

# UM MODELO CONSTITUTIVO BASEADO NA ESTRUTURA DE DISCORDÂNCIAS PARA AÇOS ESTRUTURAIS SOB AÇÃO DE INCÊNDIO\*

Allan Ribeiro de Souza<sup>1</sup>  
Juan Garcia de Blas<sup>2</sup>

## Resumo

O uso do método dos elementos finitos (MEF) para uma determinação mais realística da resistência estrutural de aços estruturais sob a ação do incêndio vem crescendo à medida que um número maior de países vem adotando os códigos baseados em desempenho no lugar dos tradicionais códigos prescritivos. O algoritmo MEF interpreta o comportamento termomecânico do aço através do emprego de modelos constitutivos. Os modelos constitutivos convencionais usados na engenharia de incêndio são de natureza empírica e abordam de forma dissociada os fenômenos do encruamento plástico e da fluência. Este trabalho apresenta em linhas gerais um modelo constitutivo unificado baseado fisicamente na cinética de deformação plástica resultante do deslizamento de discordâncias, encruamento e recuperação dinâmica inspirado nas contribuições de Kocks, Mecking e Estrin. O modelo proposto tem a sua estrutura matemática modificada para condições de temperatura variável, isto é, para cenários de incêndios.

**Palavras-chave:** Modelos Constitutivos; Aços Estruturais; Comportamento Mecânico a Elevadas Temperaturas.

## A CONSTITUTIVE MODEL BASED ON THE STRUCTURE OF DISLOCATIONS FOR STRUCTURAL STEELS UNDER FIRE ACTION

### Abstract

The use of the finite element method (MEF) pursuing a more realistic determination of the structural strength of structural steels under fire actions has been growing as more countries are adopting performance-based codes rather than traditional prescriptive codes. The MEF algorithm interprets the thermomechanical behavior of the steel through the establishment of constitutive models. The conventional constitutive models used in fire engineering are of an empirical nature and address the phenomena of work hardening and creep in a dissociated form. This work presents in broad terms a unified constitutive model of physically based kinetics of plastic deformation resulting from the dislocations slip, work hardening and dynamic recovery, inspired by the contributions of Kocks, Mecking and Estrin. The proposed model has its mathematical structure modified for variable temperature conditions, that is, for fire scenarios.

**Keywords:** Constitutive Models; Structural Steel; Mechanical Behavior at high Temperatures.

<sup>1</sup> Engenheiro Metalúrgico, Doutorando do Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE/UFRJ, Pesquisador em Propriedade Industrial, INPI, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

<sup>2</sup> Engenheiro Metalúrgico, Doutor, Professor do Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil..

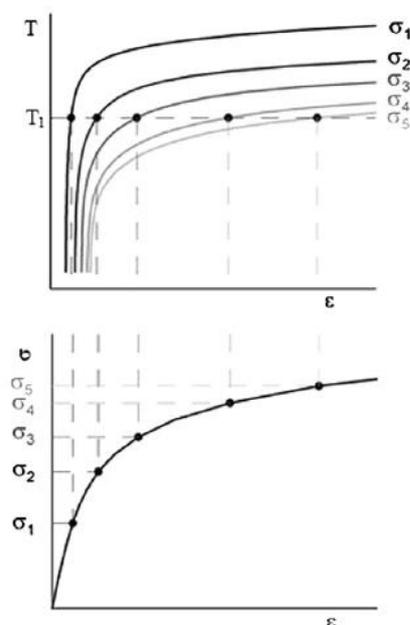
## 1 INTRODUÇÃO

Estruturas de aço vêm sendo amplamente empregadas na construção civil como alternativas às tradicionais estruturas de concreto reforçado. Dentre as vantagens que a estrutura de aço oferece em relação àquela de concreto destacam-se: áreas de seções transversais de vigas e pilares mais esbeltas resultando em uma estrutura mais leve propiciando, assim, menor solicitação de cargas nas fundações; as estruturas de aço possibilitam maiores vãos entre pilares, permitindo maior espaço interno nos compartimentos do empreendimento; os membros metálicos já vêm fabricados nos rigores de qualidade de uma usina siderúrgica, dispensando espaço físico no canteiro de obras como ocorre na fabricação *in situ* dos membros de concreto; e por fim, menores tempos de execução da obra, conferindo uma amortização mais rápida do projeto. Todavia, devido ao alto valor de condutividade térmica dos aços, os membros estruturais, quando expostos ao aumento de temperatura durante o incêndio, se tornam vulneráveis a deterioração das propriedades de resistência mecânica e de rigidez, o que, acarretando a perda de capacidade de carga, poderá gerar o colapso [1].

O uso do método dos elementos finitos (MEF) para uma determinação mais realística da resistência estrutural sob condições de incêndio vem crescendo dado que cada vez mais países vêm adotando códigos de projetos baseados em desempenho no lugar dos tradicionais e conservadores códigos prescritivos [2]. No MEF, a obtenção da relação entre o tensor de tensões e o tensor de deformações é possibilitada através da escolha de equações constitutivas ou modelos constitutivos apropriados. Em outras palavras, torna-se possível a partir da modelagem MEF prever o nível de deformação da estrutura sob uma carga solicitada em decorrência do aumento da temperatura presenciado no incêndio. Os parâmetros presentes nas equações constitutivas tentam reproduzir o comportamento mecânico do material. No regime de deformação plástica, torna-se necessário o uso de equações constitutivas não lineares, mais complexas.

O grau de complexidade do modelo constitutivo dependerá do balanço entre a capacidade de representar bem os dados experimentais e a sua facilidade de execução computacional. Na engenharia de incêndio, há um diversificado portfólio de modelos constitutivos disponíveis na literatura que ajustam dados de tensão  $s$  vs. deformação e obtidos a partir de curvas de tração ou compressão em diferentes temperaturas ( $T$ ) constantes ou de forma indireta a partir de dados de  $s$  vs.  $e$  e convertidos a partir de curvas  $e$  vs.  $T$  de ensaios de fluência anisotérmica (evolução crescente de temperatura) [3], tal como no esquema mostrado na Figura 1. Os modelos constitutivos convencionais são majoritariamente de natureza empírica. Uma exceção é o modelo semi-empírico de Dorn-Harmathy [4], ajustado a partir de dados de  $e$  vs.  $T$  de ensaios de fluência anisotérmica, e que considera que a deformação plástica é um fenômeno termicamente ativado. Entre os modelos mais difundidos destacam-se: O modelo bilinear-elíptico do código europeu Eurocode3 p.1-2 [5] – referendada pela norma brasileira ABNT NBR-14323 [6] – que faz uso dos fatores de redução que compreendem a perda de resistência e rigidez do material traduzido pela razão da propriedade mecânica (limite de escoamento, módulo de elasticidade, etc.) a uma dada temperatura elevada e a temperatura ambiente. O modelo de Ramberg-Osgood adotado para temperatura variável [7] representa uma curva contínua  $s$  vs.  $e$  com um formato exponencial. Um modelo mais complexo devido ao elevado número de parâmetros a serem ajustados é o proposto por Poh [8] visando reproduzir diferentes peculiaridades das curvas  $s$  vs.  $e$

tais como o pico superior e *plateau* inferior de escoamento descontínuo e o encruamento em baixas temperaturas. Um modelo mais recente proposto pelo Instituto Estadunidense de Padrões e Tecnologia, NIST [9], introduz a influência da taxa de deformação através da sensibilidade à taxa de deformação. O modelo proposto pelo NIST baseia-se num grupo mais abrangente de materiais de referência para o cálculo dos fatores de redução do limite de escoamento e do módulo de Young, os quais resultam diferentes daqueles preconizados pela norma Eurocode3 p.1-2. As equações deste modelo foram calibradas a partir de uma diversidade de dados de aços recuperados dos escombros das torres gêmeas do *World Trade Center* e de outros dados de aços estruturais da literatura da época, representando um total de 42 aços individuais analisados. Portanto, a base de dados experimentais empregada pelo NIST é mais abrangente que a fonte de dados experimentais de dois aços da British Steel série BS-4360 (aços 43A e 50B) na qual se basearam os fatores de redução do Eurocode3.



**Figura 1:** Derivação de curvas tensão-deformação a partir de ensaios transientes[10]

Com base na literatura estudada, podem-se vislumbrar as seguintes limitações dos modelos constitutivos convencionais enumeradas a seguir: a) os fatores de redução prescritos em norma atendem apenas um determinado grupo de aços – não são contemplados, novos aços estruturais com diferentes composições químicas e processos de fabricação, apresentando diferentes comportamentos plásticos; b) os fatores de redução prescritos em norma atendem apenas à faixa de taxas de deformação dos ensaios empregados na sua obtenção; c) os fenômenos físicos da fluência e do encruamento são tratados por modelos distintos entre si; d) os modelos são empíricos e dependentes do histórico de carregamento do ensaio de calibração, o que dificulta a extrapolação do comportamento do material para condições diferentes daquelas simuladas nos ensaios de calibração do modelo constitutivo.

Em vista das limitações apontadas nestes modelos constitutivos de natureza empírica, o presente trabalho tem como objetivo propor um modelo com fundamentação física que prevê de maneira unificada os fenômenos da plasticidade e da fluência dos metais em um modelo constitutivo único. O modelo proposto escolhido provém dos trabalhos de Kocks, Mecking e Estrin (KME) [11-13] que leva

em conta o mecanismo de deformação plástica baseado no deslizamento de discordâncias. A proposta do trabalho é, primeiramente, demonstrar evidências do regime de fluência a temperaturas mais elevadas e como esse regime é substituído pelo regime de encruamento à medida que a temperatura é reduzida. Isso demonstra a necessidade de um modelo constitutivo que preveja esses dois fenômenos. Em seguida, é proposta a extensão do modelo KME, originalmente desenvolvido para condições isotérmicas, para cenários de temperatura variável, particularmente às condições impostas para uma estrutura de aço estrutural submetida à ação do incêndio. A equação constitutiva é viscoplástica e tem como um de seus argumentos pelo menos uma variável interna de estado relacionada à densidade de discordâncias que segue uma lei de evolução ao longo da trajetória imposta de carregamento termomecânico. Esta lei se baseia em processos de multiplicação (encruamento) e de aniquilação (recuperação dinâmica) de discordâncias. A equação resultante passa a incluir a taxa de aquecimento como uma das variáveis independentes.

## 2 METODOLOGIA

São reportados na literatura dois tipos de ensaios mecânicos para avaliação das propriedades mecânicas de aços direcionados a projetos de estruturas sob ação do incêndio [3]: ensaios estacionários e ensaios transientes, assim denominados na engenharia de incêndio. Nos ensaios estacionários as curvas tensão-deformação são obtidas sob temperatura e taxa de deformação constantes. Nos ensaios transientes (anisotérmicos), o corpo de prova é submetido a uma carga constante enquanto sua temperatura é aumentada a uma dada taxa (normalmente linear) [3]. A deformação é então registrada em função da elevação da temperatura para diferentes níveis de tensão aplicada. As deformações totais medidas nos corpos de provas carregados devem então ser subtraídas da componente de deformação térmica medida nos ensaios equivalentes com os corpos de prova descarregados. Para o propósito deste trabalho, optou-se por analisar o comportamento observado no ensaio transiente pelo fato de este ensaio descreve melhor a situação de incêndio.

Com vistas à identificação dos comportamentos do encruamento e da fluência nos ensaios anisotérmicos, foram coletados dados experimentais de ensaios transientes do trabalho de Kirby e Preston [3] em aços estruturais para a construção civil da norma inglesa BS 4360 grau 43A (equivalente à norma europeia EN10025 grau S275) e 50B (equivalente europeu EN10025 grau S355) – são os mesmos aços adotados pela norma Eurocode 3 p.1-2 para a determinação de seus fatores de redução [14]. As composições químicas e propriedades mecânicas dos aços dessas referências estão disponibilizadas respectivamente na tabela 1.

**Tabela 1:** Composição química (percentuais em massa) e propriedades mecânicas (limite de escoamento e resistência à tração) dos aços da norma BS 4360 adotados por Kirby e Preston [3].

Grau BS4360	C	Mn	Si	P	S	Cr	Mo	Ni	V	Cu	Nb	Al	N	[MPa]	[MPa]
43A	0,24	0,96	0,032	0,038	0,022	0,013	0,005	0,017	0,005	0,019	0,005	0,002	0,004	267	460
50B	0,11	1,39	0,32	0,015	0,011	0,010	0,005	0,013	0,054	0,032	0,005	0,026	0,0062	401	538

As tensões aplicadas escolhidas para a análise variaram de 15 a 250 MPa para o aço 43A e de 15 a 350 MPa para os aços grau 50B, sendo a taxa de

aquecimento (H) constante de 10 K/min. Nota-se que todas as tensões aplicadas para os dois graus de aço estiveram sempre abaixo do limite de escoamento a temperatura considerada ambiente de 20 °C.

Após a reunião dos dados dos ensaios, foi necessária a obtenção da parcela de deformação plástica a partir dos valores brutos de deformação total publicados. Inicialmente, a deformação total nominal  $e$  foi convertida para a deformação verdadeira  $\varepsilon$  através da Equação (1).

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (1)$$

A parcela plástica  $\varepsilon_p$  é então expressa a partir da Equação (2).

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_{aço}(T)} \quad (2)$$

Onde  $\sigma$  é a tensão aplicada e  $E_{aço}$  é o módulo de Young que varia em função da temperatura  $T$  imposta pela taxa de aquecimento escolhida e do tipo de aço. A evolução do módulo de Young com a temperatura foi determinada a partir dos valores de tensão e deformação total para cada temperatura da tabela 1(a) publicada no trabalho de Kirby e Preston [3]. Para cada aço, a função do módulo de Young com a temperatura foi ajustada pelo método de regressão polinomial de quarto grau conforme Eq. (3) e (4) respectivamente para os aços 43A e 50B.

$$E_{43A}(T) = 1,876 \cdot 10^5 - 1,664 \cdot 10^2 \cdot T + 8,571 \cdot 10^{-1} \cdot T^2 - 2,835 \cdot 10^{-3} \cdot T^3 + 2,097 \cdot 10^{-6} \cdot T^4 \quad (3)$$

$$E_{50B}(T) = 1,922 \cdot 10^5 - 1,706 \cdot 10^2 \cdot T + 7,143 \cdot 10^{-1} \cdot T^2 - 2,418 \cdot 10^{-3} \cdot T^3 + 1,783 \cdot 10^{-6} \cdot T^4 \quad (4)$$

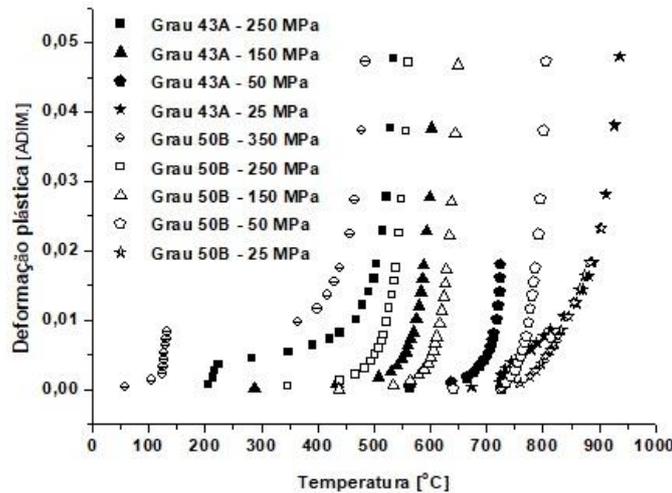
A taxa de deformação plástica foi calculada em função da taxa de aquecimento  $H$  e de duas medidas de temperaturas absolutas subseqüentes  $T$ , Eq. (5). O valor numérico 60 no denominador da segunda razão da Eq. (5) é referente à conversão de unidade da taxa de aquecimento de K/min para K/s.

$$\dot{\varepsilon}_{p_i} = \frac{\varepsilon_{p_{i+1}} - \varepsilon_{p_i}}{t_{i+1} - t_i} = \frac{H \cdot (\varepsilon_{p_{i+1}} - \varepsilon_{p_i})}{60 \cdot (T_{i+1} - T_i)} \quad (5)$$

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Fig. 2 mostra os resultados para os aços BS 4360 graus 43A e 50B para diferentes níveis de tensão a uma taxa de aquecimento constante igual a 10 K/min. O aço 50B (símbolos brancos) dotado de um limite de escoamento maior que o grau 43A obteve maior resistência mecânica à curva de aquecimento que este último (símbolos pretos) para uma mesma tensão aplicada e taxa de aquecimento. Os resultados possuem registros de ensaios a partir de temperaturas mais baixas, ao redor de 100 °C. Em virtude disso, nos ensaios submetidos a altos valores de tensão

aplicada, isto é, próximos ao limite de escoamento à temperatura ambiente do aço, foi possível observar um comportamento de degrau nas curvas atribuído ao limite de escoamento descontínuo do material (fenômeno da banda de *Lüders*). O referido fenômeno desapareceu para temperaturas maiores que 300 °C. Para temperaturas acima de 700 °C, vide Fig. 2, há uma inflexão na curva do aço 43A com taxa de 10 K/min e tensão de 25 MPa. Esta mudança de curvatura é atribuída à transformação da fase ferrita $\alpha$  para austenita no aço.



**Figura 2:** Deformação plástica vs. temperatura preparados a partir de ensaios selecionados de Kirby e Preston [3]). Efeitos da tensão aplicada e do grau do aço estrutural.

A partir de dados calculados da taxa de deformação, é possível observar a transição do predomínio do encruamento para o regime da fluência apresentado pelo corpo de prova conforme a temperatura do mesmo é aumentada. O fenômeno da fluência é um processo termicamente ativado e sua taxa de deformação no regime secundário é governada por uma equação de Arrhenius, Eq. (6). O sub-índice *II* na dita equação significa que o processo de deformação se encontra no estágio secundário de fluência. Dorn [15] definiu o termo pré-exponencial da equação de Arrhenius com uma função exclusiva da tensão aplicada  $A(\sigma)$  como o parâmetro de Zener-Hollomon  $Z$ .

$$\dot{\epsilon}_{pII} = A(\sigma) \cdot \exp\left(-\frac{Q}{R \cdot T}\right) \quad (6)$$

Linearizando a equação exponencial (6) ao tomar o logaritmo natural de ambos os lados desta equação, obtém-se:

$$\ln \dot{\epsilon}_{pII} = \ln\{A(\sigma)\} - \frac{Q}{R \cdot T} \quad (7)$$

As Figuras 3 e 4 mostram os resultados do logaritmo natural da taxa de deformação plástica versus inverso da temperatura absoluta respectivamente para os aços BS 43A e 50B para diferentes tensões aplicadas e sob uma taxa de aquecimento constante de 10 K/min. Nessas figuras, além dos pontos experimentais, retas provenientes de análise de regressão linear foram traçadas para evidenciar o comportamento do regime secundário de fluência em faixa de temperatura específica – vide símbolos nas Figuras 3 e 4 com preenchimento de cor

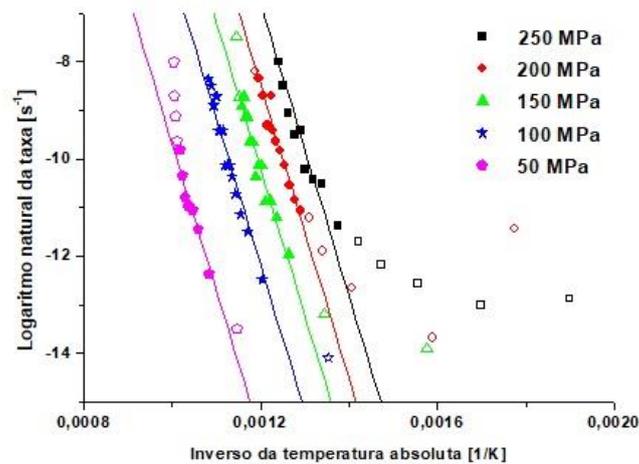
sólida. À medida que a temperatura diminui (maiores valores de  $1/T$  – símbolos sem preenchimento), o mecanismo de plasticidade (encruamento) passa a vigorar e os pontos passam a ter um comportamento não linear. No outro extremo, de temperaturas mais elevadas que aquelas do regime secundário de fluência, para algumas amostras, a dispersão de dados tende a uma assíntota vertical, fato que pode ser atribuído ao atingimento da temperatura de falha do corpo de prova.

Partindo do pressuposto que a energia de ativação seja independente da tensão aplicada e da temperatura dentro do regime secundário de fluência, cada ensaio (tensão aplicada) passa a ter um mesmo coeficiente angular para as suas retas ajustadas. Evidentemente, cada ensaio terá coeficientes lineares distintos em função das diferentes tensões aplicadas. Portanto, o procedimento de regressão linear consistiu para cada aço envolvido em ajustar os parâmetros de cada reta pertencente a uma dada tensão aplicada, determinando simultaneamente o coeficiente angular comum, isto é, a energia de ativação,  $Q$ ; e os interceptos (parâmetros  $\ln\{A(\sigma)\}$ ) para os dados obtidos para cada tensão aplicada. Um procedimento de otimização pelo método de mínimos quadrados obtido pelo software Matlab® através da função “*fitnlm*” foi realizado. Os parâmetros de Arrhenius (o termo pré-exponencial  $A(\sigma)$  e a energia de ativação ( $Q$ ) obtidos pelo método de regressão linear e suas respectivas estatísticas (erro paramétrico e coeficiente de determinação  $R^2$ ) são mostrados na Tabela 2 para os dois aços estruturais analisados.

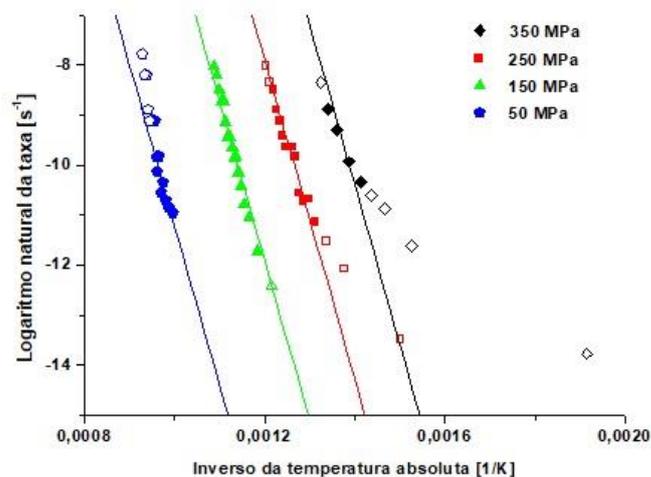
**Tabela 2:** Parâmetros da equação de Arrhenius para a fluência secundária a partir de ensaios sob uma taxa de aquecimento igual a 10 K/min. Efeitos da tensão aplicada.

Aço	$\sigma$ [MPa]	H [K/min]	$\ln\{A(\sigma)\}$	$\text{Erro}_{\ln(A)}$	$A(\sigma)$ [ $s^{-1}$ ]	Q [kJ/mol]	$\text{erro}_Q$	$R^2$
43A	250	10	29,36	1,48	$5,63 \cdot 10^{12}$	250,46	9,46	0,943
	200	10	27,66	1,41	$1,03 \cdot 10^{12}$			
	150	10	25,95	1,36	$1,86 \cdot 10^{11}$			
	100	10	23,97	1,28	$2,57 \cdot 10^{10}$			
	50	10	20,43	1,19	$2,57 \cdot 10^{10}$			
50B	350	10	34,26	2,08	$7,57 \cdot 10^{14}$	265,2	12,54	0,936
	250	10	30,38	1,90	$1,56 \cdot 10^{13}$			
	150	10	26,37	1,70	$2,83 \cdot 10^{11}$			
	50	10	20,70	1,47	$9,77 \cdot 10^8$			

Com o aumento da tensão aplicada, há o aumento do parâmetro dependente da tensão  $A(\sigma)$  para os dois aços da Tabela 2. As energias de ativação estimadas para os dois aços BS 43A de  $250,46 \pm 9,46$  kJ/mol e o BS 50B, de  $265,20 \pm 12,54$  kJ/mol são significativamente diferentes entre si, o que confirma a influência da composição química do aço na energia de ativação. Esses valores encontram-se na faixa dos valores de energia de ativação usuais para aços publicados na literatura: Dorn [15] divulga para ferro de estrutura cristalina ferrítica valores entre 249 e 327 kJ/mol; Anderberg [16], Tabela 5.1 desta referência, divulga energia de ativação para o aço A36 no valor de 323 kJ/mol.



**Figura 3:** Taxa de deformação plástica vs. recíproco da temperatura absoluta [graus Kelvin] em ensaios sob uma taxa de aquecimento de 10 K/min e diferentes tensões aplicadas para o aço BS 4360 grau 43A. Retas representando a Eq. de Arrhenius ajustada utilizando os pontos com símbolos com preenchimento.



**Figura 4:** Taxa de deformação plástica vs. recíproco da temperatura absoluta [graus Kelvin] em ensaios sob uma taxa de aquecimento de 10 K/min e diferentes tensões aplicadas para o aço BS 4360 grau 50B. Retas representando a Eq. de Arrhenius ajustada utilizando os pontos com símbolos com preenchimento.

### 3.1 Modelo constitutivo proposto

Como observado na seção anterior, há uma necessidade de propor um modelo constitutivo que considere os fenômenos do encruamento e da fluência de maneira unificada. O modelo constitutivo proposto por este trabalho incorpora em sua estrutura matemática as variáveis internas de estado associadas a densidades de discordâncias. Tais variáveis internas associam o estado da estrutura interna do material aos mecanismos de deformação plástica e encruamento do material (deslizamento de discordâncias). A escolha deste tipo de modelo constitutivo apresenta as seguintes características: (i) as variáveis internas substituem a variável

externa deformação plástica, e com isso, têm-se modelos que não dependem mais do histórico de carregamento prévio. (ii) o encruamento e a fluência compartilham o mesmo mecanismo de deformação plástica e podem ser tratados de forma unificada em um único modelo constitutivo. Em caminho oposto, os modelos constitutivos tradicionais usados na engenharia de incêndio tratam o encruamento e a fluência em modelos separados, demandando o emprego de duas equações constitutivas na aplicação do MEF.

O modelo constitutivo adotado neste trabalho toma como base o modelo de Kocks, Mecking e Estrin [11-13], que denominaremos KME, cuja formulação original prevê a dependência da função taxa de deformação em relação às variáveis de estado tensão, temperatura e de uma única variável interna de estado que se refere à densidade de discordância total  $\rho$ . Esta relação, também denominada *cinética*, é expressa na forma abaixo

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_0 \cdot \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{\hat{\sigma}} \right)^m \quad (8)$$

onde  $\dot{\varepsilon}_0$  é uma taxa de deformação de referência,  $m$ , é a sensibilidade à taxa de deformação e o resultado da subtração  $\sigma - \sigma_0$  representa a parcela de aumento de resistência mecânica através do aumento da densidade de discordâncias. Assim, o parâmetro  $\sigma_0$  reflete outras contribuições ao aumento de resistência mecânica além das barreiras de discordâncias (Peierls-Nabarro, precipitados, contornos de grão, etc.). A variável interna de estado densidade de discordâncias  $\rho$  está inserida no parâmetro  $\hat{\sigma}$ , que tem unidade de tensão, na equação (9):

$$\hat{\sigma} = M_T \cdot \alpha \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{\rho} \quad (9)$$

Nesta equação,  $\mu$  é o módulo de cisalhamento do material,  $b$  é o vetor de Burgers. A constante  $\alpha$  é uma constante de ordem unitária que depende, em parte, da resistência da interação de uma discordância com outras discordâncias [14].  $M_T$  representa o fator de Taylor cujo valor é de 3,06 para metais de estrutura cristalina CCC e CFC.

A Eq.(8) é complementada por uma lei de evolução da densidade de discordâncias  $\rho$  em consequência da deformação plástica. Esta lei de evolução será o balanço entre duas taxas: uma relacionada à imobilização ou acumulação de discordâncias de caráter atérmico  $(d\rho/d\varepsilon_p)^+$  e outra termicamente ativada referente ao rearranjo ou aniquilação (recuperação dinâmica)  $(d\rho/d\varepsilon_p)^-$  como descrito pela Eq.(10).

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon_p} = M_T \cdot \left[ \left( \frac{d\rho}{d\varepsilon_p} \right)^+ - \left( \frac{d\rho}{d\varepsilon_p} \right)^- \right] \quad (10)$$

A formulação KME com uma única variável interna de estado fornece uma descrição satisfatória da deformação monotônica em uma grande extensão de deformação. Todavia o modelo original falha nos momentos iniciais do processo de deformação plástica ou quando ocorrem mudanças bruscas na condição de deformação como em alterações da taxa de deformação e em cenários de reversão

de tensão (plasticidade cíclica). Nesses eventos, há surgimento de curtos comportamentos transientes no material atribuíveis à existência de uma segunda variável interna de estado. Considerar um único transiente até o estágio de saturação referente à densidade total de discordâncias, tal como assumido no modelo com uma variável interna, não se torna mais válido. No caso do trabalho em estudo, durante o evento de incêndio, a estrutura é inicialmente carregada com uma tensão aplicada com valor inferior ao limite de escoamento do aço, e passa a experimentar pequenas deformações plásticas conforme a temperatura do ambiente é aumentada. Portanto, optou-se por adotar uma formulação com duas variáveis internas de estado, como descrito em Estrin e Kubin [17], a saber: a densidade de discordâncias móveis  $\rho_m$  e a densidade de discordâncias fixas nas florestas de discordâncias  $\rho_f$ . Neste caso a densidade de discordâncias móveis é a variável interna responsável pelo curto transiente na fase inicial do carregamento ou após a mudança na condição de carregamento. Considerando agora estas duas densidades de discordâncias, a expressão para a função cinética, passa a ser:

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_p(\sigma, T, \rho_m, \rho_f) = \zeta \cdot \rho_m \cdot \left( \frac{\sigma - \sigma_0(T)}{\hat{\sigma}_f} \right)^{m(T)} \quad (11)$$

Onde  $\zeta$  é uma constante do material e o parâmetro  $\hat{\sigma}_f$  descreve o efeito da densidade de discordâncias fixas:

$$\hat{\sigma}_f = M_T \cdot \alpha \cdot \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho_f} \quad (12)$$

A proposta do trabalho é estender o modelo KME para cenários de temperatura variável. Sendo assim, definindo a equação cinética (11) em termos de diferencial total e derivando a função taxa de deformação em relação à deformação plástica, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln \dot{\varepsilon}_p}{d \varepsilon_p} = & \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial \sigma} \right)_{T, \rho_m, \rho_f} \cdot \frac{d \sigma}{d \varepsilon_p} + \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial T} \right)_{\sigma, \rho_m, \rho_f} \cdot \frac{dT}{d \varepsilon_p} + \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial \rho_m} \right)_{\sigma, T, \rho_m} \cdot \frac{d \rho_m}{d \varepsilon_p} \\ & + \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial \rho_f} \right)_{\sigma, T, \rho_m} \cdot \frac{d \rho_f}{d \varepsilon_p} \end{aligned} \quad (13)$$

Note-se que a taxa de deformação foi tratada em escala logarítmica devido a sua sensibilidade em relação às demais variáveis ser perceptível nesta escala. A equação diferencial (13) descreve o comportamento da variável resposta taxa de deformação plástica para qualquer histórico de carregamento, bastando a definição posterior da condição de contorno. Para um histórico de carregamento de fluência no regime isotérmico, a tensão é constante, bastando aplicar na equação (13) a relação  $d\sigma/d\varepsilon_p = 0$ .

Outrossim, no caso do regime anisotérmico, no ensaio de fluência à tensão constante, o corpo de prova é submetido a uma taxa de aquecimento imposta  $H$  em relação ao tempo  $t$ ,  $H = dT/dt$ . Com isso, a diferencial na equação (13) da temperatura em relação à deformação plástica possui a seguinte relação com a taxa de aquecimento:

$$\frac{dT}{d\varepsilon_p} = \frac{dT}{dt} \cdot \frac{1}{\dot{\varepsilon}_p} = \frac{H}{\dot{\varepsilon}_p} \quad (14)$$

Finalmente a Eq.(13) após as simplificações passa a ter forma da Eq.15.a. Esta equação é complementada pelas duas leis de evolução das densidades de discordâncias móveis e imobilizadas (15.b e 15.c) formando assim um sistema de equações diferenciais ordinárias, conforme segue:

$$\left[ \frac{d \ln \dot{\varepsilon}_p}{d \varepsilon_p} = \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial T} \right)_{\sigma, \rho_m, \rho_f} \cdot \frac{H}{\dot{\varepsilon}_p} + \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial \rho_m} \right)_{\sigma, T, \rho_m} \cdot \frac{d \rho_m}{d \varepsilon_p} + \left( \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}_p}{\partial \rho_f} \right)_{\sigma, T, \rho_m} \cdot \frac{d \rho_f}{d \varepsilon_p} \right. \quad (15.a)$$

$$\left. \frac{d \rho_m}{d \varepsilon_p} = M_T \cdot \left[ -k - k_1 \cdot \sqrt{\rho_f} - k_3 \cdot \rho_m + k_4 \cdot \left( \frac{\rho_f}{\rho_m} \right) \right] \right. \quad (15.b)$$

$$\left. \frac{d \rho_f}{d \varepsilon_p} = M_T \cdot \left[ k + k_1 \cdot \sqrt{\rho_f} - k_2 \cdot \rho_f + k_3 \cdot \rho_m \right] \right. \quad (15.c)$$

Segundo Estrin [18], cada parâmetro de evolução das variáveis internas de estado tem o seu significado descrito a seguir. Os parâmetros  $k$ ,  $k_1$  são responsáveis pela multiplicação de discordâncias fixas respectivamente por barreiras de tamanho de grão/partículas sólidas e florestas de discordâncias. O parâmetro  $k_2$  é responsável pela aniquilação de discordâncias fixas por meio do fenômeno termicamente ativado de recuperação dinâmica. O parâmetro  $k_3$  se refere ao mecanismo de imobilização de discordâncias móveis através da formação de dipolos de discordâncias arestas. O parâmetro  $k_4$  só está presente na lei de evolução da densidade de discordâncias móveis, Eq. (15.b), e se refere ao mecanismo de geração de novas discordâncias móveis através das fontes de Frank-Read. Nas duas equações de evolução, os termos  $k$ ,  $k_1$  e  $k_3$  são comuns nas duas leis e possuem sinais contrários nas duas equações. Isso mostra que na equação (15.b) há uma diminuição da taxa de crescimento de discordâncias móveis em razão da geração de novas discordâncias imobilizadas na equação (15.c) à medida que a deformação plástica progride.

#### 4 CONCLUSÃO

A partir de resultados de ensaios de fluência anisotérmica em aços estruturais, é possível distinguir dois regimes de deformação que se relacionam com os estágios I e II observados na fluência isotérmica. Esses regimes resultam da ocorrência simultânea dos fenômenos de encruamento, predominante em baixas temperaturas, e da recuperação dinâmica, em temperaturas elevadas. Em busca de uma melhor relação tensão-deformação-temperatura é imprescindível a adoção de um modelo constitutivo que abarque esses dois regimes de maneira unificada. Este trabalho propôs uma adaptação do modelo de Kocks, Mecking e Estrin, para carregamentos onde a temperatura do material é variável. O próximo passo é a calibração dos parâmetros desses modelos com resultados de ensaios de fluência anisotérmica para comparação de sua eficácia com modelos constitutivos

convencionais hoje adotados para a projetos de estruturas vulneráveis a ação do incêndio.

## REFERÊNCIAS

- 1 Buchanan AH. Structural design for fire safety. 2ª Edição. West Sussex. John Wiley & Sons; 2002
- 2 Tavares RM. An analysis of the fire safety codes in Brazil: Is the performance-based approach the best practice?. Fire Safety Journal. 2009;44(5):749-755.
- 3 Kirby B, Preston R. High temperature properties of hot-rolled, structural steels for use in fire engineering design studies. Fire Safety Journal. 1988;13 (1): 27-37.
- 4 Harmathy TZ. A comprehensive creep model. Journal of Basic Engineering. 1967.89(3):496-502
- 5 EN 1993-1-2, 2005, EUROCODE 3 - Design of steel structures - Part 1.2: Structural fire design, Comité Européen de Normalisation, Brussels.
- 6 ABNT NBR 14323:2013, Dimensionamento de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios em situação de incêndio, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2013.
- 7 Gardner L, Nethercot DA. Experiments on stainless steel hollow sections—Part 1: Material and cross-sectional behaviour. Journal of Constructional Steel Research. 2004. 60 (9):1291-1318
- 8 Poh K. Stress-strain-temperature relationship for structural steel. Journal of Materials in Civil Engineering. 2001. 13(5) : 371-379.
- 9 Luecke WE, Banovic SW, McColsey JD. High-temperature tensile constitutive data and models for structural steels in fire. Technical Note (NIST TN)-1714. 2011.
- 10 Qiang X, Bijlaard FSK, Kolstein H, Deterioration of mechanical properties of high strength structural steel S460N under transient state fire condition. Materials & Design, 2012. 40:521-527
- 11 Kocks U. Laws for work-hardening and low-temperature creep. Journal of engineering materials and technology 1976. 98(1):76-85.
- 12 Mecking H, Kocks U 1981: Kinetics of flow and strain-hardening. Acta Metallurgica. 1981. 29(11):1865-1875.
- 13 Estrin Y, Mecking H. A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models. Acta Metallurgica. 1984. 32(1):57-70.
- 14 Sha W, Kirby B, Kelly FS. The behaviour of structural steels at elevated temperatures and the design of fire resistant steels. Materials Transactions. 2001. 42( 9):1913-1927.
- 15 Dorn JE. Some fundamental experiments on high temperature creep. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1955. 3 (2):85-116.
- 16 Anderberg Y. Modelling steel behaviour. Fire safety journal. 1988. 13(1):17-26.
- 17 Estrin Y, Kubin L. Local strain hardening and nonuniformity of plastic deformation. Acta Metallurgica 1986. 34(12):2455-2464.
- 18 Estrin Y. Dislocation-density-related constitutive modeling. Unified constitutive laws of plastic deformation. 1996. 69-106.