

# INFLUÊNCIA DO TEMPO DE INCUBAÇÃO DE SEGUNDA FASE NO TAMANHO DE GRÃO POR MEIO DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL \*

*Felipe da Silva Siqueira<sup>1</sup>*  
*Mariana Sizenando Lyrio<sup>2</sup>*  
*Lucas Reis Martins<sup>1</sup>*  
*Francisco de Assis Diniz Cotrim<sup>1</sup>*  
*Júlia Mendes dos Santos<sup>1</sup>*  
*André Luiz Moraes Alves<sup>3</sup>*  
*Guilherme Dias da Fonseca<sup>3</sup>*  
*Wesley Luiz da Silva Assis<sup>4</sup>*  
*Paulo Rangel Rios<sup>4</sup>*

## Resumo

Grande parte das transformações de fase consideram o surgimento de apenas uma fase, entretanto, em alguns casos, podem surgir mais de uma fase. Nestes casos, as transformações podem iniciar-se no mesmo instante de tempo e ocorrer de forma simultânea, ou, uma transformação pode iniciar-se após decorrido um instante de tempo a partir do início da primeira, e assim, ocorrer de forma sequencial. O principal objetivo é avaliar a influência do tempo de incubação de uma segunda fase no tamanho de grão para o decorrer da transformação total. Em 2011, Rios e Villa criaram um modelo matematicamente exato para as transformações simultâneas e sequenciais. O modelamento exato permitiu avaliar grandezas como: fração volumétrica transformada, área interfacial por unidade de volume e caminho microestrutural. Além disso, com o auxílio da simulação computacional, foi possível avaliar as possíveis microestruturas. Constatou-se que a simulação computacional obteve boa concordância com o modelo matemático. A influência do tempo de incubação de segunda fase sob o tamanho dos grãos foi estudada em detalhes.

**Palavras-chave:** Transformação de Fase; Recristalização; Reação Simultânea; Reação Sequencial; Cone Causal; Nucleação Heterogênea.

## INFLUENCE OF THE SECOND PHASE INCUBATION TIME ON GRAIN SIZE THROUGH COMPUTER SIMULATION

### Abstract

Most of phase transformations consider the nucleation of only one phase, however in some cases more than one phase may appear. In this case, the transformations can start at same time and occur simultaneously, or a transformation can start after a moment has elapsed, so occur sequentially. The main objective is to evaluate the influence of the incubation time on the total transformation at grain size. In 2011, Rios and Villa created a mathematically accurate model for the simultaneous and sequential transformations. The accurate modeling allowed to quantify the mean volume fraction, the mean interfacial area density and microstructural path. Besides that, with computer simulation was possible to evaluate the potential microstructures. The computer simulation presented good agreement with mathematic model. The influence of the second phase incubation time on grain size was studied.

**Keywords:** Phase Transformation; Recrystallization; Simultaneous Reaction; Sequential Reaction; Causal Cone Method; Heterogeneous Nucleation.

- <sup>1</sup> Engenharia Metalúrgica, Graduando, estudante, Universidade Federal Fluminense, Núcleo de Modelamento Microestrutural, UFF-EEIMVR, Sala C87, Av. dos Trabalhadores, 420, CEP 27255-125, Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ, Brasil.
- <sup>2</sup> Engenharia Metalúrgica, Mestrando, estudante, Universidade Federal Fluminense, Núcleo de Modelamento Microestrutural, UFF-EEIMVR, Sala C87, Av. dos Trabalhadores, 420, CEP 27255-125, Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ, Brasil.
- <sup>3</sup> Engenharia Metalúrgica, Doutorando, estudante, Universidade Federal Fluminense, Núcleo de Modelamento Microestrutural, UFF-EEIMVR, Sala C87, Av. dos Trabalhadores, 420, CEP 27255-125, Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ, Brasil.
- <sup>4</sup> Engenharia Metalúrgica, Doutor, professor, Universidade Federal Fluminense, Núcleo de Modelamento Microestrutural, UFF-EEIMVR, Sala C87, Av. dos Trabalhadores, 420, CEP 27255-125, Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ, Brasil.

## 1 INTRODUÇÃO

As transformações de fase se iniciam com a formação de núcleos de uma nova fase que crescem até a completa transformação. Assim, pode-se dizer que uma transformação de fase se divide em duas etapas: nucleação e crescimento. O modelo de Johnson e Mehl[1], Kolmogorov[2] e Avrami[3], conhecido também por cinética formal de JMAK, é um dos modelos analíticos mais utilizados para o modelamento das transformações por nucleação e crescimento. O modelo considera a transformação de uma fase matriz, em uma nova fase obtendo-se assim uma medida global da cinética de transformação.

Grande parte das transformações de fase consideram o surgimento de apenas uma fase, entretanto, em alguns casos, podem surgir mais de uma fase. Quando as fases surgem ao mesmo tempo, denomina-se reação simultânea.

Uma transformação ainda mais geral pode ocorrer de maneira sequencial. As transformações de fase sequenciais ocorrem, por exemplo, quando uma nova fase surge em um determinado tempo e posteriormente há o surgimento de uma outra fase, distinta da primeira. Um exemplo de transformação sequencial pode ser obtido na produção do aço. Considerando um resfriamento, a austenita é decomposta em ferrita e à medida que a concentração de carbono em solução na austenita aumenta, inicia-se a formação da perlita. Assim, há uma sequência de transformações.

Em 2011, Rios e Villa[4] criaram um modelo matematicamente exato para as transformações simultâneas e sequenciais. O modelamento exato permitiu avaliar grandezas como: fração volumétrica transformada, área interfacial por unidade de volume e caminho microestrutural. Porém, para uma avaliação da possível microestrutura que essas transformações podem gerar, faz-se o uso das simulações computacionais.

Nesse trabalho adotou-se uma simulação em 3D pelo método do cone causal de transformações sequenciais. Como foi dito anteriormente essas transformações se caracterizam por uma fase 2 surgindo em um tempo posterior ao surgimento da fase 1. Chamaremos esse “atraso” do surgimento da fase 2 de tempo de incubação da fase 2. O principal objetivo então é se avaliar a influência do tempo de incubação da fase 2 para o decorrer da transformação total. Todas as simulações foram comparadas com o modelo analítico de Rios e Villa[4] assim foi possível assegurar que as simulações corroboram com o modelo matemático. Tendo em vista que as simulações ocorrem como o previsto, foi possível gerar as possíveis microestruturas dos diferentes casos estudados.

Uma particularidade da simulação adotada nesse trabalho é que em transformações de nucleação e crescimento, devido ao fenômeno da nucleação heterogênea[5], é sabido que a localização preferencial para os sítios de nucleação está nos contornos de grão, ou seja, nas faces, arestas e vértices dos grãos. Casos nos quais as reações simultâneas e sequenciais ocorreram numa matriz em branco, foram objetos de estudo em um trabalho recente[6].

Assim, com a finalidade de tornar a simulação mais fiel a realidade, fez-se uso de uma microestrutura simulada inicial, que denominaremos de matriz base. A partir dessa microestrutura inicial, realizou-se as transformações simultâneas e sequenciais onde os núcleos da fase 1 foram localizados nos contornos de grão da matriz base e os núcleos da fase 2 foram localizados no interior dos grãos da matriz base. A matriz base (microestrutura simulada inicial) consiste na verdade de poliedros de Voronoi, porém para todos os efeitos nesse trabalho os poliedros de Voronoi serão chamados de grãos.

## 2 MODELOS ANÁLITICOS

### 2.1 JMAK

O modelo JMAK[1–3] considera o crescimento de apenas uma fase ocorrendo de maneira independente e foi utilizado para comparar com os resultados da simulação da matriz base. Para o caso particular, considerou-se que as regiões transformadas possuem formato esférico. A nucleação se deu por saturação de sítios, ou seja, todos os núcleos surgem no início da transformação ( $t = 0$ ) distribuídos aleatoriamente com determinado número de núcleos por unidade de volume,  $N_V$ . E que a velocidade de avanço das interfaces,  $G$ , seja constante. Tem-se a seguinte equação para a fração volumétrica transformada:

$$V_V(t) = 1 - \exp\left(-\frac{4\pi}{3} N_V G^3 t^3\right) \quad (1)$$

A quantidade de área interfacial entre material transformado e não transformado por unidade de volume,  $S_V$ , pode ser encontrada pela Equação 2.

$$S_V(t) = 4\pi N_V G^2 t^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3} N_V G^3 t^3\right) \quad (2)$$

### 2.2 Reações Simultâneas

Baseando-se em Rios e Villa[4], para o caso particular abordado nesse trabalho, em que ocorrem duas transformações simultâneas, 1 e 2. A fase 1 e a fase 2 surgem no mesmo instante de tempo  $t$ . A nucleação é por saturação de sítios, ou seja, todos os núcleos surgem no início da transformação em ambas as fases. Os núcleos da fase 1 estão localizados aleatoriamente nos contornos de grão da matriz base e os núcleos da fase 2 estão distribuídos aleatoriamente no interior dos grãos da matriz base. Sendo o número de núcleos por unidade de volume,  $N_{V1}$  e  $N_{V2}$  para as fases 1 e 2, respectivamente. As velocidades de avanço das interfaces de cada fase são constantes,  $G_1$  e  $G_2$ . Assim, para esse caso particular, a fração volumétrica teórica da fase 1 pode ser estimada de acordo com Equação 3.

$$V_{V1}(t) = 1 - \exp\left(-\frac{4\pi}{3} N_{V1} G_1^3 t^3\right) \quad (3)$$

Nota-se que a Equação 3 se assemelha a Equação 1. Para a fase 2, basta trocar os índices de 1 para 2. A fração volumétrica teórica total é dada pela Equação 4.

$$V_V(t) = 1 - \exp\left[-\frac{4\pi}{3} (N_{V1} G_1^3 + N_{V2} G_2^3) t^3\right] \quad (4)$$

O conceito teórico abordado por Rios e Villa[4] não considera o efeito do “impingement” provocado pela outra fase, ou seja, quando se trata da fase 1, considera-se como se somente ela esteja transformando sozinha e a fase 2 não causará nenhum efeito. Porém na prática, sabe-se que isso não acontece. Assim, o conceito experimental leva em consideração o efeito de outra reação sobre aquela em questão. Logo, a fração volumétrica experimental,  $V_V^*$ , é estimada pela Equação 5.

$$V_{V1}^*(t) = \frac{N_{V1} G_1^3}{N_{V1} G_1^3 + N_{V2} G_2^3} V_V(t) \quad (5)$$

Uma expressão análoga pode ser obtida para  $V_{V2}^*$  substituindo o dividendo da Equação 5 para parâmetros da fase 2. A fração volumétrica experimental total,  $V_V^*$ , pode ser calculada, somando-se os valores correspondentes das duas fases, como mostra a Equação 6.

$$V_V^*(t) = V_{V1}^*(t) + V_{V2}^*(t) \quad (6)$$

Analogamente a Equação 4, a área interfacial teórica total entre material transformado e não transformado por unidade de volume,  $S_V$ , é dada pela Equação 7.

$$S_V(t) = 4\pi(N_{V1}G_1^2 + N_{V1}G_1^2)t^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}(N_{V1}G_1^2 + N_{V1}G_1^2)t^3\right) \quad (7)$$

Para valores experimentais dessa grandeza, temos  $S_{V1}^*$ , que é mostrado na Equação 8.

$$S_{V1}^*(t) = \frac{N_{V1}G_1^3}{N_{V1}G_1^3 + N_{V2}G_2^3} S_V(t) \quad (8)$$

Para o cálculo de  $S_{V2}^*$ , basta substituir os parâmetros do dividendo da Equação 8, para a fase 2. A obtenção da quantidade total de área interfacial experimental entre material recristalizado e não recristalizado por unidade de volume  $S_V^*$  pode ser encontrada semelhantemente à Equação 6.

### 2.3 Reações Sequenciais

Novamente baseando-se em Rios e Villa[4], para o caso particular abordado nesse trabalho, em que há duas transformações sequenciais 1 e 2. A fase 1 inicia-se no tempo  $t_1$  e a fase 2 inicia-se no tempo  $t_2$ , sendo  $t_2 > t_1$ . A nucleação é por saturação de sítios, os núcleos da fase 1 estão localizados aleatoriamente nos contornos de grão da matriz base e os núcleos da fase 2 estão distribuídos aleatoriamente no interior dos grãos da matriz base. Sendo o número de núcleos por unidade de volume  $N_{V1}$  e  $N_{V2}$  para as fases 1 e 2, respectivamente. As velocidades de crescimento são constantes,  $G_1$  e  $G_2$ . As equações empregadas foram extraídas do modelo analítico exato. Essas equações foram utilizadas como parâmetro de comparação para a simulação.

Considerando  $V_V^*$  como a fração volumétrica experimental e  $S_V^*$  a quantidade de área interfacial experimental entre material transformado e não transformado por unidade de volume, além dos índices 1 e 2, correspondendo a fase 1 e a fase 2, respectivamente, tem-se para  $t < t_2$  as Equações 9-12.

$$V_{V1}^*(t) = \int_0^t 4\pi N_{V1}G_1^3 S^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}N_{V1}G_1^3 S^3\right) ds \quad (9)$$

$$V_{V2}^*(t) = 0 \quad (10)$$

$$S_{V1}^*(t) = 4\pi N_{V1}G_1^2 t^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}N_{V1}G_1^2 t^3\right) \quad (11)$$

$$S_{V2}^*(t) = 0 \quad (12)$$

A fração volumétrica experimental e a quantidade de área interfacial por unidade de volume da reação total para  $t < t_2$ , pode ser obtida através das equações 13 e 14.

$$V_V^*(t) = V_{V1}^*(t) + V_{V2}^*(t) \quad (13)$$

$$S_V^*(t) = S_{V1}^*(t) + S_{V2}^*(t) \quad (14)$$

Já para  $t > t_2$ , tem-se as Equações 15-18

$$V_{V12}^*(t) = \int_t^{t_2} 4\pi N_{V1}G_1^3 s^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}(N_{V1}G_1^3 s^3 + N_{V2}G_2^3(s - s^2)^3)\right) ds \quad (15)$$

$$V_{V22}^*(t) = \int_t^{t_2} 4\pi N_{V2}G_2^3 (s - s^2)^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}(N_{V1}G_1^3 s^3 + N_{V2}G_2^3(s - s^2)^3)\right) ds \quad (16)$$

$$S_{V12}^*(t) = 4\pi N_{V1}G_1^2 t^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}(N_{V1}G_1^2 t^3 + N_{V2}G_2^3(t - t^2)^3)\right) \quad (17)$$

$$S_{V22}^*(t) = 4\pi N_{V2}G_2^2 (t - t^2)^2 \exp\left(-\frac{4\pi}{3}(N_{V1}G_1^2 t^3 + N_{V2}G_2^3(t - t^2)^3)\right) \quad (18)$$

A fração volumétrica experimental e quantidade de área interfacial por unidade de volume da reação total para  $t > t_2$ , pode ser obtida através das equações 19 e 20:

$$V_V^*(t) = V_{V12}^*(t) + V_{V22}^*(t) \quad (19)$$

$$S_V^*(t) = S_{V12}^*(t) + S_{V22}^*(t) \quad (20)$$

Em todos os casos acima citados, o caminho microestrutural pode ser estimado realizando-se uma plotagem paramétrica entre as equações de  $S_V$  e  $V_V$ , assim o caminho microestrutural toma a forma de  $S_V$  em função de  $V_V$ .

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Fez-se uso de um programa computacional escrito em linguagem Fortran 2003 e compilado pelo Microsoft Visual Studio 2012 ®. Utilizou-se paralelização em Open MP. A visualização das microestruturas transformadas foi realizada com o programa Tecplot 360 ®, os gráficos foram construídos com o auxílio do programa WolframMathematica 10 ®.

Utilizou-se o Método Cone Causal para a simulação das transformações simultâneas e sequenciais. As simulações foram realizadas em uma matriz cúbica de 300x300x300 células cuja célula unitária equivale a  $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ . Aplicou-se condição de contorno periódica em todos os casos a fim de se obter um volume de controle semiinfinito. Para a construção da matriz base foram utilizados 3376 núcleos,  $N_0 = 3376$ . Adotou-se esse  $N_0$  a fim de se obter um tamanho de grão médio de 20  $\mu\text{m}$ . Para as simulações simultâneas e sequenciais considerou-se duas fases com as quantidades de núcleos iniciais iguais,  $N_1 = N_2 = 0.5N_0$  e velocidades de avanço de interface,  $G_1$  e  $G_2$ , constantes e iguais. Como mencionado anteriormente a nucleação de ambas as fases ocorreu de tal maneira que os núcleos da fase 1 foram localizados nos contornos de grão da matriz base e os núcleos da fase 2 foram localizados no interior dos grãos da matriz base.

Com o objetivo de se estudar qual a influência do tempo de incubação para o surgimento de uma segunda fase, por conveniência à simulação, adotou-se um tempo de incubação baseado na fração volumétrica da fase 1, que inicia primeiro no tempo  $t = 0$ . Logo, quando a fase 1 atingiu o volume determinado, ocorreu o surgimento da fase 2. Assim para as reações simultâneas e sequenciais, foram estudados casos com os seguintes tempos de incubação para o surgimento da fase 2:  $V_{V1} = 0\%$  (simultânea),  $V_{V1} = 1\%$ ,  $V_{V1} = 5\%$ ,  $V_{V1} = 10\%$ ,  $V_{V1} = 30\%$  e  $V_{V1} = 50\%$ .

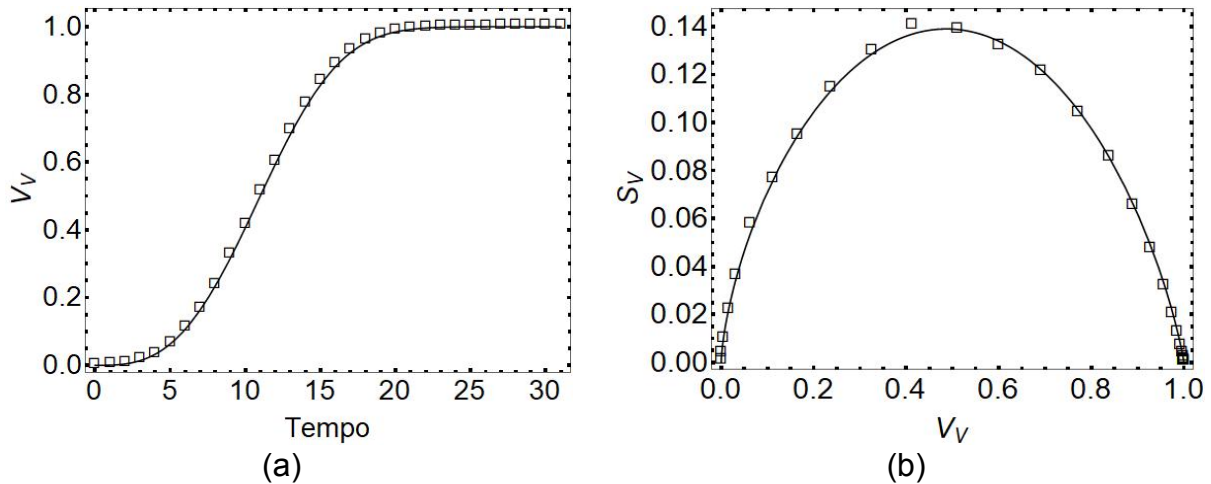
## 4 RESULTADOS

### 4.1 Matriz Base

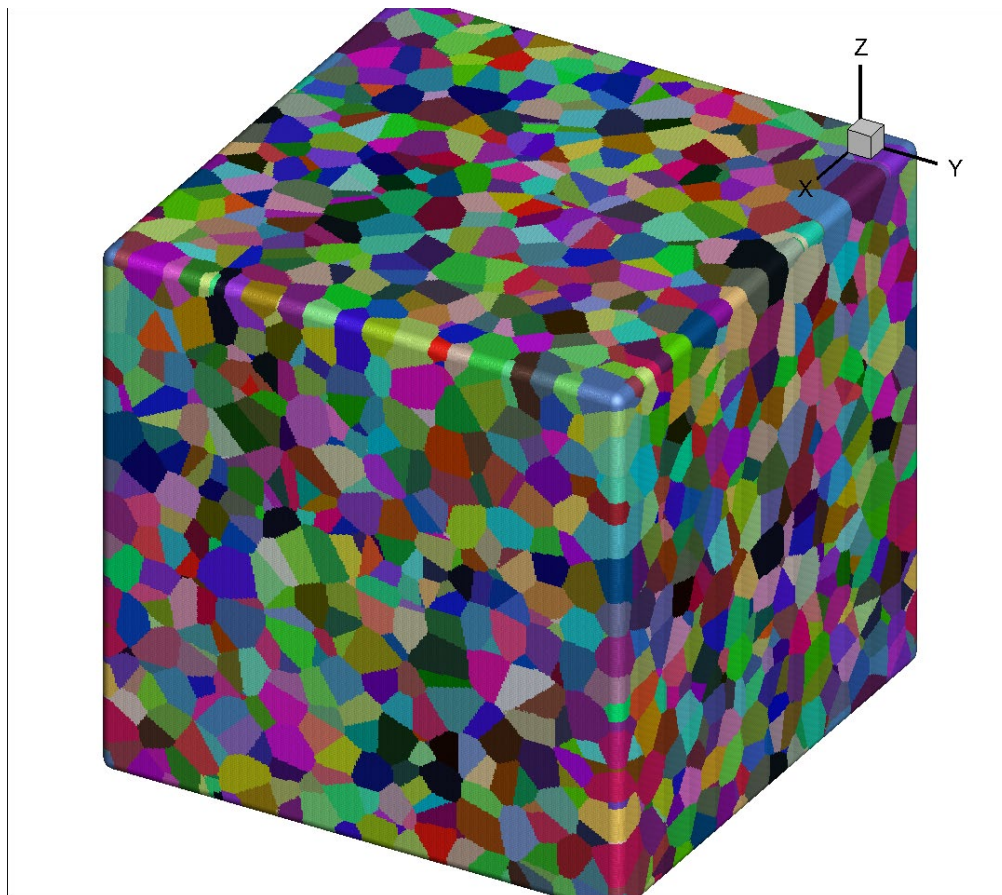
A Figura 1 apresenta os resultados da simulação da microestrutura base com  $N_0 = 3376$ . Os dados da simulação são representados por pontos e o modelo de JMAK[1–3] é representado por linha sólida. Observa-se que a simulação obteve uma boa concordância com o modelo analítico de JMAK[1–3]. A fim de não sobrecarregar os gráficos, nem todos os pontos de simulação são mostrados nesse trabalho.

Figura 2 apresenta a microestrutura da matriz base completamente transformada. Nota-se a existência de grãos refinados e equiaxiais.





**Figura 1.** Resultados da microestrutura base com  $N_0 = 3376$ . (a)  $V_V$  versus Tempo. (b) Caminho Microestrutural



**Figura 2.** Construção da matriz base, transformação de uma fase com  $N_0 = 3376$  núcleos. Matriz com 100% de Transformação.

#### 4.2 Reações Sequenciais e Simultâneas

Na Figura 3 são apresentadas a evolução da cinética das transformações para os casos estudados. Novamente os dados da simulação são representados por pontos e o modelo de Rios e Villa[4] é representado por linhas. A Figura 3a apresenta boa concordância com o modelo de reações simultâneas, mesmo a nucleação da fase 1 ocorrendo nos contornos de grão da matriz base. Vale se destacar que o modelo de

Rios e Villa[4] leva em consideração que os núcleos sejam independentes e uniformemente distribuídos. No entanto, ao impormos a condição de nucleação nos contornos de grão da matriz base fugimos da condição dos núcleos serem uniformemente distribuídos, porém ainda assim nota-se que o modelo continua válido para o modelamento dessas transformações. No restante dos casos (Figuras 3b-f) tem-se a situação das transformações sequenciais, nota-se também uma boa concordância com o modelo de Rios e Villa[4].

Vale ressaltar que, para todos os casos, o coeficiente de correlação  $R^2$  entre os resultados da simulação e modelo matemático foi maior que 0,98. Alves *et. al.* [6] também constatou que as simulações sequenciais obtiveram boa concordância com o modelo exato, porém em seu trabalho nenhuma imposição sobre o posicionamento dos núcleos foi feita.

O caminho microestrutural,  $S_V$  versus  $V_V$ , é mostrado na Figura 4. Da mesma forma, os dados da simulação são representados por pontos e o modelo de Rios e Villa[4] é representado por linhas. Nota-se que o caminho microestrutural é pouco influenciado pela nucleação heterogênea da fase 1, ou seja, nucleação da fase 1 localizada nos contornos de grão. Observa-se, portanto, boa concordância entre simulação e modelo analítico de Rios e Villa[4].

Na Figura 5 são mostradas as microestruturas em 3D de cada caso estudado, onde os grãos escuros representam a fase 1 e os grãos claros, a fase 2. Nota-se uma evidente diminuição da quantidade de grãos da fase 2 conforme se aumenta o tempo de incubação desta fase. Além disso, na Figura 5f, os grãos da fase 2 estão ligeiramente menores que os grãos de mesma fase na Figura 5a. Esse fato já era esperado, uma vez que quanto maior o  $V_{V1}$  para a nucleação da fase 2, maior é o predomínio da fase 1.

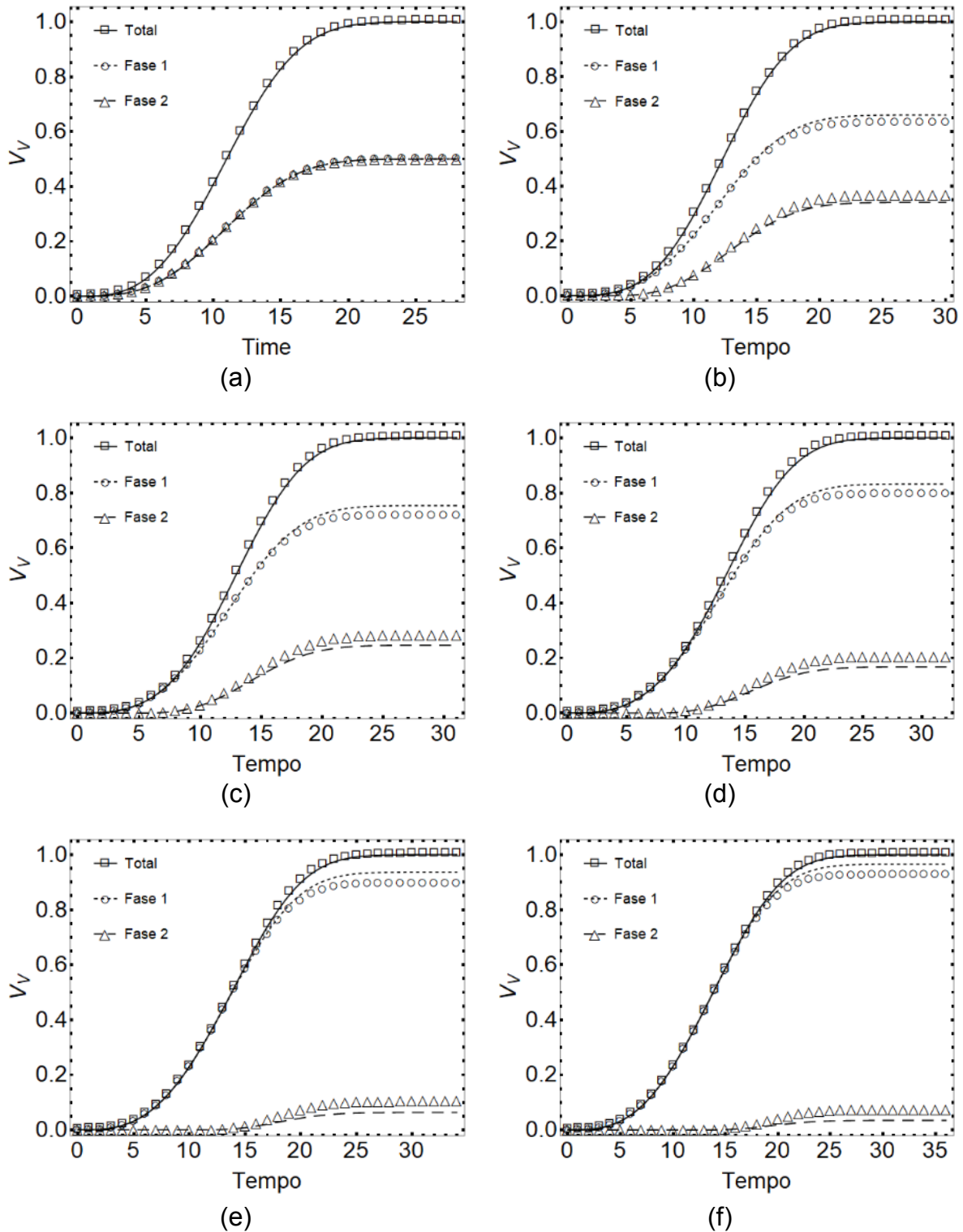
A Figura 6a apresenta o tamanho médio dos grãos ao final de cada simulação em cada caso, em forma de volume, em relação ao tempo de incubação para a nucleação da fase 2, ou seja, o  $V_{V1}$  adotado. Já a Figura 6b mostra o raio médio final em relação ao tempo de incubação. Todos os dados da Figura 6 são provenientes da simulação.

É importante ressaltar que o raio médio dos grãos foi obtido a partir do volume médio dos grãos realizando uma aproximação de modo que todos os grãos sejam esféricos. Note que na Figura 6a as curvas de cada fase se mostram simétricas. Isso ocorreu, pois, a densidade de núcleos foi igual para ambas as fases. O mesmo não é possível observar na Figura 6b, onde o efeito da raiz cúbica sob o volume dos grãos acentua a inclinação da curva da fase 2 e reduz a inclinação da curva da fase 1.

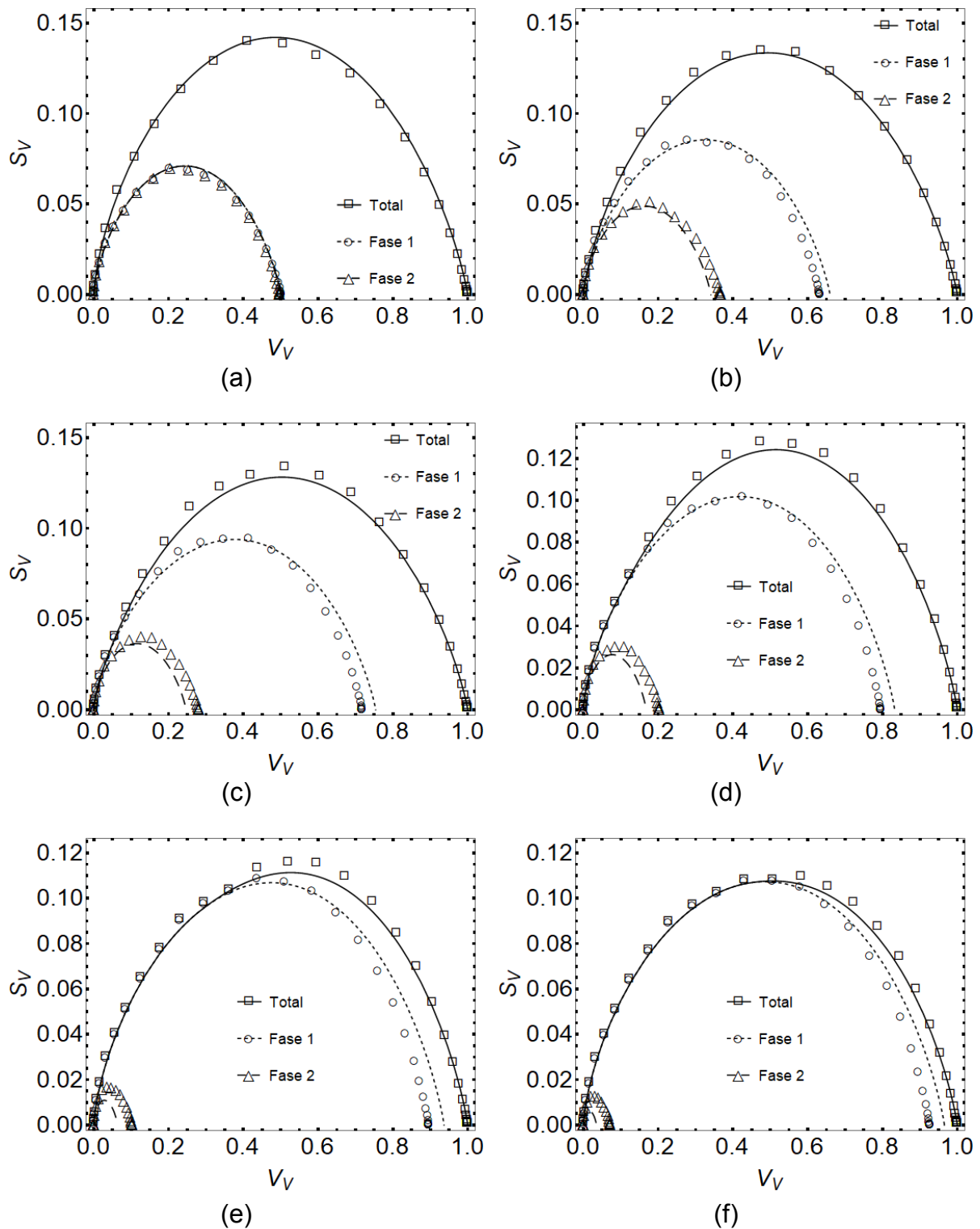
Portanto, o efeito do tempo de incubação da fase 2 se mostra mais evidente no raio médio dos grãos do que no volume médio dos grãos.

Nota-se na Figura 6 que, tanto o volume total como o raio total permanecem constantes em relação ao tempo de incubação da fase 2. Isto ocorreu, pois, a densidade de núcleos também foi constante em todos os casos estudados. Logo, o tamanho médio total dos grãos não foi influenciado pela variação do tempo de incubação da fase 2.

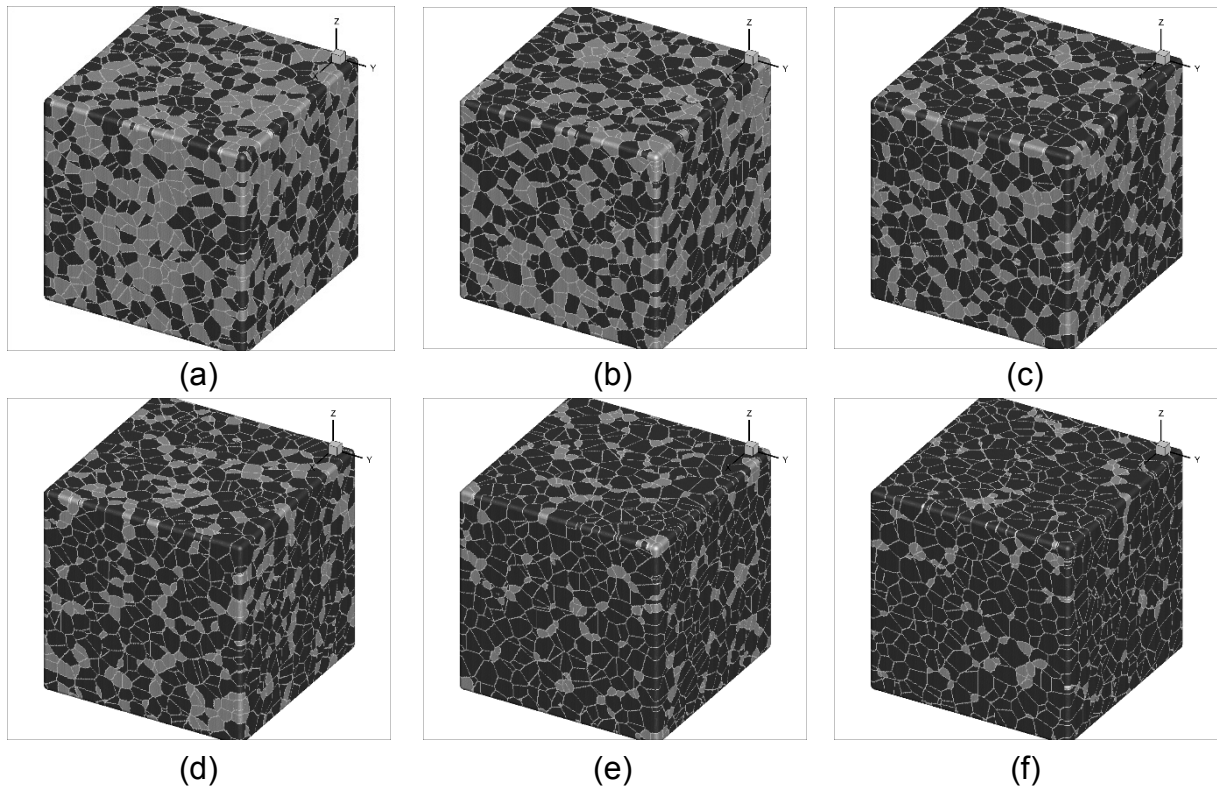




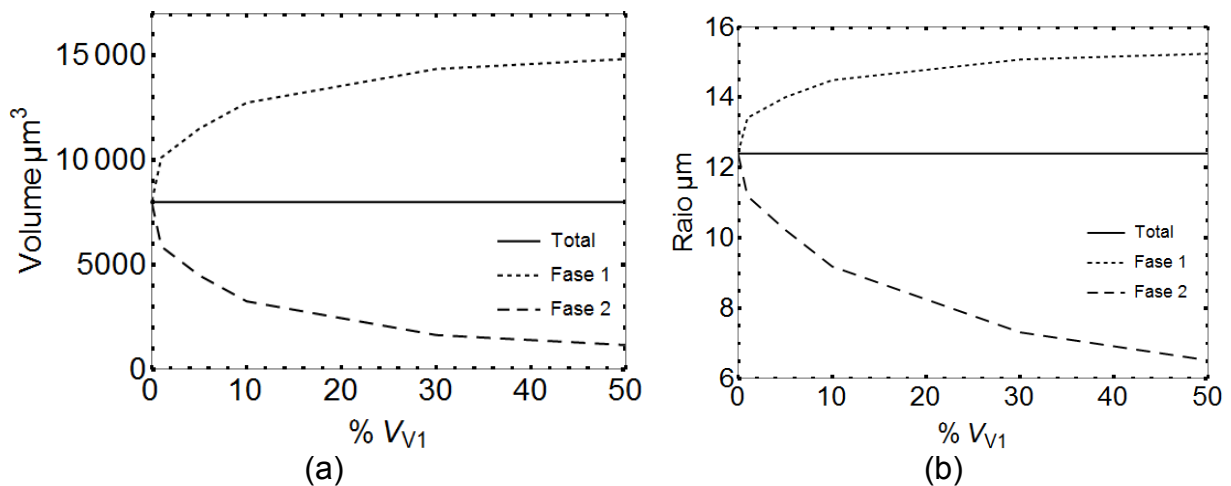
**Figura 3.**  $V_v$  versus Tempo. (a) Fase 2 nucleada quando  $V_{v1} = 0\%$  - Simultânea. (b) Fase 2 nucleada quando  $V_{v1} = 1\%$ . (c) Fase 2 nucleada quando  $V_{v1} = 5\%$ . (d) Fase 2 nucleada quando  $V_{v1} = 10\%$ . (e) Fase 2 nucleada quando  $V_{v1} = 30\%$ . (e) Fase 2 nucleada quando  $V_{v1} = 50\%$ .



**Figura 4.** Caminho Microestrutural. (a) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 0\%$  - Simultânea. (b) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 1\%$ . (c) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 5\%$ . (d) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 10\%$ . (e) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 30\%$ . (e) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 50\%$ .



**Figura 5.** Microestruturas 100% transformadas em 3D. (a) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 0\%$  - Simultânea. (b) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 1\%$ . (c) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 5\%$ . (d) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 10\%$ . (e) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 30\%$ . (f) Fase 2 nucleada quando  $V_{V1} = 50\%$ .



**Figura 6.** (a) Tamanho médio dos grãos em função do tempo de incubação. (b) Raio médio dos grãos em função do tempo de incubação.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi possível avaliar a influência do tempo de incubação de segunda fase no tamanho de grão e comparar os resultados obtidos através da simulação

computacional com o modelo matemático exato de Rios e Villa[4]. As principais conclusões são:

- A matriz base foi obtida em concordância com o modelo analítico de JMAK[1–3], obtendo grãos equiaxiais.
- O modelo de Rios e Villa[4] se mantém válido para o caso estudado, no qual os núcleos da fase 1 não são distribuídos uniformemente em todo o espaço, mas sim em sítios preferenciais de nucleação, no caso, os contornos de grão.
- Quanto maior o tempo de incubação da fase 2 maior é predomínio da fase 1.
- O raio médio de grão das fases sofre uma maior influência da variação do tempo de incubação da fase 2 do que o volume médio.
- O tamanho médio total dos grãos permanece constante, mesmo variando o tempo de incubação da fase 2.

### Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) pelo suporte financeiro.

### REFERÊNCIAS

- [1] Johnson WA, Mehl RF. Reaction kinetics in processes of nucleation and growth. *Trans Metall Soc AIME* 1939;135:416–41.
- [2] Kolmogorov AN. On the statistical theory of metal crystallization. *Isvetiia Acad Nauk SSSR-Seriia Mat* 1937;1:335–59.
- [3] Avrami M. Kinetics of phase change. I: General theory. *J Chem Phys* 1939;7:1103–12. doi:10.1063/1.1750380.
- [4] Rios PR, Villa E. Simultaneous and sequential transformations. *Acta Mater* 2011;59:1632–43. doi:10.1016/j.actamat.2010.11.030.
- [5] Rios PR, Padilha AF. *Transformações de Fase*. Artliber; 2007.
- [6] Alves ALM, Assis WLS, Rios PR. Computer simulation of sequential transformations. *Acta Mater* 2017;126:451–68. doi:10.1016/j.actamat.2016.12.068.