

INFLUÊNCIA NUMÉRICA DA IMPEDÂNCIA DE INTERFACE NO PROCESSO ERW, BASEADA EM UM MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DE TEMPERATURA*

Sergio Cordero Calvimontes¹
Rafaella Martins Ribeiro²

Resumo

Através de um processo de simplificação do problema que envolve a soldagem ERW, se cria um modelo matemático implementado computacionalmente na plataforma Octave®, para estudar o comportamento eletrotérmico do sistema frente as variações da impedância de interface. Se descreve matematicamente um domínio eficaz dos valores aleatórios de dita impedância, e se inferem algumas simplificações potenciais.

Palavras-chave: Modelo matemático; ERW; Impedância de Interface; Octave®.

NUMERICAL INFLUENCE OF INTERFACE IMPEDANCE IN ERW PROCESS, BASED IN A TEMPERATURE PROFILE MATHEMATICAL MODEL

Abstract

Using a problem simplification process involving Electric Resistance Welding, a mathematical model is created and implemented on the Octave® platform, in order to study the electro-thermic behavior of the system in front of interface impedance variations. An effective domain of random values of that impedance is mathematically described, and some potential simplifications are inferred.

Keywords: Mathematical modeling; ERW; Interface Impedance; Octave®.

¹ Engenharia Mecatrônica, Doutorando, Laboratório de Propriedades Mecânicas, PEMM, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ Brasil.

² Engenheira Metalúrgica, Doutora, Professora do Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais – COPPE / UFRJ, RJ, Brasil.

1 INTRODUÇÃO

O processo de soldagem por resistência elétrica (*Electric Resistance Welding*, ERW) tem a característica de ser automatizável, permitindo alta produtividade na maioria das variantes do processo [1]. Holisticamente, o processo ERW pode ser representado aplicando uma desagregação tecnológica (*Technological Disaggregation*, TD) para simplificar a abordagem do problema como mostra a Figura 1:

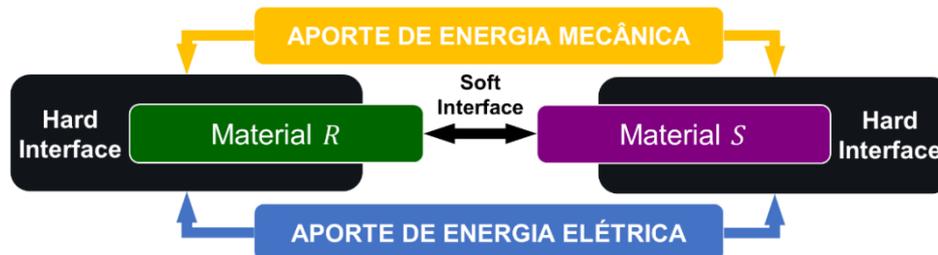


Figura 1. Conceitualização genérica do processo de soldagem ERW.

Segundo a Figura 1, um sistema genérico ERW possui os circuitos mecânico e elétrico superpostos aportando energia. O aporte elétrico aquece a peça predominantemente pelo efeito *Joule* e o aporte mecânico termina a soldagem pressionando uma peça contra a outra. Este processo é genérico para todas as variantes do ERW [2].

A interface dura (*Hard Interface*) é a impedância de contato entre o material e seu respectivo eletrodo, cujo valor numérico depende da pressão que o eletrodo aplica no material, da qualidade das superfícies de contato e das propriedades elétricas da liga do eletrodo (liga de cobre); normalmente esta variável recebe o nome de Resistência de Contato [3]. A determinação do valor numérico de esta variável tem sido motivo de estudo de vários pesquisadores e existe ampla literatura sobre o tema, no presente trabalho não se estuda esta variável.

A Impedância de Interface, ou interface macia (*Soft Interface*), a diferença do que na interface dura, possui natureza instável por causa de uma impedância que representa arcos elétricos e material sobre-saturado eletricamente, que normalmente é expelido pelos campos magnéticos gerados entre as superfícies de contato material-material [4]. Determinar um modelo matemático do valor numérico desta interface é um problema de alta complexidade, o qual é abordado no presente trabalho; este valor é predominantemente dependente do aporte de energia elétrica, e o aporte de energia mecânica pode ser desprezível [5].

A Figura 2 modifica a Figura 1 para apresentar as impedâncias de contato e interface:

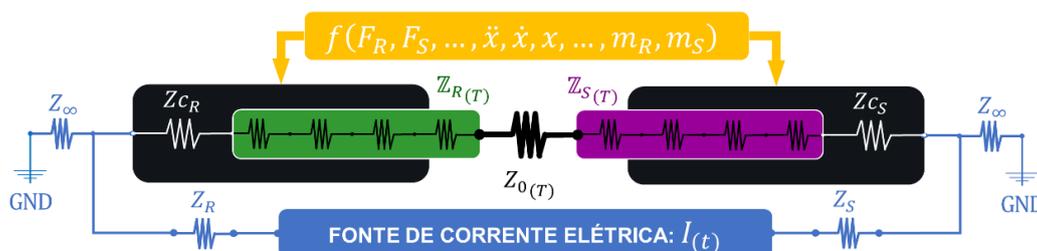


Figura 2. Esquematização do circuito elétrico genérico no processo de soldagem ERW.

Toda variante do processo ERW possui uma fonte de corrente elétrica ($I(t)$) que atravessa o circuito aquecendo o sistema em pontos específicos: na Figura 2, os pontos de maior aquecimento são os Arranjos de Impedâncias dos materiais R e S ,

(Z_R) e (Z_S) respectivamente (Arranjos não necessariamente lineares o unidimensionais), e a Impedância de interface (Z_0), a qual é o motivo do estudo do presente trabalho. O valor numérico de estas impedâncias é dependente do perfil de temperatura.

Como foi mencionado anteriormente, o valor numérico das Impedâncias de contato R e S , (Z_{c_R}) e (Z_{c_S}) respectivamente, não são estudados neste trabalho adotando valores padrão. A Figura 2 também mostra as impedâncias dos condutores elétricos que conetam a fonte de energia elétrica com os eletrodos (Z_R e Z_S) e as impedâncias de isolamento do circuito ($Z_{R\infty} \sim Z_{S\infty} \sim Z_{\infty}$), estes valores não são desconsiderados no modelo matemático mas, praticamente são variáveis em estado estável [2].

O objetivo do presente trabalho é quantificar a influência numérica que tem a impedância de interface no perfil de temperatura resultante, para diferentes valores de corrente elétrica em um sistema pre-definido generalizado para todas as variantes ERW. É necessário um modelo matemático que descreva o comportamento térmico em função de Z_0 e $I(t)$. Desconsidera-se o aporte de energia mecânica pois o valor de Z_0 de interesse está na etapa prévia ao recalque, já na aplicação de pressão entre as peças R e S , Z_0 passa a ser uma impedância do tipo *hard* [5].

Estudar a influência numérica da impedância de interface para um sistema dado se justifica pelo fato da grande complexidade de calcular o valor de Z_0 se este for uma variável dependente da corrente elétrica ou a temperatura. Tornando Z_0 independente do sistema, e definindo um domínio de aplicação prática, é possível nuclear um critério de modelagem, objetivando simplificar e acelerar a simulação computacional de processos de soldagem ERW.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Materiais e métodos

O modelo matemático baseia-se na equação diferencial não homogênea da condução de calor, aplicada a um sistema cartesiano, como se mostra na Equação 1 a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-K_{x(T)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-K_{y(T)} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-K_{z(T)} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + g_{(t)} = \rho_{(T)} C_{p(T)} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Nesta equação de governo os coeficientes não são constantes, representando as não linearidades das propriedades térmicas dos materiais R e S : Condutividade térmica (K), Densidade (ρ) e Calor específico (C_p). O forçamento (g) é maior do que zero [2].

O problema pode ser planteado para materiais R e S anisotrópicos, mas por causa da generalização de um processo ERW o modelo não pode ser bi nem tridimensional, pois uma geometria específica teria que ser definida. A Equação 2 modifica a Equação 1 para um caso unidimensional isotrópico, expressando dependências tempo-espaco:

$$\rho_{(T)} C_{p(T)} \frac{\partial}{\partial t} T_{(x,t)} = g_{(x,t)} + K_{(T)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_{(x,t)} + \frac{\partial}{\partial x} T_{(x,t)} \frac{\partial}{\partial x} K_{(A)} \quad \leftarrow \quad g_{(x,t)} \neq 0 \quad (2)$$

A Equação 2 modela o comportamento térmico dos materiais R e S por separado. Não existindo uma solução analítica implementa-se o método das diferenças finitas centradas para resolver o sistema. A discretização espacial da Equação 2 é feita levando em consideração uma distância diferencial (Δx) igual para ambos materiais

e constante em todo o domínio espacial de cada material; isto significa que efeitos como a expansão térmica dos materiais e tensões residuais deveram ser calculados em um pós processamento de dados, o qual foje do escopo do presente trabalho, sendo o perfil de temperatura independente dos efeitos citados. A discretização temporal aplica um tempo diferencial (Δt) constante em todo o domínio do tempo de simulação.

Para evitar conflitos com os sinais dos termos de fluxo de calor, na hora de fazer um balanço para aplicar condições de contorno na interface, por convenção se define o material com maior temperatura de fusão sempre à esquerda (material R) [2].

A Equação 3 vetoriza a Equação 2 e define o domínio da geração de calor:

$$\left(\mathbf{I}_{n \times n} \cdot \mathbf{D}_{(t)_{i_{n \times 1}}} \right)_{n \times n} \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{(t)_{i_{n \times 1}}} = \mathbf{g}_{(t)_{i_{n \times 1}}} + \mathbf{TL}_{(t)_{i_{n \times 1}}} + \mathbf{TNL}_{(t)_{i_{n \times 1}}} \quad (3)$$

Onde i é o índice de diferença finita com domínio: $(i - 1)[i, i + 1, \dots, n - 1, n](n + 1)$, sendo um índice diferente por cada material. Os subscritos $n \times 1$ e $n \times n$ indicam as dimensões do tensor, onde n é quantidade de diferenças finitas por cada material. O termo \mathbf{D} é o produto do calor específico e densidade também discretizadas e vetorizadas (ρC_p), e \mathbf{TN} e \mathbf{TNL} são os Termos Lineares e Termos Não Lineares respetivamente. O termo \mathbf{I} é uma matriz identidade que diagonaliza \mathbf{D} (podendo outro método de diagonalização ser aplicado) e o simbolo \cdot denota produto escalar. O termo \mathbf{T} é a temperatura a calcular. Note-se que as impedâncias da Figura 2 estão inseridas no termo de geração de calor, e a impedância de interface atúa como condição de contorno transitória em $i = 0$. O domínio de \mathbf{g} pode ser descrito pela Equação (4) [2]:

$$\mathbf{G}_{(x,t)}[W] = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{g}_{(x,t)} d\mathcal{V} \quad \dots \quad \mathbf{g}_{(x,t)} \left[\frac{W}{m^3} \right] = \begin{cases} n > r|s & \rightarrow 0 \\ n \leq r|s & \rightarrow \mathbf{g}_{(t)} \end{cases} \quad (4)$$

Onde r e s definem os pontos onde são aplicados os eletrodos da peça R e S respetivamente; note-se que a geração de calor interno por meios elétricos só existe entre o ponto r e ponto s passando pelas impedâncias \mathbb{Z}_R , Z_0 e \mathbb{Z}_S . Os termos lineares e termos não lineares são definidos pela Equação 5 e 6 respetivamente [2]:

$$\mathbf{TL} = \left(\mathbf{I}_{n \times n} \cdot \mathbf{K}_{(t)_{i_{n \times 1}}} \right)_{n \times n} \left(\mathbf{V}_{n \times n} \mathbf{T}_{(t)_{i_{n \times 1}}} + \mathbf{v}_{n \times 1} \right)_{n \times 1} \quad (5)$$

$$\mathbf{TNL} = \left[\mathbf{I}_{n \times n} \cdot \left(\mathbf{W}_{n \times n} \mathbf{K}_{(t)_{i_{n \times 1}}} + \mathbf{c}_{n \times 1} \right)_{n \times 1} \right]_{n \times n} \left(\mathbf{W}_{n \times n} \mathbf{T}_{(t)_{i_{n \times 1}}} + \mathbf{w}_{n \times 1} \right)_{n \times 1} \quad (6)$$

Onde \mathbf{V} e \mathbf{W} são matrizes de estabilidade calculadas previamente [2][6]. Os termos \mathbf{v} , e \mathbf{w} são temperaturas condição de contorno não transitórias, e o termo \mathbf{c} é o valor da condutividade térmica nas condições de contorno ($\mathbf{w} = f(\mathbf{v})$ e $\mathbf{c} = f(\mathbf{v})$) [6].

Aplicando a discretização temporal na Equação 3, o perfil de temperatura resultado pode ser aproximado pela relação expresada na Equação 7 [2]:

$$\mathbf{T}_{(t+\Delta t)_{i_{n \times 1}}} \approx \Delta t \left(\mathbf{I}_{n \times n} \cdot \mathbf{D}_{(t)_{i_{n \times 1}}} \right)_{n \times n}^{-1} \left(\mathbf{g}_{(t)_i} + \mathbf{TL}_i + \mathbf{TNL}_i \right)_{n \times 1} + \mathbf{T}_{(t)_{i_{n \times 1}}} \quad (7)$$

A aproximação da Equação 7 para a solução real é maior se $\Delta x \rightarrow 0$ e $\Delta t \rightarrow 0$.

A Figura 3 representa esquematicamente um circuito equivalente unidimensional da impedância total de carga no processo genérico ERW de dois materiais dissimilares isotrópicos, anexo a um perfil de temperatura em um instante dado antes do recalque:

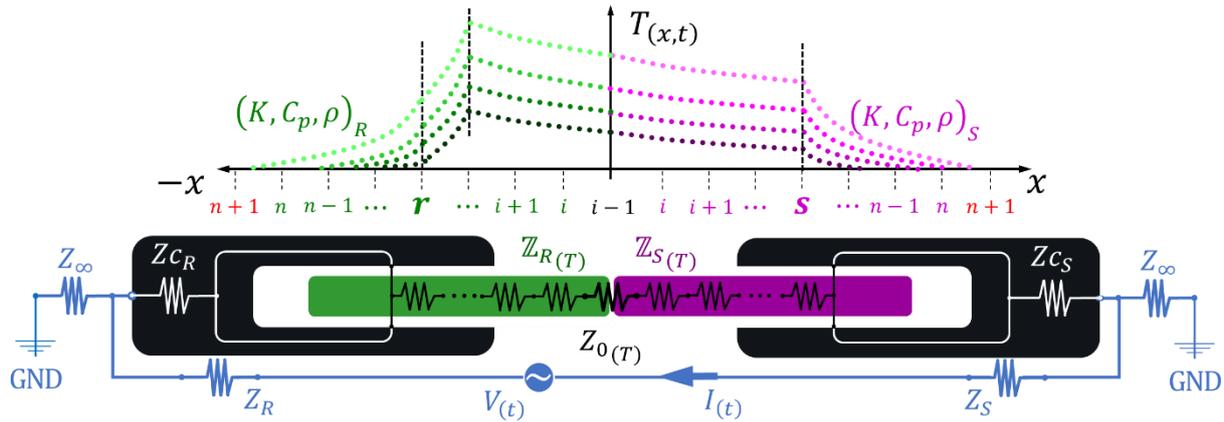


Figura 3. Circuito elétrico simplificado no processo de soldagem ERW genérico unidimensional. A Equação 8 a seguir, expressa o comportamento do circuito elétrico da Figura 3 [7]:

$$V(t) = \mu I(t) Z_{eq} \leftarrow \begin{cases} V(t) = V_{max} \cos(\omega t + \theta_1) \\ I(t) = I_{max} \cos(\omega t + \theta_2) \end{cases}; \varphi = \theta_2 - \theta_1; 0 < \mu < 1 \quad (8)$$

A Figura 3 e a Equação 8 apresentam a tensão elétrica aplicada ao sistema ($V(t)$), mais conhecida como a diferença de potencial elétrico nos terminais da fonte de energia; também é apresentada a corrente elétrica principal do circuito ($I(t)$) e o coeficiente de recorte de onda (μ) utilizado quando existe centelhamento [2]. Para generalizar o modelo, a tensão e corrente elétrica têm um um ângulo de fase θ_1 e θ_2 respectivamente com referência ao eixo real do gráfico \Im/\Re [8]. O ângulo de defase entre a tensão e a corrente (φ) pode estar adiantado ou com atraso dependendo das componentes capacitivas e indutivas da impedância equivalente (Z_{eq}); o valor numérico de esta impedância pode ser calculado pela Equação (9) [7]:

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{Leq} + jX_{Ceq} \leftarrow X_{Leq} = \omega L_{eq}; X_{Ceq} = \frac{1}{\omega C_{eq}} \leftarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (9)$$

É possível calcular uma resistência equivalente (R_{eq}), uma reatância indutiva equivalente (X_{Leq}) e uma reatância capacitiva equivalente (X_{Ceq}) a partir de todas as indutâncias do circuito simplificado mostrado na Figura 3; porém, na prática o valor da impedância equivalente (Z_{eq}) acostuma ser predominantemente resistivo, permitindo eliminar as componentes fasoriais imaginárias (j), válido para frequências de rede (f) baixas [9]. Normalmente a frequência da rede no ERW é baixa (50 – 60 Hz) para evitar o efeito pelicular e manter um aquecimento uniforme em toda o volume da peça [10].

Logo, para uma primeira abordagem simplificada e suficientemente representativa, é possível tratar o circuito da Figura 3 como um circuito resistivo em série como se não tivesse uma resposta $I(t)$ transitória significativa. A Equação 9 modifica a Equação 8:

$$V(t) \cong \mu I(t) R_{eq} \leftarrow \begin{cases} V(t) = V_{rms} \angle \theta_1 \\ I(t) = I_{rms} \angle \theta_2 \end{cases}; \varphi = \theta_2 - \theta_1; 0 < \mu < 1 \quad (9)$$

Desconsiderando as componentes indutivas e capacitivas do sistema, seguindo o raciocínio vinculado à Equação 9, pode-se calcular a resistência equivalente usando a Equação 10, baseada nas componentes resistivas da Figura 3 [2].

$$R_{eq} = R_R + RC_R + \mathbb{R}_R + R_0 + \mathbb{R}_S + RC_S + R_S \leftarrow \mathbb{R}_R = \sum_{i=1}^r R_{(T)_i}; \mathbb{R}_S = \sum_{i=1}^s R_{(T)_i} \quad (10)$$

Esta última modificação facilita a implementação computacional do termo de geração de calor g . Na Equação 10 é possível perceber que a impedância de interface, mesmo usando somente a componente resistiva (R_0), continua sendo uma

condição de contorno transitória que vincula as primeiras diferenças finitas do material R e S fazendo conexão elétrica entre $R_{(T)_1}$ e $R_{(T)_1}$.

Assumindo que existe uma continuidade de propriedades entre ambos materiais, poderia-se inferir que na interface, o elemento $i = 0$, possui características combinadas dos materiais R e S . Logo, o valor numérico da impedância de interface poderia ser calculado pela média entre as impedâncias contíguas em R e S , criando um “caso contínuo”; porém, pelas características e natureza transitória da impedância de interface o valor numérico desta variável pode ser muito maior ou muito menor à média entre as impedâncias contíguas, criando um “caso descontínuo”. A Equação 11, aplica um simples artifício matemático para modelar o caso contínuo e os casos descontínuos:

$$Z_0 \approx R_0 = \zeta \left(R_{(T)_1} + R_{(T)_1} \right) \leftarrow \begin{cases} \zeta \gg 0.5 & \rightarrow \text{Caso descontínuo: HDF} \\ \zeta \approx 0.5 & \rightarrow \text{Caso contínuo: MDF} \\ \zeta \ll 0.5 & \rightarrow \text{Caso descontínuo: LDF} \end{cases} \quad (11)$$

O termo ζ da Equação 11 recebe o nome de coeficiente de força motriz (*Driving Force*, DF). Para os casos *High*, H; *Medium*, M; *Low*, L) porque a condição de contorno na interface determina o comportamento transitório do perfil de temperatura do sistema.

O código do modelo matemático desenvolvido é implementado na plataforma Octave® (laboratório virtual semelhante ao MatLab® porém com linceza GPL) onde basicamente cria-se uma rotina que resolve a Equação 7 preenchendo uma matriz de dimensões $(n_R + 1, n_R, n_R - 1, \dots, r, \dots, 2, 1, 0, 1, 2, \dots, s, \dots, n_S - 1, n_S, n_S + 1)$ nas colunas para a variação espacial unidimensional e $(0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, t)$ nas filas para a variação temporal, onde n_R e n_S são a quantidade de diferenças finitas para os materiais R e S e t é o domínio do tempo. Cada coluna é um perfil de temperatura $T_{(x,t)}$ segundo a Figura 3.

A Tabela 1 a seguir, resume alguns detalhes relevantes para a simulação:

Tabela 1. Temperatura de fusão e valores iniciais das variáveis dependentes da temperatura

Material	Temperatura de fusão T_F [C°]	Densidade ρ_0 [$\frac{Kg}{m^3}$]	Calor Específico Cp_0 [$\frac{J}{Kg K}$]	Condutividade Térmica K_0 [$\frac{W}{m K}$]	Resistividade elétrica Ω_0 [Ωm]	Diâmetro ϕ [mm]
R	1800.0	7800.0	470.0	47.0	1.7E-7	20
S	1500.0	7500.0	450.0	45.0	1.5E-7	20

A temperatura de pré aquecimento T_0 é a referência dos valores iniciais. Temperatura ambiente T_∞ é 25.0 [C°]

A geometria dos materiais R e S , na Tabela 1, refere a uma barra de pequeno diâmetro (ϕ) para minimizar dois fenômenos que fogem da generalização do processo estabelecida anteriormente: a) Efeito pelicular da frequência da rede, sendo menos efetivo para pequenas seções transversais [10]; e b) Perdas bi o tri térmicas de calor por condução, sendo este efeito menos efetivo para peças finas ou de pouca massa circundante à região da solda [11]. Cabe ressaltar, que a resistividade elétrica é função da geometria do material conforme se mostra na Equação 12 a seguir [2]:

$$R_{(x,t)} = \Omega_{(x,t)} \frac{\text{comprimento}}{\text{seção transversal}} = \Omega_{(x,t)} \frac{dx}{\pi(\phi/2)^2} \cong R_{(t)_i} = \frac{\Delta x}{\pi(\phi/2)^2} \Omega_{(t)_i} \quad (12)$$

Onde a resistividade elétrica do material (Ω) (valor inverso da condutância) possui um valor dependente da temperatura. Nada impede que seja usado outro tipo de seção transversal, sempre que se minimize os efeitos que fogem da generalização. Aplicando a lei de geração de calor por efeito *Joule* para elementos resistivos tem-se a Equação (13) onde se define uma relação matemática para a

geração de calor interno g fora da interface da solda e dentro dos limites r e s onde são aplicados os eletrodos R e S respectivamente.

$$G_{(t)_i} = g_{(t)_i} dV \rightarrow g_{(t)_i} = \frac{\mu^2 I_{(t)}^2 R_{(t)_i}}{\pi(\phi/2)^2 \Delta x} = \mu^2 I_{(t)}^2 \frac{1}{\pi^2 (\phi/2)^4} \Omega_{(t)_i} \quad (13)$$

A Tabela 2 apresenta as Equações 14 até 17, que definem o comportamento das variáveis da Equação 7. É necessário ressaltar que as equações da Tabela 2 não representam um material em específico, mas sim representam um comportamento não linear baseado nas propriedades térmicas, mecânicas e elétricas de aços de baixa liga. Desenvolvimentos anteriores demonstraram que o comportamento de $T_{(x,t)}$ depende mais do aporte de calor do que das propriedades do material [4] [10] [12].

Tabela 2. Modelo matemático das variáveis dependentes da temperatura

Variável	Função: $f(T_{(x,t)})$	a_R	a_S	b_R	b_S	Eq.
Densidade:	$\rho_{(T)} = \rho_0 - a(T - T_0)^b$	2.7E-3	2.5E-3	2.0	2.0	(14)
Calor Específico:	$Cp_{(T)} = Cp_0 + a e^{bT}$	17	15	1E-3	1E-3	(15)
Condutividade térmica:	$K_{(T)} = a(T - T_0)^b + K_0$	7E-5	5E-5	2.0	2.0	(16)
Resistividade elétrica:	$\Omega_{(T)} = \Omega_0 + a e^{bT}$	1E-5	1E-5	1.7E-3	1.5E-3	(17)

Adicionalmente às equações da Tabela 2, é necessário definir uma última função que depende da temperatura. A função de perda de calor não é considerada na equação de governo unidimensional se não só nas condições de contorno em $i = 0$ e $i = n$, mas é possível adicionar um termo antagônico à geração de calor g . Define-se uma função que leva em consideração as perdas por convecção na superfície do material, seja R ou S . Por praticidade, se considera que as perdas por radiação são mínimas. A Equação (18) apresenta um artifício matemático que expressa este raciocínio [2]:

$$g_{(t)_i} \rightarrow g_{(t)_i} + p_{(t)_i} \quad \dots \quad p_{(t)_i} = H_{(t)_i} \frac{A}{dV} (T_\infty - T_{(t)_i})^2 \quad A = \pi\phi \Delta x \quad (18)$$

Onde o termo p representa as perdas de calor por unidade de volume, o termo H é o coeficiente de convecção vetorizado e o termo T_∞ é a temperatura ambiente. A Tabela 3, análoga à Tabela 2, apresenta a função do comportamento das perdas:

Tabela 3. Modelo matemático da perda de calor por convecção dependente da temperatura

Variável	Função: $f(T_{(x,t)})$	a_R	a_S	b_R	b_S	Eq.
Perdas de calor por convecção:	$p_{(T)} = a \frac{4}{\phi} (T - T_0)^b$	3.7E-5	3.5E-5	2.0	2.0	(19)

Implementa-se o modelo com um passo de centésima de segundo ($\Delta t = 0.01$) o qual é necessário para simulações com velocidades de aquecimento e resfriamento altas. A distância diferencial se define em $\Delta x = 0.001$ constante e é igual para cada material; um passo espacial menor torna-se inaplicável gerando altíssimos valores de n (matrizes muito grandes) fazendo que tempo total de simulação seja mais de 20 minutos para cada caso. O domínio de n é de 10 cm para cada material (desde $i = 0$ até $i = n$), porém o comprimento de material ativo na geração de calor é 5 cm para cada material (desde $i = 0$ até $i = r|s$).

Utiliza-se as funções *surf*, *surface*, *mesh*, e *contour* próprias do Octave® para plotar os perfis de temperatura (matrizes) gerados pelo modelo.

2.2 Resultados

A Figura 4 mostra três pares de perfis $T_{(x,t)}$ resultantes da aplicação de 5000 A em uma soldagem de topo por resistência (ERW) de duas barras de seção circular de 20 cm de diâmetro, uma barra de material R (verde) e a outra de material S (lilás):

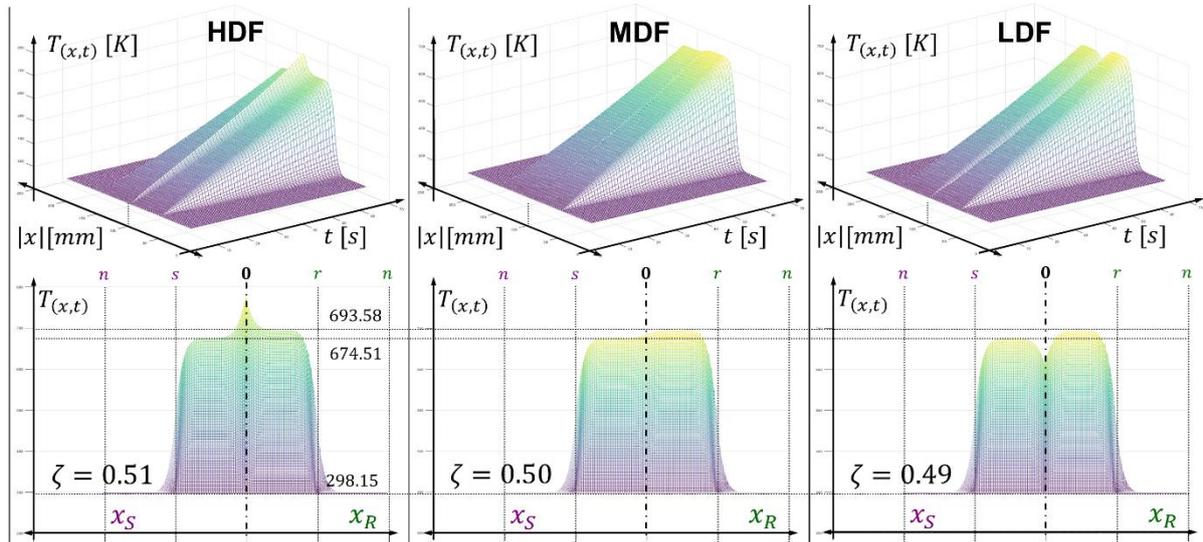


Figura 4. Vista isométrica (acima) e vista traseira (embaixo) do perfil de temperatura dos três casos teóricos de alta (HDF), média (MDF) e baixa (LDF) força motriz na interface.

A Figura 5 mostra a oscilação entre HDF e LDF do ζ segundo uma função *random* cuja média é 0.5 e a desviação estandar é 0.1, esta função se define como RDF:

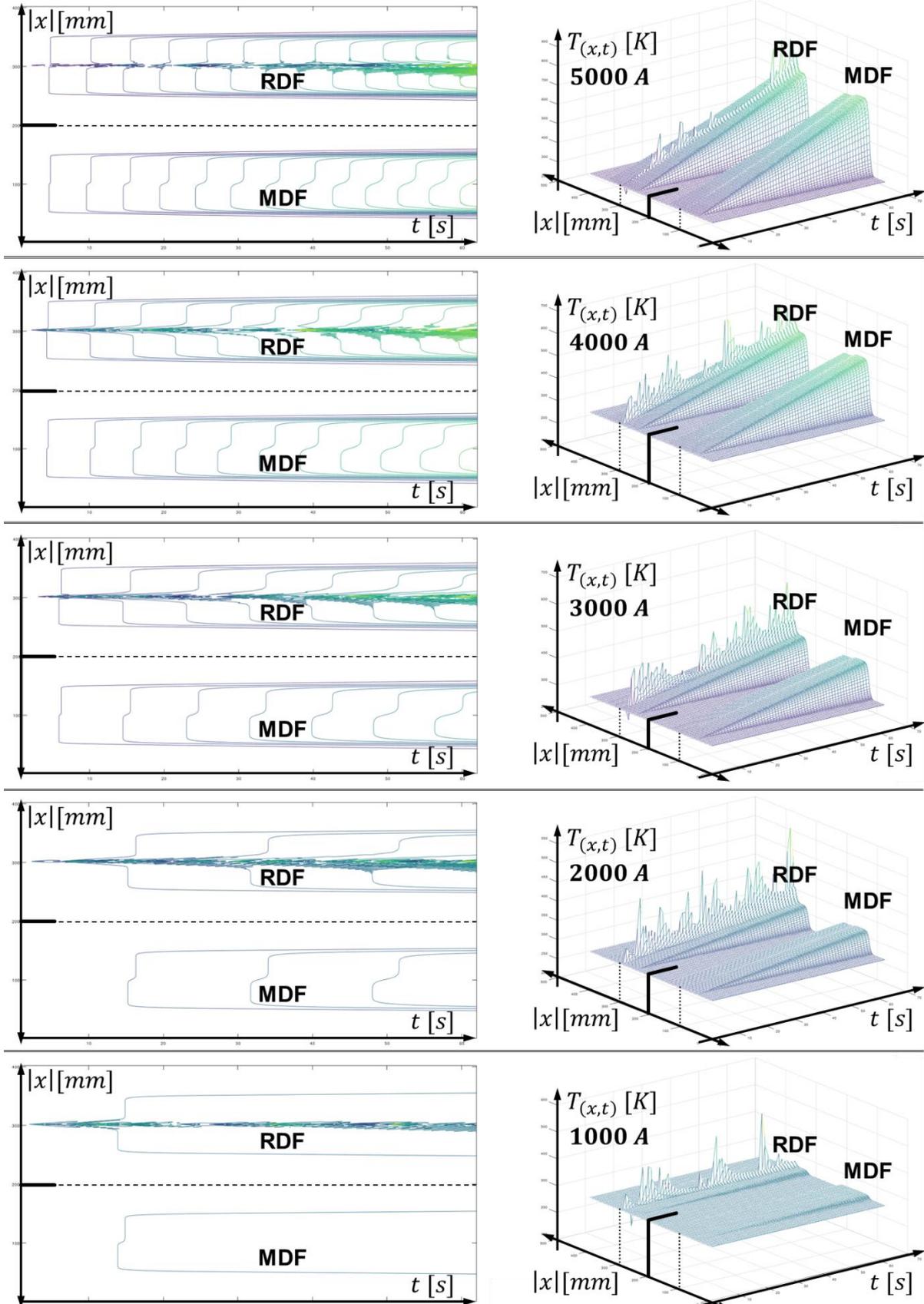


Figura 5. Comparação lado a lado entre RDF e MDF em uma vista superior de isotermas (esquerda) e uma vista isométrica (direita) para cinco valores diferentes de corrente elétrica.

2.3 Discussão

A influência numérica da impedância de interface Z_0 pode ser resumida na variação do coeficiente de força motriz ζ ao redor de um valor predefinido, segundo a Equação 11, este valor é 0.5 que refere ao valor resistivo da impedância de interface R_0 como a média entre os valores contíguos. Sem considerar a natureza de Z_0 , a Figura 4 apresenta o comportamento do perfil T nos casos extremos teóricos quando ζ tende ao máximo e ao mínimo, nos casos HDF e LDF respectivamente. É possível perceber que o comportamento de T é praticamente independente dos valores de ζ ; o qual é comprovado pela imutabilidade da temperatura nas regiões próximas dos arranjos de impedâncias Z_R e Z_S referentes aos valores **693.58** e **674.51 K** respectivamente. Na região da interface, a variação de T é extremamente sensível à variação de ζ , o qual pode-se perceber pelos valores adotados de ζ nos casos HDF e LDF da Figura 4, onde o modelo matemático não foi capaz de representar casos mais extremos teóricos por causa de T sair dos domínios das funções da Tabela 2 e 3. Para ζ em um intervalo fora de aproximadamente $]0.5 \pm 0.01[$ o modelo matemático não foi capaz de calcular resultados para maiores correntes elétricas I , nem maiores tempos de simulação t , devolvendo advertências de erro de *overflow* e *underflow* (valores muito altos e muito pequenos, respectivamente, para o compilador poder representar).

A Figura 4 permite ter uma noção do domínio de ζ , também permite visualizar que os casos HDF e LDF fogem da realidade se não se considera a natureza de Z_0 .

Cabe ressaltar que também foram feitas simulações mudando o valor de ϕ , o qual não é apresentado nos resultados devido a que dita variação se faz trivial conhecendo previamente a relação matemática que vincula o diâmetro da peça com a geração g e perda p de calor como se mostra na Equação 13 e 19 respectivamente. Em ambos casos ϕ está no denominador permitindo que g seja inversamente proporcional a ϕ^4 e p seja inversamente proporcional a ϕ^2 . A impedância Z_0 não influi nestas relações.

Aplicando uma distribuição normal com a função *random('normal'...)* própria do Octave®, segundo se descreve para a Figura 5, é possível simular a natureza de Z_0 referente a suas oscilações e instabilidade. O modelo não foi capaz em devolver resultados para uma desviação estándar maior a 0.1 nos valores ζ , advertindo de casos de *overflow* e *underflow*; isto não significa que na realidade ζ não pode mudar mais do que foi estabelecido pela distribuição aleatória, significa que o valor de T na interface é muito sensível a pequenas variações de ζ . Se modelar os casos extremos de Z_0 seria o objetivo, seria necessário um modelo mais acurado e funções de dependência da temperatura (Tabela 2 e 3) mais representativas (um maior domínio na temperatura como variável); mas o objetivo é capturar o domínio prático de influência de Z_0 no perfil de temperatura. A desviação estándar aplicada cumpre este objetivo.

Por outra parte, na Figura 5, se comparam perfis de temperatura com forças motrizes de interface aleatórias e médias (RDF e MDF respectivamente), onde pode-se perceber que praticamente não existe diferença entre ambos; as linhas isotermas dos gráficos da esquerda da Figura 5 permitem fazer esta comparação. Note-se também, que independentemente da variação de corrente elétrica e da natureza do Z_0 , as regiões de Z_R e Z_S continuam tendo uma diferença de temperatura, onde um material de fato aquece mais que o outro. Outro fato a ressaltar é que a aleatoriedade da temperatura na interface da solda parece independente do valor da corrente elétrica aplicada ao sistema, e mais dependente da natureza da impedância de interface, ou pelo menos da parte resistiva de dita impedância.

O modelo de $T_{(x,t)}$ frente a variações de Z_0 não considerou pré aquecimento nas peças.

3 CONCLUSÃO

Aplicando o método da desagregação tecnológica no processo de soldagem ERW é possível estabelecer uma generalização no comportamento eletrotérmico para todas as variantes do processo, que permite definir um circuito elétrico que simplifica a abordagem do problema. Assim, é válido aplicar uma equação de governo adaptada para um caso unidimensional, isotrópico e não linear que descreva o comportamento térmico do sistema ERW. A aplicação do método das diferenças finitas, para resolução da equação da condução de calor, aporta na análise da resposta fasorial do sistema permitindo desprezar os efeitos capacitivos e indutivos do problema, sendo isto válido somente para aplicações de baixa frequência de rede ou casos de corrente contínua. Logo, o modelo matemático implementado com estas considerações prévias, permite inferir as seguintes conclusões:

- As variações do coeficiente de força motriz descrevem a natureza da impedância de interface Z_0 . O perfil de temperatura não é dependente destas variações. Só na interface, a temperatura T_0 é extremamente sensível as variações de Z_0 .
- As impedâncias são geradas pela aplicação de uma corrente elétrica $I(t)$, porém o domínio eficaz da dispersão de valores de Z_0 não é dependente de $I(t)$. Este domínio pode ser modelado por uma função aleatória em uma distribuição normal.
- Com fins de simplificação no futuro modelamento de perfis de temperatura mais específicos no ERW, é possível substituir um valor aleatório de Z_0 pelo caso MDF.

REFERÊNCIAS

- 1 Robert W. Messler, Jr. Principles of welding: Processes, Physics, Chemistry and Metallurgy. Troy: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA; 1999.
- 2 Sergio C. Calvimontes. Modelamento matemático do perfil de temperatura no processo de soldagem Flash-Butt nos aços DP600. Volta Redonda: Escola de Engenharia da Universidade Federal Fluminense; 2018.
- 3 Yasutomo Ichiyama, Shinji Kodama. Flash-Butt Welding of High Strength Steels. Nippon Steel Technical Report. 2007; 1: 1-8.
- 4 Kinji T., Osamu O. Local Flashing Phenomena on metal Sheets. Study on Flash Welding. 1984; 4: 578-584.
- 5 Sergio C. Calvimontes, A. J. O. Cabral, Adauto M. Assis. Sheet format steel Flash-Butt welding variables inquiry for mathematical modeling. Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação. 2017; 9: 100.
- 6 Sergio C. Calvimontes, Renan F. D. Lopes. Stability matrix and boundary condition computational implementation alternative to the Finite Differences Method for Cartesian Thermal Problems resolution involving isotropic materials. Encontro Nacional de Modelagem Computacional. 2018; 21.
- 7 Aurio G. Falcone. Eletromecânica. Volume 1. São Paulo: Editora Edgar Blücher; 1979.
- 8 Aurio G. Falcone. Eletromecânica. Volume 2. São Paulo: Editora Edgar Blücher; 1979.
- 9 Nissandro Domingues. Soldabilidade por Centelhamento do Aço Dual Phase 780. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da Universidad Federal de Minas Gerais; 2013.
- 10 Luiz F. Sotero. Implementação de um modelo numérico computacional para simulação do processo de soldagem por centelhamento aplicado a trilhos ferroviários: Análise termo-eletromagnética. Juiz de Fora: Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora; 2017.

- 11 American Welding Society. Welding Handbook – Welding Processes, Part 1. Volume 2. Miami: AWS; 2004.
- 12 John A. Goldak, Mehdi Akhlaghi. Computational Welding Mechanics. Ottawa: Springer Science+Business Media, Inc; 2005..