

# MODELO MATEMÁTICO PARA CÁLCULO DA VELOCIDADE DE PARTÍCULA EM ENSAIO DE DESGASTE EROSIVO <sup>1</sup>

Ronan Luis Pedroso Figueiredo <sup>2</sup>  
Cezar Otaviano Ribeiro Negrão <sup>3</sup>  
Jobert Chaves Penteado <sup>4</sup>  
Paulo César Borges <sup>5</sup>

## Resumo

Equipamentos que trabalham com leitos fluidizados são normalmente sujeitos a elevado desgaste erosivo. Ensaios para avaliar este desgaste identificam a velocidade das partículas, muitas vezes abrasivas, como uma das principais variáveis responsáveis pelo desgaste. A medição da velocidade das partículas não é atividade trivial e a sua estimativa pode auxiliar no projeto destes equipamentos. O presente trabalho propõe a avaliação da velocidade das partículas através de um modelo matemático, baseado na lei da conservação da quantidade de movimento. Para verificar a validade do modelo, medidas experimentais da velocidade das partículas foram realizadas. O aparato experimental foi projetado e construído baseado em uma norma desenvolvida pela Divisão de Metalurgia do National Institute of Standards and Technology (NIST). Os ensaios foram realizados empregando partículas de  $Al_2O_3$  com tamanho médio de 170  $\mu m$ , à temperatura ambiente. Os resultados experimentais foram comparados com os valores do modelo, para as mesmas condições do ensaio. Cada configuração de ensaio foi repetida 5 vezes. A diferença máxima obtida entre os valores experimentais e calculados foi de 14% para velocidade do ar de 30 m/s e vazão mássica de partículas de 30g/min.

**Palavras chave:** Modelo matemático; Velocidade de partícula; Desgaste erosivo.

## MATHEMATICAL MODEL FOR EVALUATION OF PARTICLE SPEED IN EROSIWE WEAR TESTING

### Abstract

Fluidized bed equipments are usually submitted to severe erosion. The speed of the particles, often abrasive, is identified as one of the main variables responsible for wear. The measurement of the speed of the particles is not an easy task and its estimate can help the design of such equipments. The current work presents a mathematical model to evaluate the speed of the particles, based on the conservation law of momentum. In order to verify the model validity, experimental measurements of the speed of the particles were conducted. The test apparatus was designed and built based on a NIST (National Institute of Standards and Technology) standard. Particles of  $Al_2O_3$ , average size of 170  $\mu m$ , were used in the experiments at room temperature. The measurements were compared with the computed values at the same test conditions. Each test was repeated five times. The maximum difference between the measured and computed values was 14%, for air speed of 30m/s and flow rate of particles of 30g/min.

**Key words:** Mathematical model; Particle speed; Abrasive wear.

<sup>1</sup> Contribuição técnica apresentada na 61º Congresso Anual da ABM, de 24 a 27 de julho de 2006, Rio de Janeiro – RJ

<sup>2</sup> Msc., UTFPR, Curitiba-PR, 2005.

<sup>3</sup> Ph.D., University of Strathclyde, Escócia,-GB, 1995.

<sup>4</sup> Msc., UTFPR, Curitiba-PR, 2003

<sup>5</sup> D.Eng., UFSC, Florianópolis, SC, 1998.

## 1 INTRODUÇÃO

Um grande problema da indústria moderna é o desgaste erosivo. Alguns exemplos da sua ocorrência são: combustores de leitos fluidizados (FBC), equipamentos para transporte de minério, equipamentos de craqueamento catalítico empregados no refino de petróleo e componentes de turbinas de avião e de turbinas a vapor.<sup>(1-3)</sup> Os custos anuais de manutenção estimados para estes equipamentos, decorrentes do desgaste erosivo, são superiores a um milhão de dólares.<sup>(2)</sup>

Ruff<sup>(4)</sup> avaliou a repetibilidade durante ensaios de desgaste em 12 laboratórios diferentes. Neste trabalho utilizou-se 2 materiais diferentes e quatro séries de testes. Os resultados finais indicam uma grande precisão nas medidas interlaboratórios e uma precisão moderada entre laboratórios. A conclusão deste trabalho é que dentre as variáveis de controle importantes nos ensaios de desgaste erosivo o principal fator de erro está associado a erros na determinação da velocidade de partículas.

Diversos equipamentos são utilizados com o objetivo de determinar-se a velocidade das partículas, dentre estes podemos citar: fotografia de alta velocidade;<sup>(5)</sup> dispositivo óptico eletrônico<sup>(6)</sup> e método do duplo disco.<sup>(7)</sup> Entretanto todos estes equipamentos apresentam custo elevado, bem como, dificuldades técnicas para instalação em especial para a determinação da velocidade das partículas a temperaturas elevadas.

Este trabalho apresenta um modelo matemático, de simples utilização e de baixo custo, capaz de determinar a velocidade das partículas de forma confiável. O modelo utiliza como base equações de conservação da massa, da energia e da quantidade de movimento para um escoamento gás-sólido unidimensional.

## 2 MODELO MATEMÁTICO - DESGASTE EROSIVO

Através de observações experimentais, verifica-se que a velocidade de deslocamento das partículas está diretamente relacionada à taxa de desgaste erosivo:<sup>(8)</sup>

$$\nabla_e = k \cdot V_p^n \quad (1)$$

onde “ $\nabla_e$ ” é a taxa de desgaste erosivo em mg/min, “ $V_p$ ” é a velocidade da partícula, “ $k$ ” é uma constante relacionada com o comportamento do substrato e “ $n$ ” é um expoente experimental associado às propriedades da partícula abrasiva e às condições de operação do equipamento, podendo os seus valores variar entre 2 e 6,5. Através da equação (1), pode-se observar que a velocidade das partículas é fundamental na determinação do grau de severidade do desgaste erosivo e portanto, a sua determinação de forma precisa é fundamental.

### Modelo para a Velocidade das Partículas

Para determinação da velocidade das partículas, propõe-se um modelo matemático baseado na conservação da quantidade de movimento. Para isto, considera-se que o escoamento da fase gasosa é independente do escoamento da fase sólida; as partículas abrasivas. Para escoamentos com frações volumétricas de sólidos inferiores a 0,1%, o movimento das partículas não interfere no escoamento do gás, conforme discutido em Doyle e Levy.<sup>(9)</sup> Para o escoamento da fase sólida, é admitido que cada partícula tenha comportamento independente das outras.

Utilizando uma aproximação lagrangeana, a equação da conservação da quantidade de movimento para uma partícula assume a seguinte forma:

$$m_p \frac{dV_p}{dt} = F_D \quad (2)$$

onde  $m_p$  é a massa da partícula (kg),  $V_p$ , a velocidade da partícula (m/s),  $t$ , o tempo (s) e  $F_D$ , a força de arrasto (N). Note que esta equação iguala a variação da quantidade de movimento da partícula com as forças atuando sobre a partícula. A força de arrasto é aproximada pela expressão de:<sup>(9)</sup>

$$F_D = \frac{\pi}{8} \rho_g d_p^2 C_d (V_{ar} - V_p)^2 \quad (3)$$

onde,  $C_d$  é o coeficiente de arrasto (adimensional),  $V_{ar}$ , a velocidade do ar (m/s),  $\rho_g$ , a massa específica do gás ( $\text{kg/m}^3$ ) e  $d_p$ , o diâmetro da partícula (m). Substituindo a equação (3) e integrando, admitindo que a velocidade do ar é uma constante, obtém-se a seguinte equação para a fase sólida em função do tempo:

$$V_p(t) = \frac{V_{ar} t}{\left(t + \frac{4}{3} \frac{\rho_p d_p}{C_d \rho V_{ar}}\right)} \quad (4)$$

Note que a massa da partícula,  $m_p$ , é o produto da massa específica da partícula,  $\rho_p$  ( $\text{kg/m}^3$ ), pelo volume de uma partícula esférica. Detalhes sobre o modelo podem ser encontrados em Borges et al.<sup>(1)</sup>

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 Materiais

##### 3.1.1 Erosímetro

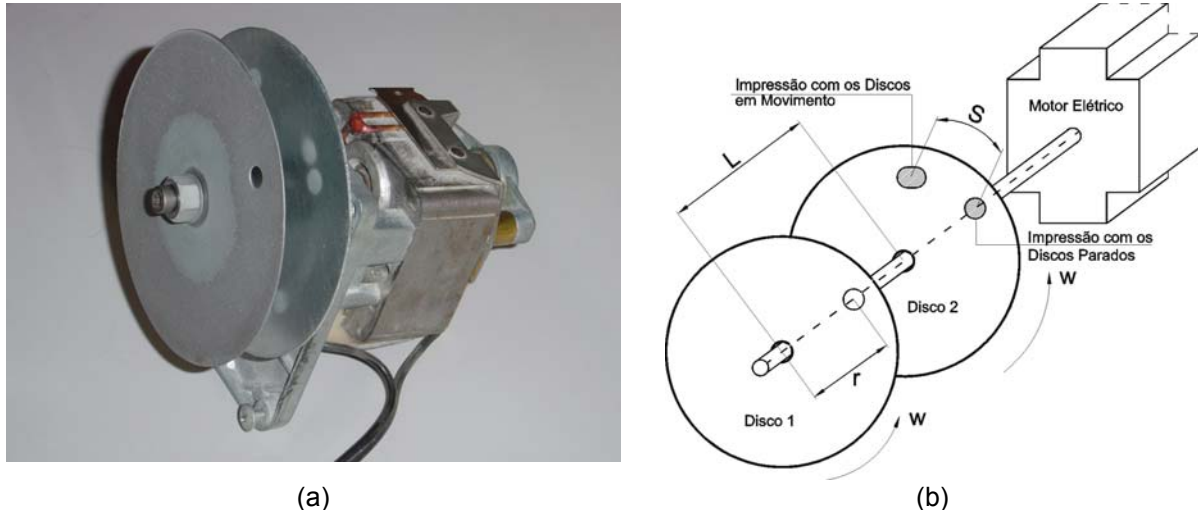
O Laboratório Integrado de Materiais da UTFPR dispõe de um equipamento capaz de simular condições específicas de desgaste erosivo, através do controle das variáveis de influência. As variáveis passíveis de controle são: tipo e tamanho das partículas; vazões mássicas de partículas; temperaturas do ar e das partículas; ângulo de ataque e velocidade da partícula.

##### 3.1.2 Partículas

O material particulado selecionado para os ensaios foi  $\text{Al}_2\text{O}_3$  com 98% de pureza e tamanho de partícula entre 150 - 200  $\mu\text{m}$  (dados comerciais). O tamanho da partícula (bidimensional) foi determinado através da utilização de um *software* de análise ótica denominado Image Pro Plus 4.0. Para determinação deste valor, foram analisados 5 campos que somados continham 282 partículas. O *software* determina, primeiramente, o centróide da partícula e, em seguida através deste ponto, realiza a medição de 90 diâmetros, obtidos em incrementos de  $2^\circ$ , no intervalo de 0 a  $180^\circ$ . A média aritmética dos valores dos diâmetros encontrados neste procedimento resulta no tamanho médio da partícula.

### 3.1.3 Dispositivo para a medição da velocidade da partícula - DMVP

Para a medição da velocidade das partículas, foi utilizado um aparato construído com base nas recomendações da Divisão de Metalurgia do National Institute of Standards and Technology - NIST (Figura 1).<sup>(7)</sup>



**Figura 1.** Foto do Aparato de Medição da Velocidade das Partículas (a) e Diagrama Esquemático Representando os Parâmetros Utilizados na Medição

O aparato consiste em dois discos circulares com 100 mm de diâmetro montados em um eixo de motor elétrico de corrente contínua. Os discos são separados por uma distância conhecida, “L”, de 19,90 mm, sendo que o primeiro disco possui um orifício circular de 6 mm de diâmetro por onde incide o fluxo de partículas.

### 3.1.4 Código computacional

Um código computacional, em FORTRAN, foi desenvolvido para cálculo da velocidade e trajetória da partícula. Para o cálculo da velocidade da partícula, os seguintes dados são necessários: velocidade e massa específica do ar, distância máxima de deslocamento das partículas (comprimento do tubo de aceleração), tamanho e massa específica da partícula e a viscosidade dinâmica do ar. Este código encontra-se disponível em:

<http://www.ppgem.cefetpr.br/ppgem/documentos.htm>.

## 3.2 Métodos

### 3.2.1 Medição experimental da velocidade de partículas

Inicialmente foi realizada a aferição do motor elétrico utilizado na movimentação dos discos utilizando-se um tacógrafo. O resultado da calibração é a média de cinco medições de rotação, sendo que o valor médio obtido foi de 3248 rpm, com desvio de 58 rpm. A distância entre os discos, de passagem de fluxo (disco 1) e o de impressão (disco 2), foi obtida através de um espaçador com comprimento de 19,9 mm. A distância entre o centro do disco 1 e o centro do orifício de passagem é de 35,15 mm.

Para a obtenção dos valores da velocidade das partículas, inicialmente fez-se uma marca no disco 2, com os discos em repouso. Esta marca foi produzida pela

incidência de partículas através do orifício de passagem e é utilizada como referência para a segunda marca. Em seguida fez-se a segunda marca com os dois discos em rotação. Esta segunda marca encontra-se deslocada em relação à primeira marca de uma distância angular “S”, ver Figura 1(b).

Para medir a distância angular “S” entre as duas marcas, remove-se o disco 2 do aparato e digitaliza-o junto a um padrão dimensional gerando uma imagem. A distância S é então obtida do disco 2 através da análise da imagem digitalizada utilizando-se um software de CAD. A velocidade da partícula é então determinada pela equação (5):

$$V_p = \frac{2.\pi.r.w.L}{S} \quad (5)$$

onde “ $V_p$ ” é a velocidade experimental da partícula (m/s), “ $r$ ” é a distância entre o centro do disco 1 e o centro do orifício existente no mesmo (m), “ $w$ ” é a rotação do motor (rps), “ $L$ ” é a distância entre os discos (m) e “ $S$ ” é a distância entre as duas marcas (m). A validação do Código computacional foi realizada através da comparação dos valores obtidos pelo modelo e o experimental obtido através do DMVP. Os pontos experimentais foram obtidos para três vazões mássicas de partículas foram utilizadas, 30 g/min, 50 g/min e 100 g/min. Para cada vazão, foram realizadas cinco medições de velocidade de partícula e obtido o valor médio e seus respectivos desvios padrões.

As medições de velocidade foram realizadas à temperatura ambiente. A seqüência de medições realizadas para a avaliação do modelo matemático está apresentada na Tabela 1.

**Tabela 1.** Seqüência de medições para calibração do modelo matemático.

$N_e$	$V_{ar}$ (m/s)	$m_p$ (g/min)	$T_{mp}$ ( $\mu$ m)	$N_r$	Variável
1	30	30, 50 e 100	170	5	Velocidade experimental da partícula
2	50				
3	80				

Onde:  $N_e$  é o número do experimento.

$V_{ar}$  é a velocidade do ar.

$m_p$  é a vazão mássica de partículas.

$N_r$  é o número de repetições.

$T_{mp}$  é o tamanho médio da partícula do abrasivo.

### 3.2.1 Avaliação do modelo

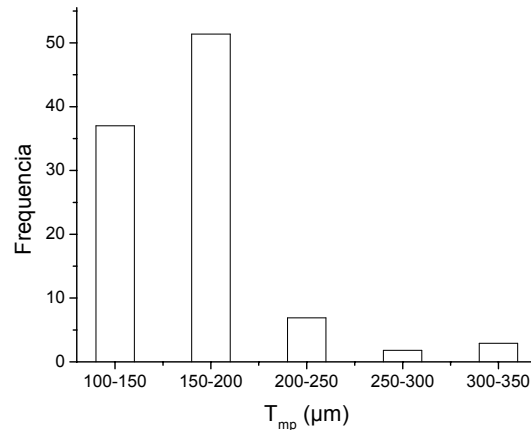
A diferença percentual entre os valores experimentais e os calculados pelo código computacional são dados por:

$$\Delta_A = \left| \frac{A_T - A_E}{A_E} \right| . 100 \quad (6)$$

onde  $\Delta_A$  é o modulo da diferença percentual entre o coeficiente angular da reta do modelo teórico e o coeficiente angular das retas obtidas experimentalmente,  $A_T$  é o coeficiente angular da reta do modelo (m/s) e  $A_E$  é o coeficiente angular da reta obtido para os valores experimentais de velocidade (m/s), para cada vazão mássica.

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

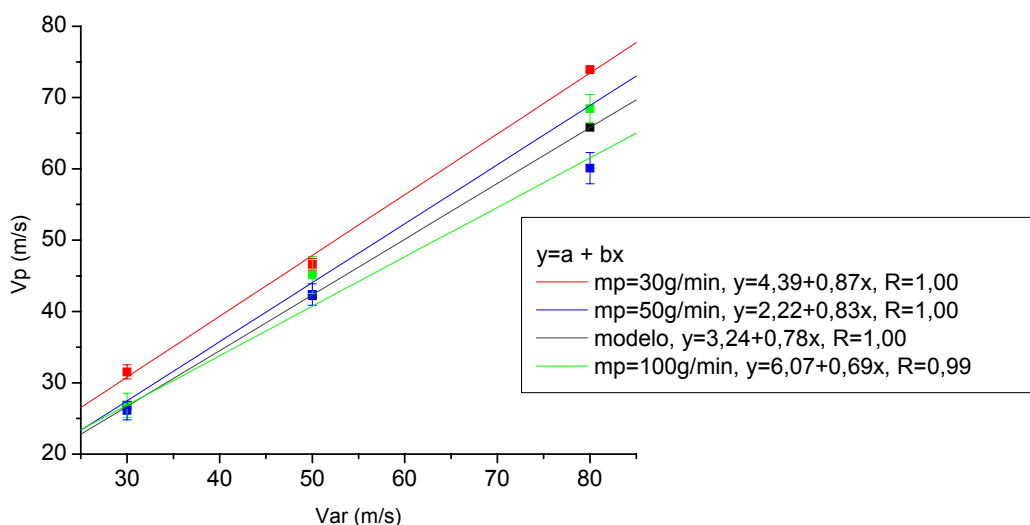
O tamanho médio da partícula de abrasivo encontrado foi de 168,8  $\mu\text{m}$ . A Figura 2 apresenta a distribuição de tamanho de partículas para o abrasivo utilizado nos ensaios.



**Figura 2.** Distribuição de tamanho médio de partícula.

A Figura 3 apresenta a relação Velocidade do Ar x Velocidade da Partícula obtida experimentalmente e através do código computacional para as vazões mássicas de partícula de 30, 50 e 100 g/min.

Na Figura 3 observa-se que o maior coeficiente angular de reta, dentre as retas analisadas, é apresentado pela vazão mássica de 30g/min, a menor vazão mássica, sendo o valor deste coeficiente de 0,87, representando um ângulo de 41°. Enquanto para a vazão de 100 g/min, a maior vazão mássica dentre as analisadas, tem-se o menor coeficiente angular, 0,69, representando um ângulo de 35°. Conclui-se então que à medida que a vazão mássica aumenta tem-se uma redução no ângulo de inclinação da reta, coeficiente angular, demonstrando uma perda de eficiência de arraste das partículas.



**Figura 3.** Relação entre a velocidade da partícula e a velocidade do ar, curva teórica e curva experimental, para as vazões mássicas de abrasivo de 30 g/min, 50 g/min e 100 g/min.

A maior diferença entre os coeficientes angulares das retas obtidas a partir de valores experimentais e a apresentada pelo modelo teórico, é, em módulo, de 11,53% (Tabela 2), demonstrando uma boa representatividade do modelo em relação aos valores experimentais obtidos dentro dos parâmetros apresentados. Esta variação foi encontrada para as vazões mássicas de extremo, quer dizer, a menor e a maior vazão mássica estudada, respectivamente 30 e 100 g/min, sendo que para a vazão mássica de 50 g/min esta variação diminui para 6,41%, demonstrando que, para os valores de vazão mássica compreendidos neste intervalo, tem-se variações inferiores a 11,53%.

**Tabela 2.** Comparação dos coeficientes linear e angular da reta apresentada pelo modelo e as retas construídas com dados experimentais.

Função	a (m/s)	b	R	$\Delta_A$ (%)
Modelo	3,24	0,78	1,00	0
mp = 30 g/min	4,39	0,87	1,00	11,53
mp = 50 g/min	2,22	0,83	1,00	6,41
mp=100 g/min	6,07	0,69	0,99	11,53

Onde: L é o coeficiente linear da reta;

A é o coeficiente angular da reta;

R é o coeficiente de confiabilidade existente entre a reta e os dados experimentais e

$\Delta_A$  é o modulo da diferença entre os coeficientes angulares experimentais e o modelo.

A Tabela 3 apresenta os resultados experimentais obtidos para a velocidade das partículas, para as vazões mássicas ensaiadas, e, adicionalmente, os valores teóricos calculados pelo modelo:

**Tabela 3.** Resultados experimentais e teóricos para a velocidade de partícula para as vazões mássicas de 30, 50 e 100 g/min.

	$V_{ar}$ (m/s)	$V_{cp}$ (m/s)	$V_{ep}$ (m/s)	dv (m/s)	$A_{ef}$ (%)
mp=30g/min	30	26,76	29,98	14,1	99,9
	50	42,20	46,64	10,5	93,3
	80	65,82	73,92	12,3	92,4
mp=50g/min	30	26,76	28,42	6,2	94,7
	50	42,2	45,12	6,9	90,2
	80	65,82	68,43	4,0	85,5
mp=100g/min	30	26,76	26,12	-2,4	87,1
	50	42,20	42,39	0,5	84,8
	80	65,82	60,1	-8,7	75,1

Onde:  $V_{ar}$  é a velocidade do ar  
 $V_{cp}$  é a velocidade calculada da partícula  
 $V_{ep}$  é a velocidade experimental da partícula  
 $dv$  é o desvio padrão  
 $A_{ef}$  é a eficiência de arraste

As diferenças entre os resultados experimentais e o modelo decorrem do fato de que o modelo não avalia a influência da vazão mássica de abrasivo na condição de arraste do gás e à possível interação entre as partículas.

## 5 CONCLUSÕES

O modelo matemático apresentou uma boa concordância em relação aos resultados experimentais, as variações máximas apresentadas foram de 11,54%, possibilitando a sua utilização na obtenção dos valores da velocidade da partícula para as condições de vazão mássica e velocidade do ar especificadas.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao FINEP/CTPETRO pelo apoio financeiro do presente trabalho.

## REFERÊNCIAS

- 1 Borges, P. C., Negrão, C. O. R., Fofano, S., Penteado, J. C., das Neves, J. C. K, Mafra, M., Serafim, C. L., Figueiredo, R. L. P. e de Oliveira, F. T., Estudos preliminares para projeto e construção de um erosímetro à alta temperatura – modelação e planejamento do experimento, 2º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - 2002, Universidade Federal da Paraíba.
- 2 Lindsley, B., Stein, K. e Marder, A. R., The design of high-temperature erosion apparatus for studying solid particle impact, Meas. Sci. Technol. 6 (1995) pp. 1169-1174.
- 3 Finnie, I., Erosion of surfaces by solid particles, Wear 3 (1960) pp. 87-103.
- 4 Ruff, A. W., Analysis of interlaboratory test results of solid particle impingement erosion, Wear, 108, (1986), pp. 323-335
- 5 Wood, R.J.K. e Wheeler D.W., Design and performance of a high velocity air-sand jet impingement erosion facility., Wear, 220 (1998), pp. 95-112
- 6 Stevenson, A.N.J. e Hutchings I.M., Scaling laws for particle velocity in the gas-blast erosion test, Wear, 181-183 (1995), pp. 56-62.
- 7 Lindsley, B.A. e Marder, A.R.; The effect of velocity on the solid particle erosion rate of alloys, Wear 225-229 (1999) pp. 510-516.
- 8 Zhang, Y. e Reese, J. M., Particle-gas turbulence interactions in a kinetic theory approach to granular flows, International Journal of Multiphase Flow, 27 (2001) pp. 1945-1964.
- 9 Doyle, P. A. e Levy, A. V., The elevated temperature erosion of 1100 aluminium by a gas – particle stream, Corrosion-erosion behavior of materials (1978) pp. 162-176.