

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS PRINCIPAIS TESTES TRIBOLÓGICOS<sup>1</sup>

*Francisco José Profito<sup>2</sup>  
Eduardo Tomanik<sup>3</sup>  
Demetrio Cornilios Zachariadis<sup>4</sup>*

## **Resumo**

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um programa computacional que simule os principais testes tribológicos, tais como: recíproco, pino sobre disco e *block on ring*. Desta forma, deseja-se obter uma espécie de Laboratório Tribológico Virtual, a partir do qual se podem prever as principais tendências relacionadas ao atrito, desgaste e lubrificação para sistemas compostos de perfis com geometrias diversas. Os dados calculados pelo modelo foram comparados com resultados experimentais de um teste recíprocativo de um anel de pistão contra duas superfícies de cilindro a diferentes velocidades, de modo a reproduzir diferentes regimes de lubrificação.

**Palavras-chave:** Lubrificação mista; Atrito; Modelagem.

## **NUMERICAL SIMULATION OF THE MAIN TRIBOLOGICAL TESTS**

## **Abstract**

The main objective of this paper is the development of a computational program to simulate the main tribology experimental tests: reciprocation, pin on disk and block on ring. Thus, one wants to have a kind of Virtual Tribology Laboratory, with which analyses can be performed focusing on the main behaviours concerning friction, wear and lubrication of systems considering different profile geometries. The calculated values from the model were compared with experimental results of a reciprocating test of engine piston rings against two bore finishes at different speeds, in order to reproduce different lubrication regimes.

**Keywords:** Mixed lubrication, Friction, Modelling.

<sup>1</sup> *Contribuição técnica ao 64º Congresso Anual da ABM, 13 a 17 de julho de 2009, Belo Horizonte, MG, Brasil.*

<sup>2</sup> *Estudante de Pós-Graduação – MAHLE/USP (fprofito@hotmail.com)*

<sup>3</sup> *Doutor – MAHLE*

<sup>4</sup> *Doutor – Escola Politécnica da USP*

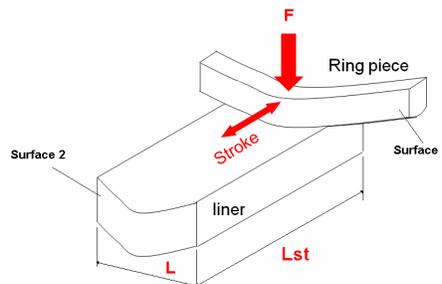


para cada um dos ensaios tribológicos, as principais hipóteses que serão consideradas na modelagem.

**Tabela 1** – Hipóteses consideradas para a modelagem de cada ensaio

<i>Pin on Disk</i>	<i>Block on Ring</i>	recíproco
<ul style="list-style-type: none"> <li>- carga aplicada constante;</li> <li>- temperatura do lubrificante constante durante o ensaio;</li> <li>- lubrificação <i>fully-flooded</i>;</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- velocidade de rotação do disco girante constante;</li> <li>- perfil do pino plano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- velocidade de rotação da pista girante constante;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- velocidade do mecanismo biela-manivela constante para cada caso;</li> <li>- para cada posição da superfície móvel, é executada uma rotina de programação que determina a espessura mínima do filme de óleo, uma vez que as velocidades são diferentes em cada posição;</li> <li>- o coeficiente de atrito final será a média dos diferentes coeficientes de atrito obtidos ao longo do ciclo.</li> </ul>

Neste trabalho será focada a simulação de um teste recíprocativo cujos resultados experimentais são descritos em Tomanik.<sup>(2)</sup> Existem várias bancadas, comerciais ou proprietárias, para teste recíprocativo, que consiste no movimento oscilatório de um corpo com perfil qualquer sobre uma superfície em geral plana. A Figura 2 representa esquematicamente o arranjo deste ensaio.



**Figura 2** – Representação esquemática do ensaio recíproco.

A metodologia experimental consiste em ensaiar quatro réplicas de cada variante de corpo (superfície 1, na Figura 2) e contra-corpo (superfície 2, na Figura 2). Nos casos citados por Tomanik,<sup>(2)</sup> os corpos utilizados foram sempre segmentos de um mesmo tipo de anel de pistão, e os contra-corpos foram segmentos de cilindros com diferentes acabamentos de superfície.

Para cada uma das réplicas, é realizado um ensaio aplicando-se cargas externas de 50 N e 100 N ao segmento de anel. Para cada uma destas cargas, varia-se a rotação do sistema biela-manivela que cria o movimento recíprocativo do equipamento para valores de 25 rpm, 50 rpm, 75 rpm, 100 rpm, 150 rpm, 250 rpm e 375 rpm. Desta forma, é possível criar uma curva Stribeck (Figura 1) para cada um dos casos ensaiados. Esta curva, por sua vez, será utilizada como parâmetro de comparação entre os resultados experimentais e os resultados obtidos por simulação computacional.

## 2.2 Modelagem Matemática

Quando duas superfícies estão em contato, a carga externa atuante nas mesmas é suportada pelas asperezas existentes nessas superfícies. Com o deslizamento, a força tangencial necessária para romper essas junções é muito alta, causando valores inaceitáveis de atrito, desgaste e dano superficial. De modo a reduzir essa força tangencial, lubrificantes são utilizados entre as superfícies deslizantes.

No caso mais geral, o regime de lubrificação será misto, ou seja, a carga externa atuante nas superfícies é suportada por forças provenientes do campo de pressões hidrodinâmicas existente ao longo do filme de óleo, e por forças provenientes das pressões de contato devidas à rugosidade das superfícies. A Figura 3 ilustra a sobreposição destes dois campos de pressão. Para as simulações, o perfil da superfície 1 (anel) é discretizado em 100 nós.

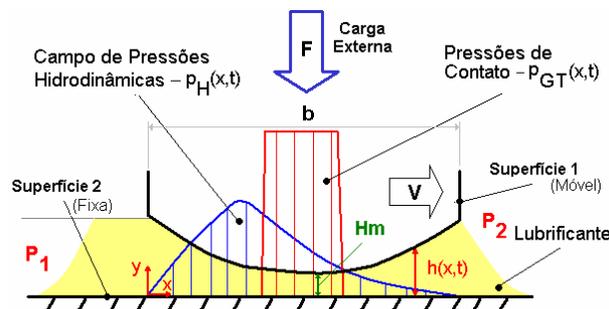


Figura 3 – Distribuição das pressões hidrodinâmicas e de contato ao longo da superfície 1 (anel).

### 2.2.1 Cálculo das pressões e do atrito hidrodinâmicos

A determinação do campo de pressões hidrodinâmicas formado ao longo da espessura do filme de óleo é realizada a partir da Equação Reynolds, resultante das equações de Navier-Stokes e da continuidade, que descrevem o comportamento mais geral da dinâmica dos fluidos. A equação de Reynolds, para o caso unidirecional, é dada por:<sup>(3)</sup>

$$p_H(x) = -6 \cdot \mu \cdot V \cdot \int \frac{dx}{h^2} + 12 \cdot \mu \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \cdot \int \frac{x \cdot dx}{h^3} + C_1 \cdot \int \frac{dx}{h^3} + C_2 \quad (1)$$

onde  $p_H$  é a pressão hidrodinâmica,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante,  $V$  é a velocidade da superfície móvel e  $h$  é a distância local total entre as superfícies. As constantes de integração  $C_1$  e  $C_2$  são determinadas a partir das seguintes condições de contorno:

$$\begin{cases} p_H(0) = P_1 \\ p_H(b) = P_2 \end{cases} \quad (2)$$

onde  $b$  é a largura da superfície 1 (anel).  $P_1$  e  $P_2$  são as pressões relativas de contorno (Figura 3).

Para a solução da equação (1), impõe-se a condição de contorno usualmente aplicada à equação de Reynolds: zerar todas as pressões que pelo cálculo resultarem negativas (fisicamente o fluido não resiste à tração).

Para o cálculo da força de atrito hidrodinâmico ao longo do filme de óleo emprega-se a expressão:<sup>(3)</sup>

$$F_{A_{tH}}(x) = L \int_0^b \left( \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial p_H}{\partial x} - \frac{\mu \cdot V}{h} \right) \cdot dx \quad (3)$$

Os cálculos das expressões (1) e (3) são realizados numericamente. Para diminuir a carga computacional, as integrais presentes nessas expressões são calculadas pela simples somatória dos termos dependentes de  $h$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_H [i] = -6 \cdot \mu \cdot V \cdot \sum_{j=1}^i \left( \frac{\Delta x}{h^2} \right) + 12 \cdot \mu \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t} \cdot \sum_{j=1}^i \left( \frac{\Delta x \cdot x_j}{h^3} \right) + C_1 \cdot \sum_{j=1}^i \left( \frac{\Delta x}{h^3} \right) + C_2 \\ C_1 = \frac{P_2 - P_1 + 6 \cdot \mu \cdot V \cdot \sum_{j=1}^{100} \left( \frac{\Delta x}{h^2} \right) - 12 \cdot \mu \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t} \cdot \sum_{j=1}^{100} \left( \frac{\Delta x \cdot x_j}{h^3} \right)}{\sum_{j=1}^{100} \left( \frac{\Delta x}{h^3} \right)} ; \quad C_2 = P_2 \\ F_{A_{tH}} = L \cdot \sum_{i=1}^{100} \left( \frac{h_i \cdot \Delta p_H}{2} - \frac{\mu \cdot V \cdot \Delta x}{h_i} \right) \end{array} \right. \quad (4)$$

### 2.2.2 Cálculo dos valores da viscosidade

A viscosidade dos lubrificantes é altamente depende da temperatura, podendo ser calculada pela equação de Vogel:<sup>(4)</sup>

$$\mu(T) = a \cdot e^{\left( \frac{b}{T+c} \right)} \quad (5)$$

onde  $T$  é a temperatura do óleo em °C e  $a$ ,  $b$ ,  $c$  são constantes que dependem do tipo do lubrificante.

Por outro lado, quando as pressões hidrodinâmicas são elevadas, as variações da viscosidade com relação a este parâmetro passam a ser significativas. Tais variações são correlacionadas pela equação de Barus:<sup>(4)</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu(p_H) = \mu_0 \cdot e^{(\alpha \cdot p_H)} \\ \alpha = [0.6 + 0.965 \cdot \log_{10}(1000 \cdot \mu_0)] \end{array} \right. \quad (6)$$

onde  $\mu_0$  é a viscosidade à pressão atmosférica (Pa.s).

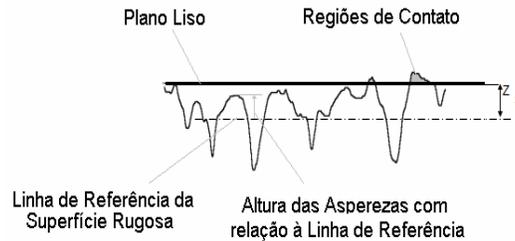
A viscosidade também pode variar com a taxa de deformação do fluido (*shear thinning*). Este comportamento é mais significativo especialmente para casos onde a espessura de filme de óleo é bastante reduzida. A relação entre a viscosidade e a taxa de deformação do fluido é dada a partir da equação de Cross:<sup>(4)</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu(\gamma) = \mu_0 \cdot \frac{1 + \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \cdot \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^m}{1 + \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^m} \\ \beta = 10^{(c_1 + c_2 \cdot T)} \end{array} \right. \quad (7)$$

onde  $T$  é a temperatura do fluido em °C;  $\gamma$  é o valor absoluto da taxa de deformação do fluido ( $s^{-1}$ );  $\mu_0$  é a viscosidade para taxas de deformações relativamente pequenas (Pa.s);  $\mu_\infty$  é a viscosidade quando a taxa de deformação tende ao infinito (Pa.s);  $m$  é uma constante de correlação obtida experimentalmente.

### 2.2.3 Cálculo das pressões e do atrito devido ao contato das asperezas

O modelo mais utilizado de contato entre superfícies rugosas foi apresentado por Greenwood-Tripp (GT).<sup>(5)</sup> Tal modelo admite que uma dada superfície rugosa tenha picos (*summits*) com formatos esféricos de raio  $\beta$  que se distribuem uniformemente sobre a superfície com densidade por unidade de área  $\eta$ . Os picos da superfície rugosa têm altura média  $Z_s$ , com desvio padrão  $\sigma$ , que se deformam elasticamente quando carregados de acordo com a equação de Hertz.<sup>(3)</sup> A Figura 4 mostra o contato entre a superfície rugosa e um plano liso.



**Figura 4** – Representação esquemática do contato entre uma superfície rugosa e um plano rígido liso.

Se a espessura do filme de lubrificante, em um dado ponto  $i$  do perfil discretizado, é menor que três vezes a rugosidade local combinada, uma parcela das asperezas vai entrar em contato, e nesse ponto irão surgir pressões que podem ser estimadas por:<sup>(5)</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{GT}[i] = \frac{16 \cdot \pi \cdot \sqrt{2}}{15} \cdot (\sigma \cdot \beta \cdot \eta)^2 \cdot E \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\beta}} \cdot F_{5/2}(t_i) \quad \text{se } p_{GT}[i] \leq 3 \cdot Y \\ p_{GT}[i] = 3 \cdot Y \quad \text{se } p_{GT}[i] > 3 \cdot Y \end{array} \right. \quad (8)$$

para  $t_i = \frac{h_i - Z_s}{\sigma} < 3$

onde,

$Y = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2}$  : tensão de escoamento combinada das superfícies [GPa];

$\eta = \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2}$  : densidade combinada de *summits* [ $m^{-2}$ ];

$\beta = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}$  : raio médio combinado dos *summits* [ $\mu\text{m}$ ];

$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$  : desvio padrão das alturas dos “summits” *summits* [ $\mu\text{m}$ ];

$\frac{1}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$  : módulo de elasticidade combinado das superfícies [GPa].

$F_{S/2}(t_i)$  : integral do modelo de Greenwood-Tripp <sup>(3)</sup>

Na teoria original de Greenwood-Tripp, as distribuições das alturas de um perfil ou superfície rugosa são consideradas Gaussianas e os *summits* são os pontos máximos locais. Os parâmetros que caracterizam as superfícies rugosas serão obtidos a partir de um programa já desenvolvido (*Summits*) descrito em [8]. Neste programa, a densidade de *summits*  $\eta$  é calculada computando o número total de ocorrências de pontos máximos positivos. Os valores de  $Z_s$  e  $\sigma$  são obtidos através do cálculo da média e do desvio padrão das alturas de todos os *summits* presente no perfil ou superfície rugosa. Por fim, para cada *summits* é calculado o raio do círculo que passa através do mesmo e de seus vizinhos, e a partir destes valores obtém-se finalmente  $\beta$ .

O atrito total devido ao contato das asperezas é calculado a partir da seguinte relação:<sup>(3)</sup>

$$F_{A_{GT}} = f_s \cdot \sum_{i=1}^{100} P_{GT}[i] \cdot A[i] \quad (9)$$

onde  $f_s$  é o coeficiente de atrito limite e  $A[i]$  é a área da inésimo intervalo discretizado da superfície 1 (anel).

#### 2.2.4 Cálculo do coeficiente de atrito médio ao longo de um ciclo

As equações (4) e (9) fornecem, respectivamente, os valores totais das forças de atrito hidrodinâmico e de contato em atuam na superfície 1 (anel) para uma dada posição da mesma ao longo do ciclo do movimento recíprocativo. O valor do coeficiente de atrito total, para esta dada posição, é obtido da seguinte forma:

$$\xi = \frac{F_{A_H} + F_{A_{GT}}}{F} \quad (10)$$

onde  $F$  é a carga externa total atuante nas superfícies (Figura 3). Como parâmetro de comparação com os dados experimentais, deve-se obter o valor médio deste coeficiente de atrito ao longo de todo o ciclo do movimento. Este valor médio é calculado como segue:

$$\bar{\xi} = \frac{\sum_{k=1}^C \xi_k}{C} \quad (11)$$

onde  $C$  é o número de intervalos que o ciclo recíprocativo é dividido. Para a simulação utilizou-se  $C = 360$ , que corresponde a uma volta completa no sistema biela-manivela que gera o movimento alternativo deste ensaio.

### 2.3 Cálculo da espessura mínima do filme de óleo em situações de lubrificação mista

A principal variável que deve ser obtida na solução do regime de lubrificação mista é a espessura mínima do filme de óleo ( $H_m$  da Figura 3), que pode ser calculada de maneira iterativa. Para este cálculo, adota-se inicialmente uma espessura mínima de filme e em seguida calcula-se a carga que seria suportada por este filme devido às pressões hidrodinâmicas e de contato. Se a força for maior que a necessária para o equilíbrio, uma nova estimativa (espessura maior que a anterior) é feita, procedendo-se ao contrário se a força for menor. Este processo é realizado sucessivamente até que o equilíbrio em cada instante seja satisfeito dentro de uma tolerância pré-definida.

Toda a programação numérica que possibilitou a implementação e solução das equações provenientes da modelagem apresentada no item 2.2, foi realizada utilizando o software Matlab. A Figura 5 mostra um fluxograma do programa desenvolvido.

Vale destacar que uma vez determinada a espessura mínima do filme de óleo, todas as outras variáveis do problema são obtidas diretamente, tais como os campos de pressões hidrodinâmicas, contato rugoso e o atrito.

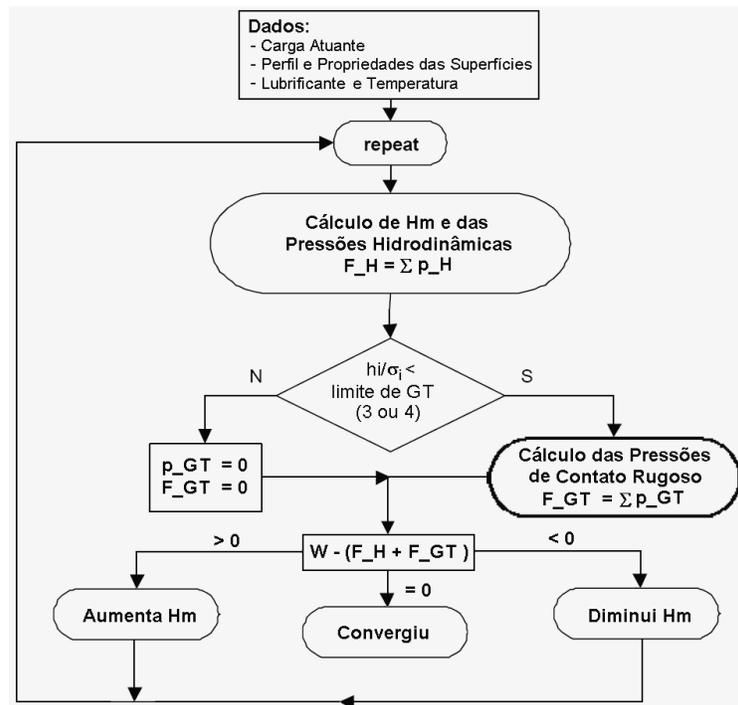
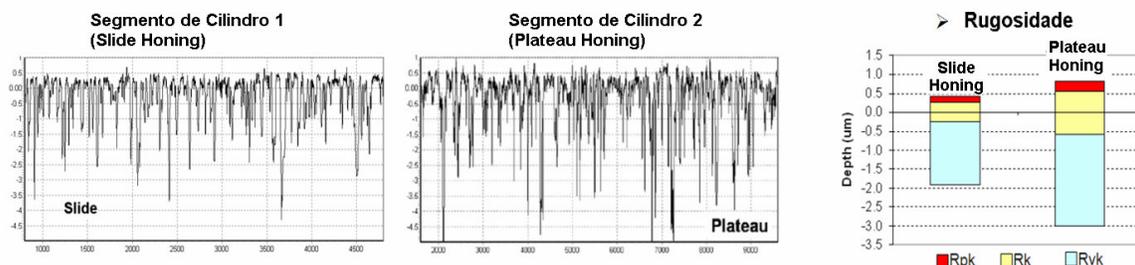


Figura 5 – Fluxograma do programa desenvolvido.

### 3 RESULTADOS PARA O ENSAIO Recíproco

Para o ensaio recíproco, foram simulados dois casos distintos, utilizando-se dois contra-corpos (segmento de cilindro) com acabamentos superficiais diferentes. A Figura 6 ilustra os perfis de rugosidade de tais superfícies.



**Figura 6** – Perfis de rugosidade dos dois segmentos de cilindro utilizados no ensaio recíproco.

Os parâmetros utilizados para a simulação do ensaio estão listados na tabela 2. Tais parâmetros foram obtidos a partir de um ensaio realizado cujos resultados foram publicados em Tomanik.<sup>(2)</sup>

Os parâmetros de rugosidade das superfícies de anel (PVD “coating”) são muito menores que as das superfícies de cilindro. Desta forma, foram consideradas para a simulação apenas as propriedades dos segmentos de cilindro.

Como comentado no item 2.1, para a realização do ensaio recíproco foram utilizadas diferentes rotações para sistema biela-manivela que movimenta o equipamento e, para cada rotação, foi medido um coeficiente de atrito médio ao longo do curso. Na realidade, devido à velocidade variável e à assimetria do perfil do anel utilizado, a espessura de filme, e conseqüentemente o atrito, diferem em cada posição ao longo do curso (Figura 8).

**Tabela 2** – Parâmetros para a simulação do ensaio recíproco.

Parâmetros Gerais	Propriedades de Superfície			Perfil do Anel	
		Superfície 2 (Anel)	Superfície 1 (Cilindro)		
Lubrificante: SAE30				Superfície 1 – Segmento de Anel 	
$P_1 = 0 \text{ Pa}$ $P_2 = 0 \text{ Pa}$		PVD “Coating”	Slide Honing		Plateau Honing
$N = 25 - 375 \text{ rpm}$	$\nu$	0.30	0.30		0.30
$F = 50 \text{ N}$	$E \text{ [GPa]}$	120	120		120
$f_s = 0.11$	$Y \text{ [MPa]}$	2000	2000		2000
	$Z_s \text{ [}\mu\text{m]}$	0.00	0.33		0.72
	$\sigma \text{ [}\mu\text{m]}$	0.00	0.25		0.40
$L_{st} = 10 \text{ mm}$	$\eta \text{ [m}^{-2}\text{]}$	0.00	35E9		28E9
$L = 10 \text{ mm}$	$\beta \text{ [}\mu\text{m]}$	0.00	13.1		12.5
$b = 3 \text{ mm}$ $T = 30 \text{ }^\circ\text{C}$					

Uma vez que o ensaio foi realizado para duas superfícies diferentes (dois tipos de segmentos de cilindro), duas curvas *Stribeck-like* foram construídas para representar os resultados obtidos (Figura 7). Nestas mesmas curvas encontram-se também os resultados adquiridos experimentalmente e aqueles calculados por um programa descrito em Tomanik.<sup>(2)</sup> Este programa é baseado no modelo de atrito de anéis de pistão desenvolvido por pesquisadores do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*), que consiste em resolver simultaneamente a equação de Reynolds para o escoamento do lubrificante entre o anel e o cilindro, e um balanço quase-estático das forças que atuam no anel. A espessura do filme de fluido entre o anel e o cilindro é definida como sendo a separação entre as linhas de referência das duas superfícies rugosas.

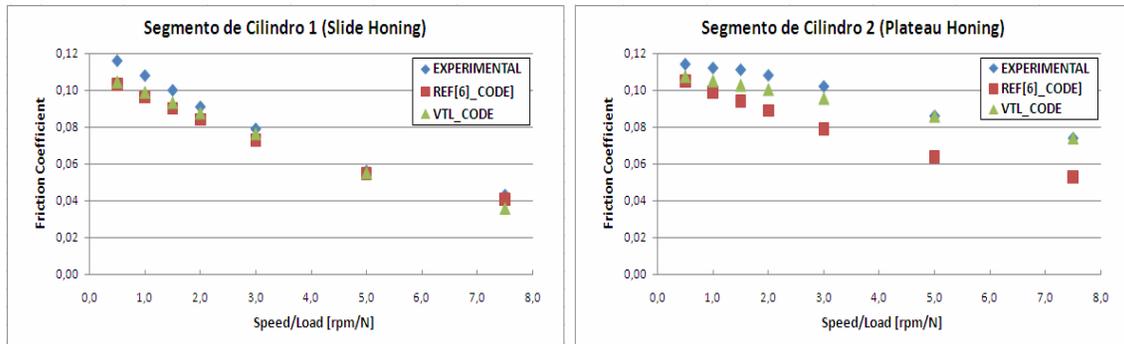


Figura 7 – Curvas Stribeck obtidas a partir do ensaio recíproco.

Para ilustrar com maiores detalhes os resultados que podem ser obtidos a partir do programa proposto e desenvolvido neste artigo (VTL – *Virtual Tribo Lab*), considerou-se o caso do segmento de cilindro 1 (*Slide Honing*) para uma rotação do sistema biela-manivela de 375 rpm. Nesta situação, o comportamento da espessura mínima de filme de óleo, do coeficiente de atrito e da correção da viscosidade para as diferentes posições da superfície 1 (anel) ao longo do ciclo, são mostrados nas Figuras 8A, 8B e 8C, respectivamente. Por fim, a distribuição das pressões hidrodinâmicas e de contato rugoso em função das diferentes velocidades proporcionadas pela rotação de 375 rpm do mecanismo biela-manivela, podem ser vistas nas Figuras 8E e 8F.

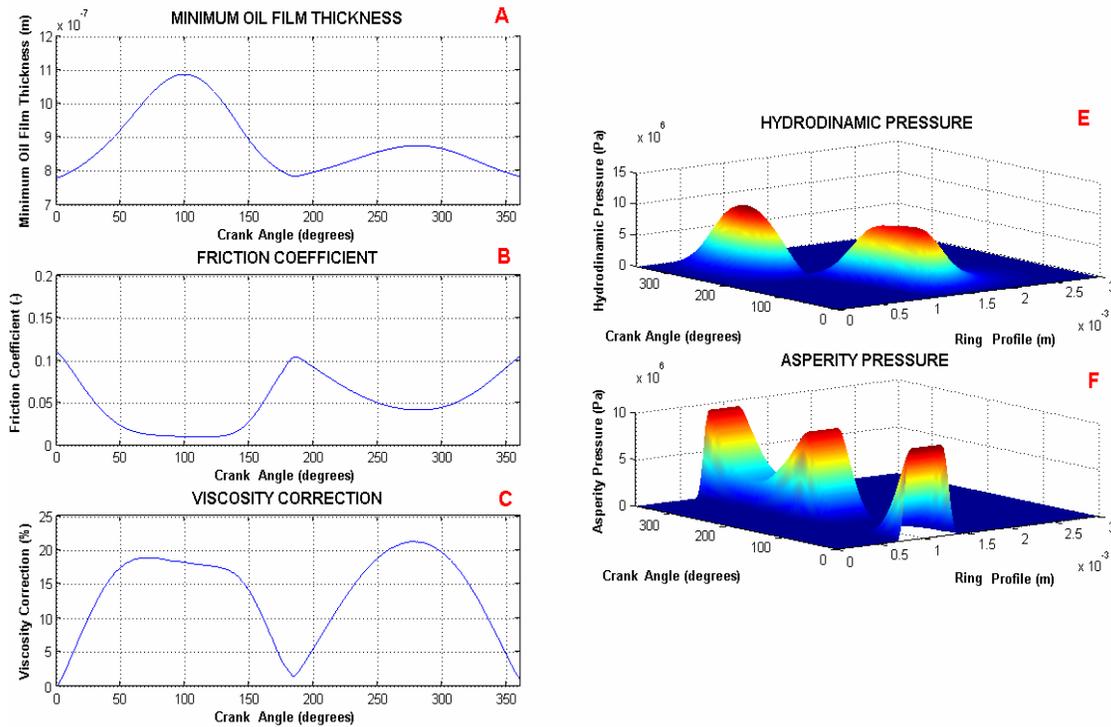


Figura 8 – Resultados relativos à velocidade de 375 rpm do sistema biela-manivela para o caso do segmento de cilindro 1 (Slide Honing). A: espessura mínima do filme de óleo. B: coeficiente de atrito. C: correção da viscosidade. E: distribuição das pressões hidrodinâmicas. F: distribuição das pressões de contato rugoso.

## 4 DISCUSSÃO

Tanto os resultados experimentais (“EXPERIMENTAL”) quanto os de simulação numérica são mostrados na figura 7. Para os resultados obtidos por simulação, estão presentes aqueles calculados por um programa descrito na em Tomanik<sup>(2)</sup> e aqueles calculados pelo novo programa desenvolvido (“VTL\_CODE”). Comparando estes dados, pode-se observar que os resultados obtidos com o novo programa desenvolvido apresentam coerência com a realidade experimental.

Um aspecto importante do ensaio recíproco pode ser observado nos resultados da Figura 8. Pode-se constatar, como esperado, que os coeficientes de atrito apresentam os menores valores nos instantes em que as velocidades da superfície móvel são máximas em módulo. Isto ocorre, pois, nestas condições, as espessuras de filme de óleo tendem a ser maiores devido à intensificação dos efeitos hidrodinâmicos. Nestas situações, o contato entre as asperezas é menor, diminuindo sobremaneira o valor do atrito. De forma semelhante, nos instantes em que a velocidade a superfície móvel é nula (instantes de inversão do movimento), o atrito é elevado, pois nestes casos os efeitos hidrodinâmicos são menos significativos e o contato entre as asperezas predomina.

Finalmente, deve-se observar que as assimetrias observadas nos resultados da Figura 8 ocorrem devido à própria assimetria do anel (anel, Figura da Tabela 2).

## 5 CONCLUSÃO

Os resultados, para um ensaio recíproco, obtidos através de simulação com o programa computacional proposto por este trabalho, foram bastante satisfatórios quando comparados com resultados experimentais. Tal programa resolve, de forma acoplada, o equacionamento matemático proveniente da modelagem dos fenômenos de lubrificação mista, em que os efeitos hidrodinâmicos e de contato de asperezas são considerados. Para o cálculo da viscosidade do lubrificante, foram utilizadas correlações que permitem a correção desta grandeza para diferentes temperaturas, pressões e taxas de deformação (*shear thinning*).

O programa computacional em questão ainda se encontra em desenvolvimento. As simulações dos demais testes tribológicos (*pin on disk* e *block on ring*) estarão em breve disponíveis, bem como a implementação de um modelo de desgaste que permitirá a análise das variações geométricas dos perfis das superfícies ao longo de um ensaio.

Um aspecto positivo da utilização de um programa computacional que simule os principais ensaios tribológicos seria a redução de custos laboratoriais provenientes da diminuição no número de testes realizados. Por outro lado, este mesmo programa também poderia ser empregado como ferramenta para o estudo e análise dos mecanismos de lubrificação e desgaste que ocorrem em sistemas lubrificadas.

## Nomenclatura

$A[i]$ área da inésimo intervalo discretizado da superfície 1 (anel) [m <sup>2</sup> ]	$p_{cr}$ pressão de contato rugoso na superfície 1 (anel) [Pa]
$a, b, c$ constantes da equação de Vogel	$p_H$ pressão hidrodinâmica na superfície 1 (anel) [Pa]
$b$ largura da superfície 1 (anel) [mm]	$T$ temperatura média do lubrificante [°C]
$c_1, c_2$ constantes da equação de Cross	$V$ velocidade da superfície móvel [m/s]
$C$ número de intervalos que o ciclo recíprocativo é dividido	$Y_1, Y_2$ tensão de escoamento das superfícies [MPa]
$C_1, C_2$ constantes de integração da equação de Reynolds	$Z_{s1}, Z_{s2}$ altura média dos summits das superfícies [μm]
$E_1, E_2$ módulo de elasticidade das superfícies [GPa]	
$F$ força externa atuante na superfície 1 [N]	$\beta_1, \beta_2$ raio médio das asperezas das superfícies [μm]
$F_{Atr}$ força de atrito rugoso na superfície 1 [N]	$\gamma$ taxa de deformação do lubrificante [s <sup>-1</sup> ]
$F_{Atr}$ força de atrito hidrodinâmico na superfície 1 (anel) [N]	$\eta_1, \eta_2$ densidade das asperezas das superfícies [m <sup>-2</sup> ]
$f_s$ coeficiente de atrito limite	$\mu$ viscosidade dinâmica do lubrificante [Pa.s]
$h$ distância total entre a linha média das superfícies [m]	$\mu_0$ viscosidade de referência do lubrificante [Pa.s]
$Hm$ espessura mínima de filme de lubrificante [m]	$\mu_\infty$ viscosidade do lubrificante quando a taxa de deformação do mesmo tende ao infinito [Pa.s]
$L$ comprimento da superfície 1 (anel) [mm]	$\nu_1, \nu_2$ coeficiente de Poisson das superfícies
$L_{str}$ comprimento do curso do movimento recíprocativo [mm]	$\sigma_1, \sigma_2$ desvio padrão das alturas das asperezas das superfícies [μm]
$N$ rotação do sistema biela-manivela que cria o movimento recíprocativo [rpm]	$\xi$ coeficiente de atrito total para uma dada posição da superfície 1 ao longo de um ciclo recíprocativo
$P_1, P_2$ pressões relativas de contorno [Pa]	$\bar{\xi}$ coeficiente de atrito médio para um dado ciclo recíprocativo

## REFERÊNCIAS

- 1 HUTCHINGS, I.M. “Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials”. Edward Arnold - Londres, 1992.
- 2 TOMANIK, E. “Friction and wear bench tests of different engine liner surface finishes”. Tribology International – Vol. 41, No. 11, November 2008.
- 3 TOMANIK, E. “Modelamento do Desgaste por Deslizamento em Anéis de Pistão de Motores de Combustão Interna”. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2000.
- 4 TAKATA, R., WONG, V., “Effects of Lubricant Viscosity on Ring/Liner Friction in Advanced Reciprocation Engine Systems”. ICEF2006-1526, Sacramento, California, USA.
- 5 GREENWOOD, J.A.; TRIPP, J.H. “The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces”. Proc Inst. Mech. Engrs. 1970-71 v.185, n.48, p.625-633, 1970.
- 6 JOCSAK, J. “The Effects of Surface Finish on Piston Ring-Pack Performance in Advanced Reciprocation Engine System”. Dissertação de Mestrado, MIT – Massachusetts Institute of Technology, Junho 2005.
- 7 TOMANIK, E. “Cálculo de Situações Críticas de Lubrificação em Superfícies Deslizantes”. 1º Workshop “Desafios, Expectativas e Experiências na Produção e Utilização de Lubrificantes: Uma Abordagem Cooperativa” 09/11/2000, Departamento de Engenharia Mecânica da USP.
- 8 TOMANIK, E. – “Modelling of the Asperity Contact Area on Actual 3D Surfaces” – SAE paper 2005-01-1864, 2005.