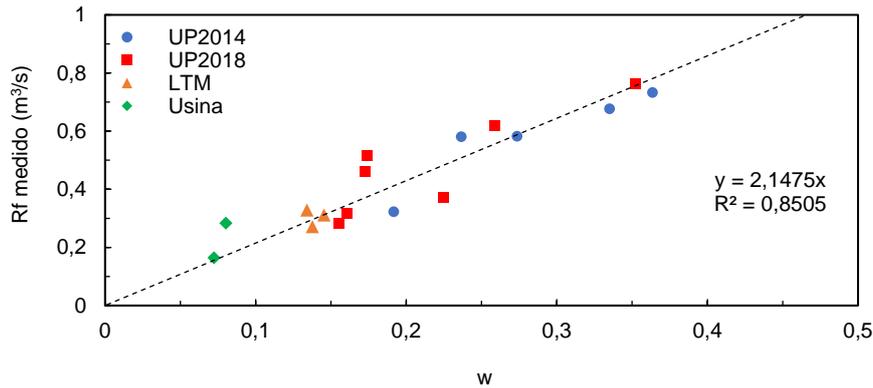


Figura 4. Ajuste final para o parâmetro K_w da equação do curto-circuito para o *underflow*

2.2.3 Validação do modelo

O modelo Narasimha-Mainza ajustado à deslamagem de minério de ferro itabirítico para vazão volumétrica da alimentação (Q), tamanho de corte corrigido (d_{50c}) e curto-circuito para o *underflow*, é apresentado pelas Equações 7, 8 e 9. Essas equações foram validadas utilizando-se seis testes realizados com diferentes razões cônicas (D_o/D_u), porcentagens de sólidos (%S) e pressões de admissão (P), considerando três cenários de realização dos testes.

$$Q = K_{Q0} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} D_c^2 \sqrt{\frac{P}{\rho_p}} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{1,099} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{0,037} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0,405} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,30} \left(\frac{V_h}{V_t}\right)^{-0,048} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{-0,092} \quad (7)$$

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_d \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{1,093} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0,942} \left(\frac{(1-f_v)^2}{10^{(1,82f_v)}}\right)^{-0,396} (Re)^{-0,005} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,936} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,187} \left(\frac{1}{\tan(\theta)}\right)^{-0,1988} \quad (8)$$

$$R_f = K_w \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1,06787} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{1,1114} \left(\frac{v_t^2}{R_{max9}}\right)^{-0,20472} \left(\frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^{0,829} \left(\frac{\mu_m}{\mu_w}\right)^{-0,5727} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,013} \quad (9)$$

$$\left(\frac{(1-f_v)^2}{10^{(1,82f_v)}}\right)^{-1,3766} \left(\frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f}\right)^{0,523} \left(\cos\left(\frac{i}{2}\right)\right)^{1,793}$$

A comparação entre as vazões de polpa medida e calculada utilizando o modelo obtido é apresentada graficamente na Figura 5. Observa-se, dada a proximidade entre valores calculados e medidos, que o modelo foi capaz de prever com eficiência valores reais da operação.

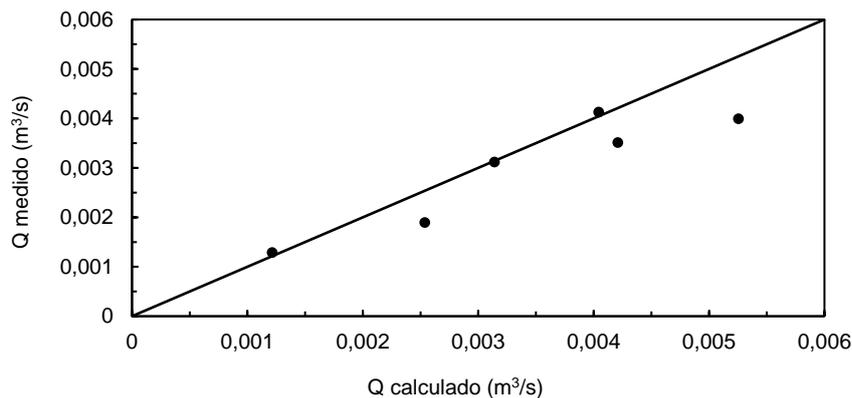


Figura 5. Vazão de água da alimentação medida e prevista utilizando o modelo modificado

A relação entre o tamanho de corte corrigido e o diâmetro do hidrociclone, por dados medidos e calculados aplicando-se o modelo modificado, foi comparada como apresentado na Figura 6.

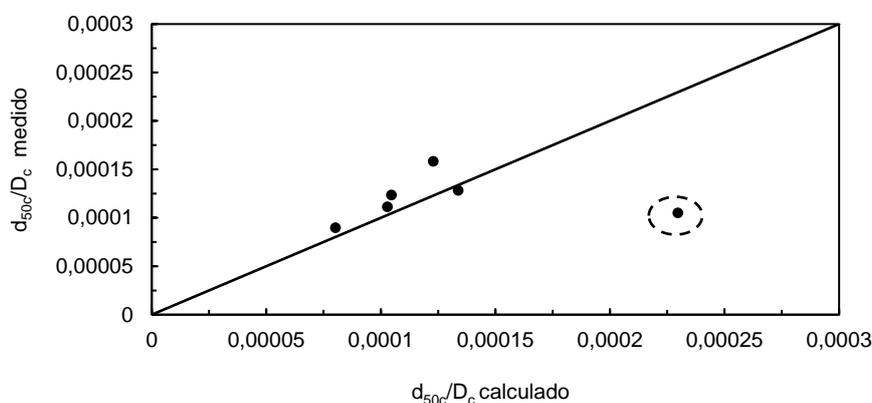


Figura 6. Tamanho de corte medido e previsto utilizando o modelo modificado

Percebe-se, que em um dos testes de validação (destacado por círculo tracejado na Figura 6), tamanho relativo de corte previsto foi superior ao medido. A coerência pode ser observada pelos diâmetros de *apex* e *vortex finder* utilizados neste teste, além da alta porcentagem de sólidos. Na prática, o efeito da diminuição da razão cônica (*apex/vortex finder*) e do aumento na porcentagem de sólidos é o engrossamento do corte. Nesse caso, pode-se considerar que o valor previsto é mais coerente que o medido, sugerindo a possibilidade de erro experimental. De modo geral, o modelo modificado foi capaz de prever de forma coerente os cortes para todos os testes nas diversas condições operacionais estudadas.

Os dados de curto-circuito para o *underflow* medidos e calculados utilizando o modelo modificado foram comparados como apresentado na Figura 7. Como pode ser observado, foram obtidas boas previsões. Contudo, para um dos testes de validação, o modelo previu um valor cerca de 1,6 vezes superior ao medido. Nesse caso, provavelmente, o erro está na previsão, uma vez que as condições operacionais estudadas nesse teste, principalmente a pequena abertura do *apex*, não favorecem alta recuperação de água no *underflow*.

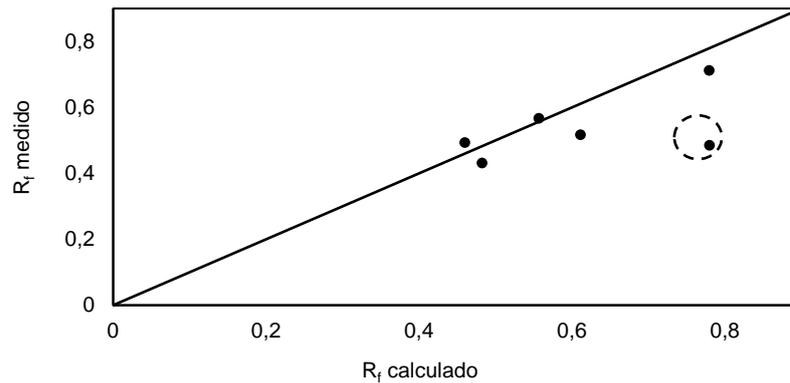


Figura 7. Curto-circuito para o *underflow* medido e previsto utilizando o modelo modificado

3 CONCLUSÃO

O trabalho desenvolvido permitiu a obtenção de um modelo matemático adequadamente ajustado à operação de deslamagem em hidrociclones, do minério de ferro itabirítico de Minas-Rio. Apesar da complexidade observada nesse tipo de análise, conclui-se que as equações modificadas retornaram resultados coerentes ao que se propõe, como demonstrado em suas validações. Entre valores medidos e calculados, obtiveram-se desvios inferiores a 34% para vazão de alimentação, 22% para tamanho de corte corrigido e 18% para curto-circuito para o *underflow*.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Anglo American, pelo suporte à realização do trabalho experimental, ao Global Comminution Collaborative, pelo compartilhamento de informações e conhecimentos e ao Laboratório de Tecnologia Mineral (COPPE/UFRJ), pelo trabalho desenvolvido em equipe.

REFERÊNCIAS

- 1 Yuexian Y, Liqiang M, Mingli C, Qi L. Slime coatings in froth flotation: A review. *Minerals Engineering*. 2017; 114:26-36.
- 2 Wills BA, Napier-Munn T. *Wills' Mineral Processing Technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. 7 ed. Butterworth-Heinemann, 2005.
- 3 GHODRAT M, QI Z, KUANG SB, JI L, YU AB. Computational investigation of the effect of particle density on the multiphase flows and performance of hydrocyclone. *Minerals Engineering*. 2016; 90:56-69.
- 4 LYNCH AJ, RAO TC. Modeling and scale up of hydrocyclone classifiers. In: XI IMPC, Cagliari, 1975.
- 5 PLITT LR. A mathematical model of the hydrocyclone classifier. In: CIM Bull, 1976.
- 6 NAGESWARARAO K. Further modelling and scale up of hydrocyclones. JKMR, University of Queensland, 1978.
- 7 SVAROVSKY L. *Hydrocyclones*. Rinehart and Winson, 1984.
- 8 TAVARES LM, SOUZA LLG, LIMA JRB, POSSA MV. Modeling classification in small-diameter hydrocyclones under variable reological conditions. *Minerals Engineering*. 2002; 15:613-622

- 9 NARASIMHA M, MAINZA AN, HOLTHAM PN, POWELL MS, BRENNAM MS. A semi-mechanistic model of hydrocyclones – Developed from industrial data and inputs from CFD. International Journal of Mineral Processing. 2014; 133:1-12.
- 10 ALVES LP. Ajuste do modelo Narasimha-Mainza à deslamagem de minério de ferro itabirítico em hidrociclones. Rio de Janeiro. Dissertação. PPGEMM/UFRJ; 2019.
- 11 MUZANENHAMO P. Assessing the effect of cone ratio, feed solids concentration and viscosity on hydrocyclone performance. Cidade do Cabo. Dissertação. University of Cape Town; 2014.
- 12 NAPIER-MUNN TJ, MORRELL S, MORRINSON RD, KOJOVICK T. Mineral comminution circuits – their operation and optimization. Queensland: Hall & Jones Pty, 1999.