

# MODELAMENTO MATEMÁTICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM UM DISTRIBUIDOR DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO COM A APLICAÇÃO DE DIVERSOS MODELOS DE TURBULÊNCIA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL <sup>1</sup>

Henrique Ventura Oliveira <sup>2</sup>  
Thiago Rabelo Nunes Campos <sup>3</sup>  
Roberto Parreiras Tavares <sup>4</sup>

## Resumo

Na tentativa de se obter a melhor concordância entre as previsões fornecidas por modelos matemáticos e resultados obtidos experimentalmente, muito esforço tem sido dedicado ao longo dos anos. Um exemplo desse fato foi o surgimento de diversos modelos de turbulência, que aplicam a equação de Navier-Stokes para conseguir adaptar o modelo matemático à situação real, aliando tempo computacional com a precisão desejada nos resultados obtidos. Para investigar qual modelo de turbulência descreve melhor o comportamento do aço líquido em distribuidor com dois planos de simetria (axial-longitudinal) equipado com um dique e uma barragem, testou-se três modelos disponíveis na ferramenta CFD CFX da Ansys Inc.. Além do modelo  $k-\varepsilon$ , que é o mais aplicado em problemas de engenharia, foram aplicados também os modelos  $k-\omega$  e RNG  $k-\varepsilon$ . Ao final de cada simulação foi feita uma superposição das curvas DTR resultantes com aquelas obtidas no modelo físico a frio existente no Laboratório de Simulação de Processos da LaSiP – UFMG. Além disso, foi feita uma comparação entre as frações de volume pistonado, de mistura e morto, obtidas nos modelamentos matemático e físico.

De acordo com os resultados encontrados, o modelo  $k-\varepsilon$  foi o que forneceu os melhores resultados para a situação em estudo.

**Palavras-chave:** Modelos de turbulência; escoamento turbulento; Modelamento matemático; Modelamento físico.

## MATHEMATICAL MODELING OF TURBULENT FLUID FLOW IN A CONTINUOUS CASTING TUNDISH USING SEVERAL TURBULENCE MODELS AND EXPERIMENTAL VALIDATION

### Abstract

Mathematical simulation of turbulent fluid flow has become an important tool in the analysis of the performance of continuous casting tundishes, in terms of floatation of inclusions and mixing during grade changes. Since there are several turbulence models available, in setting-up these mathematical simulations, special care must be taken in choosing the appropriate turbulence model to be used in each situation. In the present paper, three different turbulence models (standard  $k-\varepsilon$ , RNG  $k-\varepsilon$  and  $k-\omega$ ) available in the CFD code CFX were used simulations of fluid flow in a continuous casting tundish, equipped with a dam and a weir. To determine which model gives the best predictions in the situation analysed, residence time distribution (RTD) curves obtained in the mathematical simulations were compared to RTD curves determined in experiments with a physical model. The results indicated that, among the turbulence models tested in the present work, the standard  $k-\varepsilon$  model presented the best agreement with the experimental data.

**Key words:** Turbulence model; Turbulent flow; Mathematical model; Physical model.

<sup>1</sup> Trabalho apresentado no XXXVII Seminário de Aciaria ABM, 21 a 24 de maio de 2006, Porto Alegre, RS.

<sup>2</sup> Aluno de Graduação em Engenharia Metalúrgica da UFMG.

<sup>3</sup> Sócio da ABM, Aluno de Graduação em Engenharia Metalúrgica da UFMG.

<sup>4</sup> Sócio da ABM, Professor Adjunto do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da UFMG.

## 1 INTRODUÇÃO

A necessidade de se compreender os fenômenos relacionados com o escoamento de fluidos em lingotamento contínuo vem crescendo com o passar do tempo, pois as exigências para se obter peças lingotadas de alta qualidade e com elevada produtividade obrigam que se busque otimizar o padrão de escoamento do fluido no interior do distribuidor. Realizar este tipo de estudo diretamente na planta industrial é atualmente inviável, justificando assim, a aplicação das técnicas de modelamento de escoamento. Na metalurgia e especialmente em lingotamento contínuo, os fluidos escoam sob o regime turbulento. Desta forma, é de extrema importância determinar o modelo de turbulência que forneça a melhor concordância entre as previsões do modelo matemático e os resultados obtidos em modelos físicos.

A turbulência é caracterizada pela existência de flutuações no campo de escoamento do fluido no tempo e no espaço, afetando de maneira significativa as grandezas relacionadas ao seu movimento, como por exemplo a velocidade e a queda de pressão. <sup>(1)</sup>

Os fenômenos que ocorrem em regime turbulento são difíceis de serem modelados devido ao aumento da complexidade das equações, ocasionada pela introdução das flutuações das grandezas de interesse que aparecem em razão da existência da turbulência.

Os modelos de turbulência são artifícios usados pelos softwares CFD na tentativa de se contornar os problemas que aparecem durante o modelamento do escoamento turbulento de um fluido. Estes modelos são baseados na técnica de suavização das grandezas em questão, que consiste em se utilizar apenas seus valores médios, desconsiderando, portanto, as flutuações causadas pela turbulência <sup>(2)</sup>. Este artifício reduz consideravelmente o tempo para execução das simulações, mas introduz termos novos nas equações de conservação de momento. Uma das abordagens para modelar estes termos foi proposta por Boussinesq e introduz o conceito de viscosidade de turbulenta.

A avaliação da viscosidade turbulenta pode ser feita de diversas maneiras. A forma mais difundida e aplicada atualmente envolve a utilização de modelos de turbulência, que implicam na solução de equações diferenciais adicionais. <sup>(2)</sup>

No modelo de duas equações, a viscosidade turbulenta é determinada a partir da resolução de duas equações diferenciais adicionais. Esta classe de modelos tem sido largamente aplicada porque consegue aliar de maneira satisfatória duas características importantíssimas para o modelamento matemático: esforço computacional e precisão nos resultados. <sup>(1-2)</sup> Os quatro modelos de turbulência utilizados neste trabalho são baseados neste princípio para avaliar o valor da viscosidade turbulenta e, conseqüentemente, construir os perfis de distribuição das grandezas de interesse.

O modelo k- $\epsilon$  é o modelo de turbulência que tem fornecido os melhores resultados quando aplicado a sistemas metalúrgicos. O parâmetro k é definido como a variância das flutuações da energia cinética de turbulência, enquanto que  $\epsilon$  é o parâmetro que descreve a taxa com a qual as flutuações na velocidade são dissipadas. A aplicação deste modelo resulta na necessidade da avaliação da viscosidade efetiva do fluido para que seja possível determinar os perfis de velocidade no interior do domínio. A viscosidade efetiva ( $\mu_{ef}$ ) é dada pela soma da viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ) e da viscosidade molecular ( $\mu$ ) do fluido.

De posse dos valores de  $\mu_t$  e  $\mu_{ef}$ , as versões suavizadas das equações de Navier-Stokes são resolvidas, obtendo-se o perfil de velocidade do fluido em questão <sup>(1)</sup>.

O modelo RNG  $k-\varepsilon$  é uma versão do modelo  $k-\varepsilon$ . A principal diferença entre os dois modelos é a atribuição de valores diferentes para as constantes que aparecem durante a formulação matemática do modelo <sup>(1)</sup>.

O modelo  $k-\omega$  apresenta uma vantagem muito significativa frente ao modelo  $k-\varepsilon$ . Para regiões próximas à parede do domínio, as equações deste modelo fornecem resultados mais precisos e mais robustos. Os princípios básicos para resolução das equações no modelo  $k-\omega$  são os mesmos aplicados no  $k-\varepsilon$  <sup>(1)</sup>.

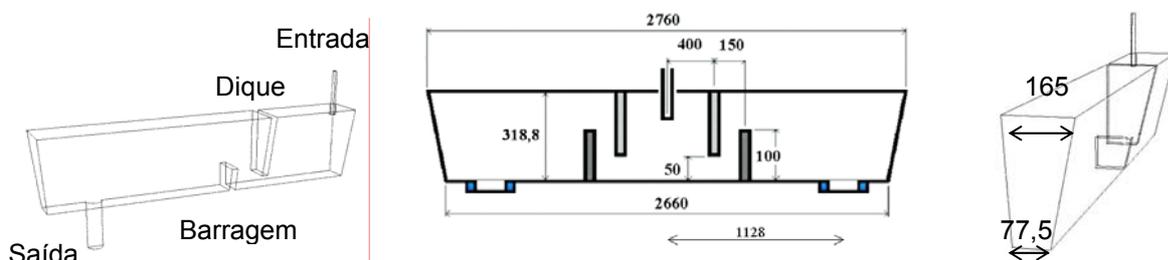
Este trabalho tem como objetivo estudar os efeitos da turbulência sobre o escoamento do aço líquido em um distribuidor de lingotamento contínuo que possui dois planos de simetria (axial-longitudinal) e é equipado com um dique e uma barragem. Esta avaliação dos efeitos da turbulência foi realizada através da utilização de diferentes modelos de turbulência presentes no software CFD CFX.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Aspectos Geométricos

A configuração de distribuidor utilizada nas simulações matemáticas possui as mesmas dimensões do modelo físico a frio em escala 1:3 existente no Laboratório de Simulação de Processos – LaSiP da UFMG.

O distribuidor modelado possui dois planos de simetria (axial-longitudinal), o que permite o modelamento de apenas 1/4 do domínio. Objetivando otimizar o escoamento do ponto de vista de limpidez do aço que está sendo lingotado, fez-se uso de um dique e uma barragem. A Figura 1 mostra um esquema do domínio e as dimensões do arranjo utilizado no trabalho.



**Figura 1.** Arranjo do distribuidor com suas respectivas dimensões (mm).

### 2.2 Formulação Matemática

O escoamento do aço líquido no distribuidor é regido pelas equações de mecânica dos fluidos. Considerando fluidos newtonianos, isotérmicos e incompressíveis, estas equações podem ser escritas da seguinte maneira <sup>(3)</sup>:

a) Equação da continuidade:

$$\frac{\partial(u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

b) Equação de movimento:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu_{ef} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + g_i \quad (2)$$

Sendo que:

- $t$  = tempo;
- $\rho$  = densidade do fluido ( $\text{kg/m}^3$ );
- $u_i$  = velocidades do fluido nas direções x, y e z;
- $\mu_{\text{ef}}$  = viscosidade efetiva do fluido ( $\mu_{\text{molecular}} + \mu_{\text{turbulenta}}$ );
- $P$  = pressão;
- $g$  = aceleração da gravidade.

A equação (1) representa a conservação de massa, já a equação (2) é a versão turbulenta da equação de Navier-Stokes. A solução destas equações permite a obtenção dos perfis de velocidade. Os perfis de distribuição das grandezas de turbulência são gerados após a resolução das equações referentes a cada um dos modelos testados.

A variação da concentração de traçador no interior do domínio é determinada pela equação de transporte de massa. <sup>(3)</sup>

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u_i C}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_{\text{ef}} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

Sendo que:

- $C$  = concentração do traçador ( $\text{kg/m}^3$ );
- $D_{\text{ef}}$  = coeficiente de difusividade efetiva.

O traçador é utilizado no modelo matemático para simular a injeção de sal ou ácido no modelo físico. Esta injeção é feita para a obtenção da curva DTR (distribuição de tempos de residência).  $D_{\text{ef}}$  é determinada a partir  $\mu_{\text{ef}}$  e do número de Schmidt turbulento <sup>(1)</sup>.

### 2.3 Condições de Contorno

Na entrada do domínio, especificou-se a vazão, cujo valor respeitou o critério de similaridade baseado no número de Froude, representado pela equação seguinte <sup>(4)</sup>:

$$Q_{\text{modelo}} = Q_{\text{industrial}} \lambda^{5/2} \quad (5)$$

onde:

- $Q_{\text{modelo}}$  = vazão mássica no modelo ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $Q_{\text{industrial}}$  = vazão mássica no distribuidor em escala real ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $\lambda$  = fator de escala (para este caso igual a 1/3).

Na superfície livre e nos dispositivos modificadores de fluxo adotou-se a condição de não-escorregamento. Além disso, assumiu-se que a superfície livre é plana, sem fricção e que seu nível é mantido constante durante a simulação.

Na saída estabeleceu-se a condição de escoamento plenamente desenvolvido.

### 2.4 Procedimentos da Solução Numérica

O modelamento matemático utilizando o CFX segue as seguintes etapas: construção da geometria, configuração da simulação, resolução das equações, processamento e visualização dos resultados.

As equações foram resolvidas para uma malha de geometria tetraédrica com um total de aproximadamente 800.000 elementos de volume. Esta malha garantiu resultados que não apresentavam alterações com refinamentos mais intensos.

Na simulação de estado estacionário, foi criada uma variável que corresponde ao traçador. Ao final das simulações são gerados os perfis de velocidade e de distribuição das grandezas de turbulência.

Já na simulação do estado transiente, o valor da variável correspondente ao traçador é ajustado para  $1,0 \text{ kg/m}^3$  na entrada, de maneira a simular a injeção que ocorre nos ensaios do modelo físico. Ao final da simulação é obtida a curva F (concentração do traçador x tempo), cuja derivação numérica gera a curva DTR (concentração adimensional x tempo adimensional)

## 2.5 Modelo Físico

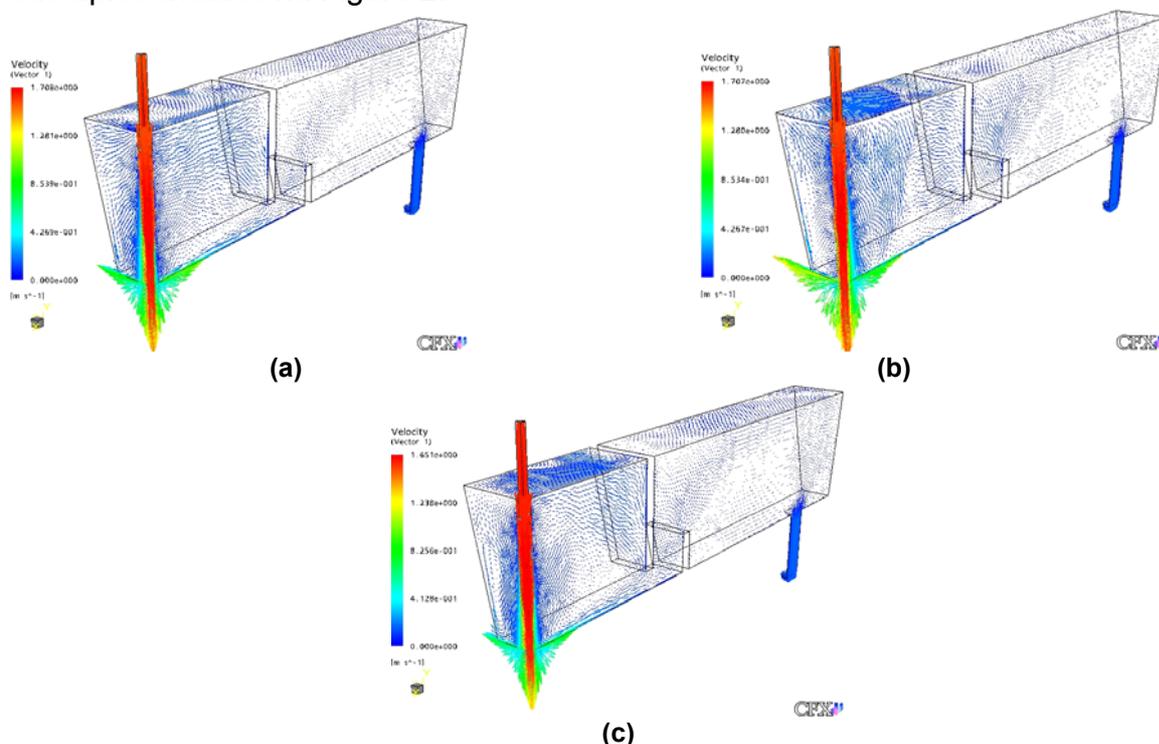
O modelo físico a frio existente no LaSiP-UFMG foi construído em acrílico cristal, respeitando a escala 1:3 em relação às medidas de um distribuidor real existente em uma usina siderúrgica do estado de Minas Gerais.

Os ensaios, realizados em triplicata, utilizam água como fluido, na qual é injetada uma solução ácida (HCl) ou salina (KCl). Esta injeção altera a condutividade elétrica da água, cujo monitoramento é feito através de eletrodos de platina ligados a um circuito elétrico. Os dados de condutividade elétrica são convertidos para concentração do traçador através de uma curva de calibração. Ao final dos ensaios, determina-se a curva DTR.

O tratamento dos dados obtidos tanto nas simulações matemáticas quanto nos ensaios com o modelo físico, a fim de se determinar as frações de volume, seguiu a metodologia descrita por Sahai e Emi <sup>(5)</sup>.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os perfis de velocidade obtidos com o uso dos diferentes modelos de turbulência são apresentados na Figura 2.



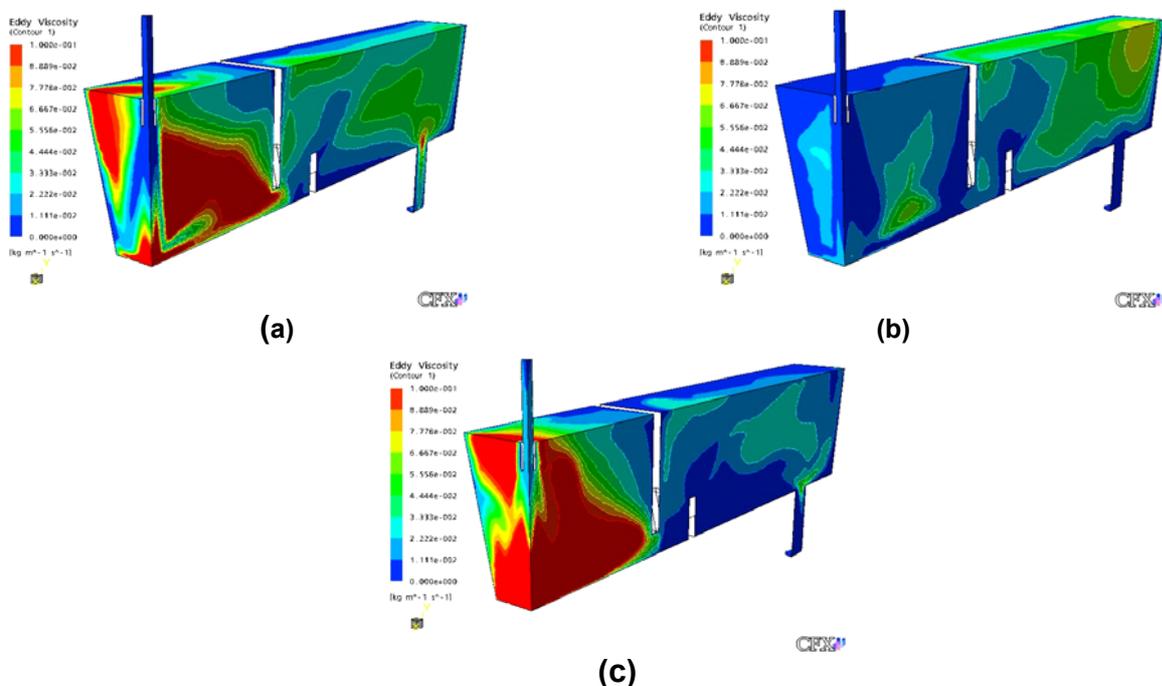
**Figura 2.** Perfis de velocidade para cada modelo de turbulência testado. (a) k-ε; (b) RNG k-ε; (c) k-ω.

Em todos os perfis presentes na Figura 2, observa-se que o fluido possui os maiores valores de velocidade na região próxima ao jato de entrada. Na parte (a) observa-se que o fluido caminha pelo fundo do reator até atingir o dique. A porção do fluido que não ultrapassa o dispositivo é submetida a uma região de recirculação bem nítida, na qual observa-se que esta porção é levada para as adjacências da válvula de alimentação. Na região da superfície livre também observa-se uma região de recirculação bem definida. A porção do fluido que consegue ultrapassar o dique toma direção ascendente ao encontrar a barragem. Regiões de volume morto são observadas atrás do dique e atrás da barragem.

Na parte (b) da figura, a região de recirculação entre a válvula de entrada e o dique, observada no perfil anterior, divide-se duas porções menores que possuem sentido contrário de circulação, interceptando-se aproximadamente no ponto médio desta região, o que ocasiona a formação de uma pequena porção de volume morto próxima ao fundo do distribuidor. A parcela de fluido que ultrapassa o dique é lançada para cima com uma velocidade maior do que no caso anterior, reduzindo assim, a fração de volume morto atrás do dique. Entretanto, a região de volume morto atrás da barragem ainda é considerável.

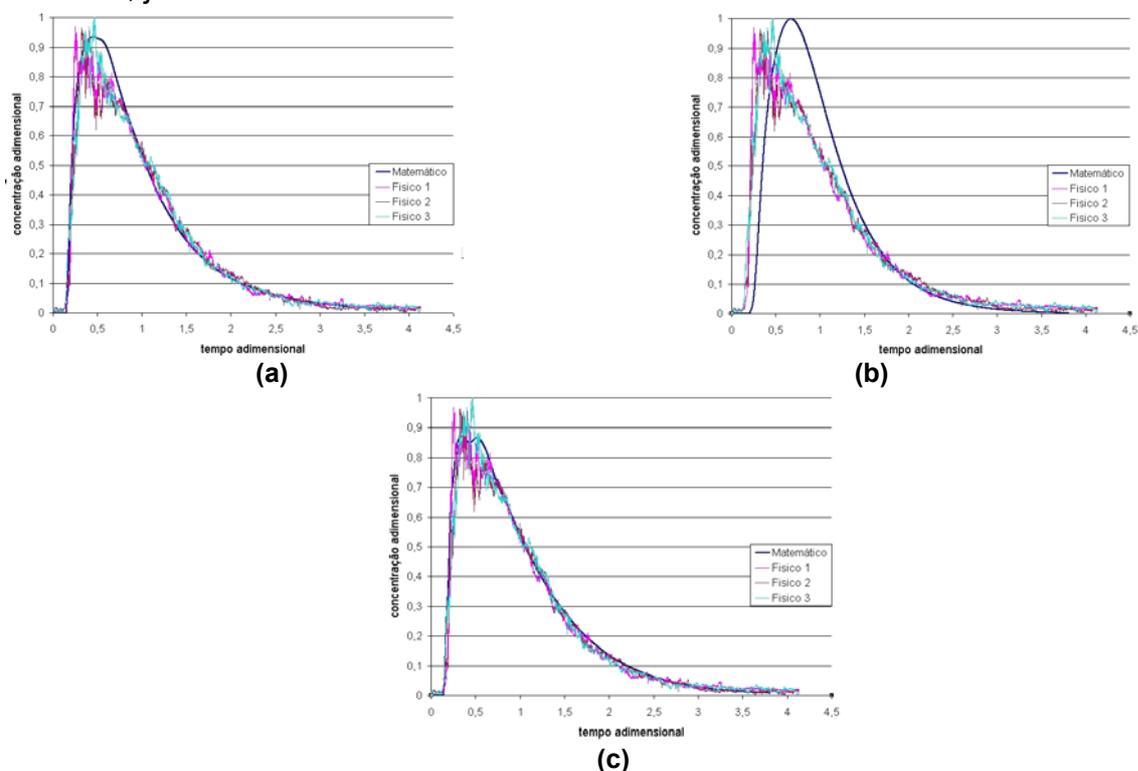
Para o perfil (c) observa-se nitidamente o reaparecimento da região de recirculação entre a válvula de entrada e o dique, sendo que a intensidade desta recirculação é menor quando comparada ao perfil do modelo  $k-\varepsilon$ . A região de volume morto próxima ao fundo continua nítida, assim como no perfil do modelo RNG  $k-\varepsilon$ , só que esta região não é resultante da interseção de duas porções do fluido, entretanto sua formação é devida às baixas velocidades do fluido nesta porção do domínio. Na superfície livre, a recirculação foi reduzida sensivelmente. Assim como nos casos anteriores, a porção de fluido que ultrapassou o dique tomou direção ascendente e as regiões de volume morto próximas aos dispositivos foram observadas.

A Figura 3 mostra os perfis de distribuição da viscosidade turbulenta ao longo do domínio para cada um dos modelos de turbulência testados.



**Figura 3.** Perfis de distribuição da viscosidade turbulenta para cada modelo de turbulência testado. (a)  $k-\varepsilon$ ; (b) RNG  $k-\varepsilon$ ; (c)  $k-\omega$

Para o intervalo mostrado nos perfis da Figura 3, observa-se que a viscosidade turbulenta apresenta os maiores valores nas regiões adjacentes à válvula de alimentação. Para o modelo RNG  $k-\varepsilon$ , o perfil obtido é bem diferente dos demais pois, nas regiões especificadas a viscosidade turbulenta possui valores menores. A Figura 4 mostra as curvas DTR obtidas para cada um dos quatro modelos testados, juntamente com o resultados dos ensaios com o modelo físico.



**Figura 4.** Curvas DTR para cada um dos modelos de turbulência testados. (a)  $k-\varepsilon$ ; (b) RNG  $k-\varepsilon$ ; (c)  $k-\omega$ .

Pela superposição das curvas DTR obtidas para cada modelo testado com aquelas resultantes dos ensaios com o modelo físico, percebe-se nitidamente que o modelo RNG  $K-\varepsilon$  foi o que apresentou maior discordância com os resultados experimentais, assim como ocorreu na Figura 3, onde o perfil de  $\mu_t$  para o modelo RNG  $k-\varepsilon$  não apresentou nenhuma relação com os perfis dos demais modelos testados.

Observando apenas as curvas DTR não foi possível se escolher o melhor modelo, pois, para os modelos  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$  a superposição das curvas foi muito satisfatória. A comparação das frações de volume resultantes das simulações matemáticas com aquelas obtidas nos ensaios com o modelo físico apresentada na Tabela 1, permitiu que a escolha do melhor modelo de turbulência fosse feita.

**Tabela 1.** Frações de volume obtidas nas simulações matemáticas e nos ensaios com o modelo físico

Modelo		Frações de Volume		
		Pistonado	Mistura	Morto
$k-\varepsilon$		0,15	0,59	0,26
RNG $k-\varepsilon$		0,22	0,65	0,13
$k-\omega$		0,14	0,63	0,23
Físico	Média	0,14	0,60	0,26
	Desvio Padrão	0,01	0,02	0,01

Analisando os dados da tabela I, percebeu-se que o modelo RNG k- $\epsilon$  foi o que apresentou maior discordância com os resultados experimentais. Além disso, foi possível concluir que para a configuração testada, o modelo k- $\epsilon$  se ajustou melhor aos resultados experimentais, pois todas as frações de volume para este modelo encontraram-se dentro do intervalo de 2 (dois) desvios padrões do resultado obtido pelo modelo físico, enquanto que para o modelo k- $\omega$ , apenas a fração de volume pistonado encontrou-se dentro do referido intervalo. Estatisticamente esta consideração confere uma confiança de 95% à previsão realizada pelo modelo matemático.

#### 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho testou-se três diferentes modelos de turbulência existentes no software CFX, buscando determinar qual deles apresentou melhor concordância com os resultados experimentais. Ao final de cada simulação, determinou-se os perfis de velocidade e de viscosidade turbulenta, além das curvas DTR e das frações de volume para cada modelo testado. Foram observadas diferenças significativas entre os perfis de velocidade e de  $\mu_t$ . Após a superposição das curvas DTR do modelo matemático com os resultados do modelo físico, além da análise das frações de volume resultantes das simulações matemáticas e dos ensaios, concluiu-se que, para a configuração testada, o modelo k- $\epsilon$  foi o que apresentou melhores resultados e pode ser aplicado com confiança para descrever a situação proposta.

#### REFERÊNCIAS

- 1 Manuais do CFX–Solver Manager. **Solver Theory – Turbulence and Wall Function.**
- 2 TAVARES, R.P. Escoamento turbulento e resultados experimentais. In: \_\_\_\_\_ **Metalurgia. Fenômenos de Transporte.** Belo Horizonte. 2002. cap.6, p.206-215.
- 3 YEH, J. L., HWANG, W. S., CHOU, C. L. The development of a mathematical model to predict composition distribution in casting slab and intermix slab length during ladle changeover period and its verification by physical model. **ISIJ International**, v. 33, n. 5, p. 588-594, 1993.
- 4 CASTRO, L. F. A., TAVARES, R. P. Modelagem matemática do escoamento de fluido e transferência de calor em um distribuidor de lingotamento contínuo. In: CONGRESSO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE METALURGIA E MATERIAIS – ABM, 54, 1999, São Paulo. Anais.... São Paulo: ABM, 1999. p. 544-554.
- 5 SAHAI, Y., EMI, T. Melt flow characterization in continuous casting tundishes. **ISIJ International**, v. 36, n. 6, p. 667-672, 1996.