

# ANÁLISE DA CONFORMAÇÃO DE UMA CALOTA ESFÉRICA, UTILIZANDO MATRIZ E PUNÇÃO<sup>1</sup>

Anselmo Monteiro Ilkiu<sup>2</sup>  
Alexandre Arthuzo<sup>3</sup>

## Resumo

No presente trabalho será apresentado, um modelo matemático, para a análise da conformação de chapas metálicas finas em calotas esféricas, utilizando uma matriz de conformação. O modelo foi desenvolvido, com base nas teorias plásticas, pelo método da energia de conformação utilizando o critério de escoamento de von-Mises conforme apresentado por Chakrabarty, Mellor, Al-Qureshie Wagoner e Chenot. Para a análise dos resultados, foram consideradas, as propriedades geométricas que definem a matriz de conformação, bem como as propriedades do material da chapa metálica. Os resultados teóricos para a tensão de von-Mises, para o trabalho de conformação por unidade de volume e para a força de conformação, são comparados com os resultados obtidos de uma simulação, através do Método dos Elementos Finitos, pelo programa comercial Ansys® versão 5.7. no módulo não-linear. Foram utilizados elementos sólidos de formulação elástica para a matriz de conformação e formulação plástica para a chapa metálica. O modelo para a simulação foi criado a partir das dimensões obtidas do modelo matemático.

**Palavras-chave:** Conformação; Elementos finitos.

## ANALYSIS OF THE FORMING OF A SPHERICAL CAP, USING HEAD OFFICE AND PUNCH

### Abstract

In the present work it will be presented, a mathematical model, for the analysis of the forming of fine metallic sheet in spherical caps, using a resignation head office. The model was developed, with base in the plastic theories, for the method of the forming energy using the criterion of von-Mises drainage as presented by Chakrabarty, Mellor, Al-Qureshi and Wagoner and Chenot. The analysis of the results, they were considered, the geometric properties that they define the forming head office, as well as the properties of the material of the metallic sheet. The theoretical results for the von-Mises tension, for the forming work for unit of volume and for the forming force, they are compared with the obtained results of a simulation, through the Method of the Finite Elements, for the commercial program Ansys® version 5.7 in the no-linear module. Solid elements of elastic formulation were used for the forming head office and plastic formulation for the metallic sheet. The model for the simulation was created starting from the obtained dimensions of the mathematical model.

**Key words:** Forming; Finite elements.

<sup>1</sup> *Contribuição técnica ao 62º Congresso Anual da ABM – Internacional, 23 a 27 de julho de 2007, Vitória – ES, Brasil.*

<sup>2</sup> *Professor Assistente Doutor do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Taubaté – UNITAU – Taubaté – SP.*

<sup>3</sup> *Aluno do curso de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté – UNITAU – Taubaté – SP.*

## 1 INTRODUÇÃO

No presente trabalho apresenta-se, um modelo matemático, para a análise da conformação de chapas metálicas finas em calotas esféricas, utilizando uma matriz de conformação. O modelo foi desenvolvido, com base nas teorias plásticas, pelo método da energia de conformação utilizando o critério de escoamento de von-Mises conforme apresentado por Chakrabarty,<sup>(1)</sup> Mellor,<sup>(2)</sup> Al-Qureshi<sup>(3,4)</sup> e Wagoner e Chenot.<sup>(5)</sup> Para a análise dos resultados, foram consideradas, as propriedades geométricas que definem a matriz de conformação, bem como as propriedades do material da chapa metálica.

Os resultados teóricos para a tensão de von-Mises, para o trabalho de conformação por unidade de volume e para a força de conformação, são comparados com os resultados obtidos de uma simulação, através do Método dos Elementos Finitos, pelo programa comercial Ansys® versão 5.7 (2000)<sup>(6)</sup> no módulo não-linear. Foram utilizados elementos sólidos de formulação elástica para a matriz de conformação e formulação plástica para a chapa metálica. O modelo para a simulação foi criado a partir das dimensões obtidas do modelo matemático.

## 2 MATERIAL E MÉTODO

No mecanismo do processo de conformação de uma calota esférica, quando a chapa desliza sobre o raio do punção, Figura 1, tem-se o aumento da carga no sistema biaxial de tensões que pode ou não levar a fratura. A deformação crítica dependerá, das condições geométricas, resultando do processo, uma calota esférica com a diminuição da espessura da chapa metálica.

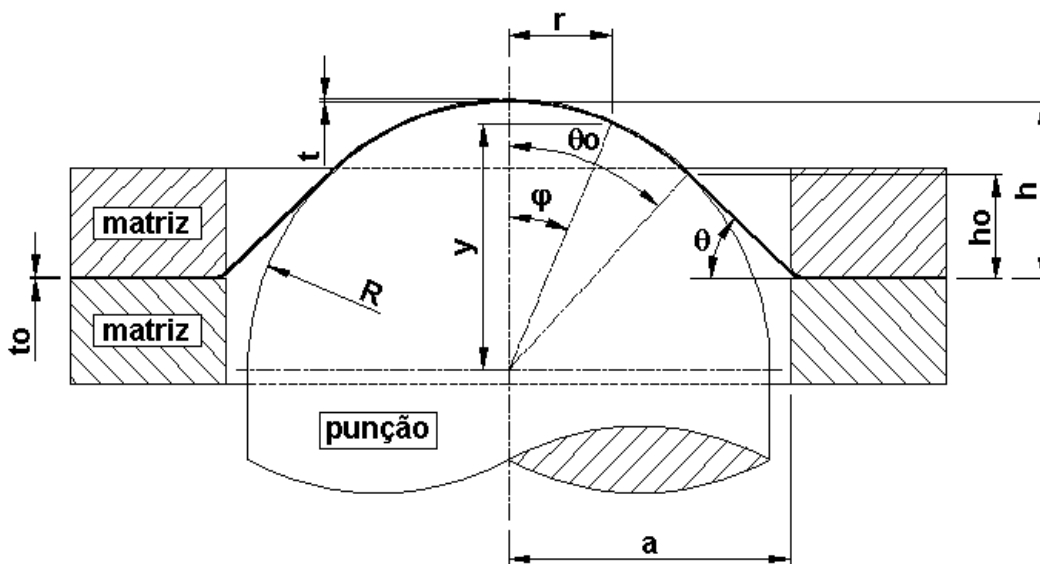


Figura 1 – Geometria do processo de conformação.

Sendo: R o raio do punção;  $t_0$  a espessura inicial da chapa;  $t$  a espessura final da chapa;  $a$  o raio da matriz;  $h$  a profundidade de embutimento;  $h_0$  a profundidade do ponto de início de contato;  $r$  o raio de referência;  $y$  a profundidade do ponto de

referência;  $\varphi$  o ângulo de referência,  $0 \leq \varphi \leq \theta_0$ ;  $\theta_0$  o ângulo de contato;  $\theta$  o ângulo de referência na matriz.

Para o balanço energético, partiu-se das considerações propostas por Al-Qureshi<sup>(4)</sup> que foram usadas na presente análise.

A energia envolvida no processo, desprezando-se o atrito, consta das seguintes parcelas:

- I. Do trabalho de deformação ( $W_c$ );
- II. Do trabalho devido às forças externas ( $W_e$ ).

O somatório destas parcelas deve ser nulo ( $\Sigma W = 0$ ) e isto estabelece uma relação de interdependência das variáveis do processo.

Algumas hipóteses serão colocadas seguidas do desenvolvimento teórico.

## 2.1 Hipóteses

A primeira hipótese se deve ao fato de estar trabalhando com chapas metálicas finas, para os quais a teoria de membrana é aplicável segundo Timoshenko e Timoshenko e Krieger.<sup>(7)</sup> Assim, fica desprezada a variação de tensões ao longo da espessura da chapa definindo-se o estado plano de tensões.

Em segundo lugar, como se está trabalhando no campo plástico, desprezando as deformações elásticas, admite-se que o material seja incompressível ou, que a soma dos incrementos das deformações principais seja nula para qualquer estágio de conformação.

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0. \quad (1)$$

Conforme o critério de escoamento de von-Mises apresentado por Chakrabarty<sup>(1)</sup> e Mellor<sup>(2)</sup> onde, considerando-se as direções principais, a tensão e deformação efetivas serão definidas pelas equações:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

$$d\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

Uma vez que os eixos principais dos incrementos sucessivos de deformação não têm rotação em relação ao elemento que está sendo deformado, pode-se passar a utilizar a Eq.(1) em sua forma integral conforme apresentado por Mellor<sup>(2)</sup>.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0. \quad (4)$$

Outra hipótese é que o nível de encruamento do material é função somente do trabalho plástico total e independente do processo de deformação.

Para o material isotrópico e desprezando-se o efeito Bauschinger, conforme apresentado por Al-Qureshi,<sup>(4)</sup> tem-se então que a tensão efetiva será função do trabalho plástico.

$$\bar{\sigma} = f.(W_p). \quad (5)$$

No presente trabalho será adotada a expressão de Hollomon,<sup>(1,2,4)</sup> onde K é o coeficiente de resistência e  $\eta$  o coeficiente de encruamento.

$$\bar{\sigma} = K.(\bar{\varepsilon})^\eta. \quad (6)$$

Como hipótese final, a carga aplicada pela prensa (hidráulica) tem velocidade tal que o processo será considerado quase estático.

## 2.2 Desenvolvimento Teórico

No modelo proposto, toda a energia fornecida para a conformação da chapa metálica provém do trabalho realizado pela prensa, e uma vez que se conheça a relação carga-deslocamento ao longo do processo, a sua avaliação é imediata e será dada pela equação.

$$W_c - W_e = 0. \quad (7)$$

Sendo  $W_e = F.\delta$  em que F é a força de conformação e  $\delta$  o deslocamento da prensa.

## 2.3 Deformação do Material

Para avaliar a energia adsorvida pela deformação do material, parte-se da relação entre o incremento de trabalho plástico por unidade de volume e das tensões e deformações efetivas, expressa pela equação:

$$dW_p = \bar{\sigma}.d\bar{\varepsilon}. \quad (8)$$

Uma vez que existe constância entre as relações dos incrementos de deformação ao longo do processo de conformação, pode-se trabalhar com as deformações na sua forma integral, o que permite determinar o trabalho plástico por unidade de volume entre os estágios inicial e final da conformação.

$$\int_{W_0}^{W_f} dW_p = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_f} K.(\bar{\varepsilon})^\eta d\bar{\varepsilon}. \quad (9)$$

Sendo que o trabalho inicial  $W_0$  e a deformação inicial  $\varepsilon_0$  são nulos, logo:

$$W_p = \frac{K}{(\eta + 1)}.(\bar{\varepsilon})^{(\eta+1)}. \quad (10)$$

Integrando-se a Eq.(10) com relação ao volume, tem-se:

$$W_c = \int_V \frac{K}{(\eta + 1)}.(\bar{\varepsilon})^{(\eta+1)} dV. \quad (11)$$

Para resolver a Eq.(11), é necessário determinar a deformação efetiva e o incremento de volume em função da geometria de conformação. As deformações tangenciais e circunferencial são definidas pelas equações:

$$\varepsilon_1 = \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \quad \text{e} \quad \varepsilon_2 = \ln\left(\frac{\partial r}{\partial r_0} \cdot \frac{1}{\cos\varphi}\right). \quad (12)$$

Da condição de volume constante nas deformações plásticas, resulta que a deformação na espessura será obtida da equação:

$$-\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \quad (13)$$

Do critério de escoamento de von Mises para as deformações principais e considerando-se a Eq.(4), tem-se deformação efetiva do processo:

$$\bar{\varepsilon} = \ln\left(\frac{t_0}{t}\right) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \quad (14)$$

Considerando, que no limite do processo de conformação, o raio  $r$  tende para o raio da matriz  $a$ , é possível através da geometria do processo, obter uma relação entre o ângulo de referência  $\theta$  e o ângulo de contato  $\theta_0$ , quando  $\varphi \rightarrow \theta_0$  e esta relação é definida pela equação:

$$\text{Sen } \theta = \frac{R}{a} \text{Sen}^2 \theta_0. \quad (15)$$

Para as condições geométricas do processo e assumindo as considerações adotadas por Chakrabarty<sup>(1)</sup> e Mellor<sup>(2)</sup> resulta que a relação entre o raio final do elemento  $r$  e o raio inicial do elemento  $r_0$ , será dada pela equação:

$$\frac{r}{r_0} = \frac{(1 + \cos\varphi)(1 + \cos\theta)}{(1 + \cos\theta_0)^2}. \quad (16)$$

Substituindo-se a Eq.(16) na Eq.(12) e considerando-se a Eq.(14), em que na região esférica  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , resulta que a deformação efetiva do processo será definida pela equação:

$$\bar{\varepsilon} = \ln\left(\frac{t_0}{t}\right) = 2 \cdot \ln\left[\frac{(1 + \cos\varphi)(1 + \cos\theta)}{(1 + \cos\theta_0)^2}\right], \quad \text{para } 0 \leq \varphi \leq \theta_0. \quad (17)$$

O limite de deformação da chapa é obtido analisando-se as condições de instabilidade plástica do processo. No presente trabalho será considerada a deformação efetiva na instabilidade plástica definida por Mellor,<sup>(2)</sup> para uma pressão hidrostática em uma calota esférica, sendo assim, a deformação efetiva máxima será dada pela equação:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{4}{11} \cdot (2 \cdot \eta + 1) . \quad (18)$$

Da geometria do processo de conformação, representado na Figura 1, e da constância de volume, verifica-se que o volume pode ser definido pela equação:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot t_0 . \quad (19)$$

Substituindo-se a Eq.(19) na Eq.(11), tem-se:

$$W_c = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot t_0 \cdot K}{\eta + 1} \cdot (\bar{\varepsilon})^{(\eta+1)} . \quad (20)$$

## 2.4 Trabalho e Força de Conformação

O trabalho total de conformação da chapa é definido pela Eq.(7), logo:

$$W = F \cdot \delta = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot t_0 \cdot K}{(\eta + 1)} \cdot (\bar{\varepsilon})^{(\eta+1)} . \quad (21)$$

A força de conformação é obtida resolvendo-se a Eq.(21), para o deslocamento da prensa  $\delta$  igual a profundidade de embutimento  $h$ .

## 2.5 Profundidade de Embutimento

A profundidade de embutimento é obtida da análise da geometria de conformação apresentada na Figura 1, resultando na equação:

$$h = R \cdot \left[ 1 - \cos \theta_0 + \text{Sen}^2 \theta_0 \cdot \ln \frac{\text{Tan}(\theta_0 / 2)}{\text{Tan}(\theta / 2)} \right] . \quad (22)$$

## 2.6 Materiais

Afim, de analisar diferentes resultados, foram considerados os materiais em chapa conforme apresentados na Tabela 1.

**Tabela 1** - Materiais.

Descrição	E [GPa]	Y [MPa]	K [MPa]	n	t <sub>0</sub> [mm]
1. Liga de alumínio 6061-0	70	55	220	0,16	0,635
2. Liga de alumínio 6061-T6	70	275	450	0,03	0,635
3. Aço SAE 1008	210	180	600	0,25	0,635
4. Aço AISI 410ss	210	280	960	0,10	0,635

Sendo: E módulo de elasticidade; Y tensão de escoamento; K constante de tensão; n coeficiente de encruamento e t<sub>0</sub> espessura inicial da chapa.

### 3 RESULTADOS

Os resultados foram obtidos através das equações desenvolvidas no presente trabalho e por simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos utilizando o programa comercial Ansys® versão 5.7.<sup>(6)</sup>

Os dados geométricos considerados para a análise foram os seguintes: raio da matriz  $a = 42,50$ [mm] e raio do punção  $R = 37,50$ [mm].

#### 3.1 Resultados Teóricos

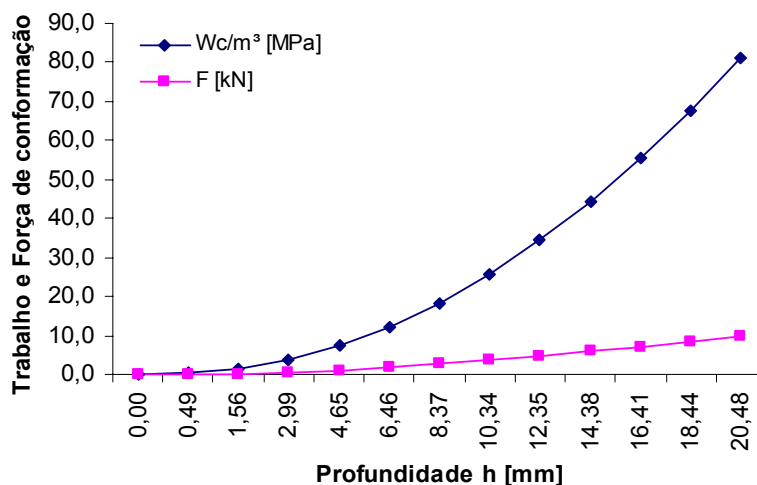
Através das equações desenvolvidas no presente trabalho, para os materiais definidos na Tabela 1, foram obtidos os resultados teóricos apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2** - Resultados teóricos.

Descrição	$W_c$ [MPa]	F [kN]	$\bar{\varepsilon}$	$\bar{\sigma}$ [MPa]	t [mm]
1. Liga de alumínio 6061-0	81,0	11,1	0,480	195,7	0,393
2. Liga de alumínio 6061-T6	163,3	26,0	0,385	437,3	0,432
3. Aço SAE 1008	224,5	28,3	0,545	515,4	0,368
4. Aço AISI 410ss	350,5	51,2	0,436	883,6	0,410

Sendo:  $W_c$  trabalho de conformação por unidade de volume; F força de conformação;  $\bar{\varepsilon}$  deformação efetiva no pólo;  $\bar{\sigma}$  tensão efetiva no pólo; t espessura mínima admissível na instabilidade plástica.

Nas figuras a seguir estão apresentados os gráficos dos resultados teóricos para a força de conformação, obtida através da solução da Eq.(21) e do trabalho de conformação por unidade de volume, obtido das Eqs.(10).



**Figura 2** – Trabalho e Força de Conformação para a Liga de Alumínio 6061-0.

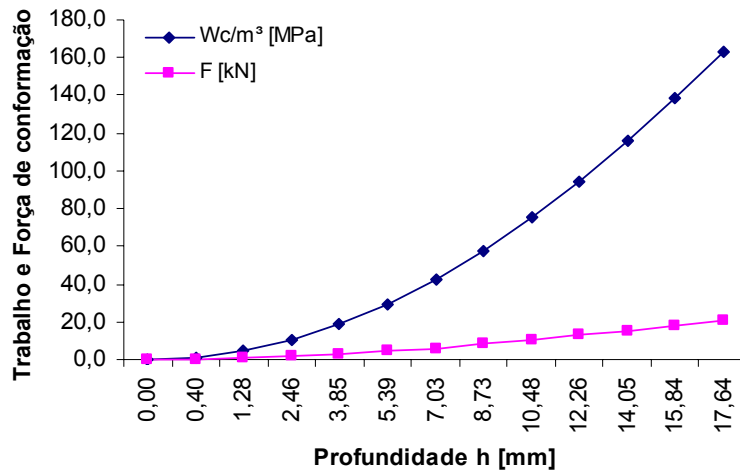


Figura 3 – Trabalho e Força de Conformação para a Liga de Alumínio 6061-T6.

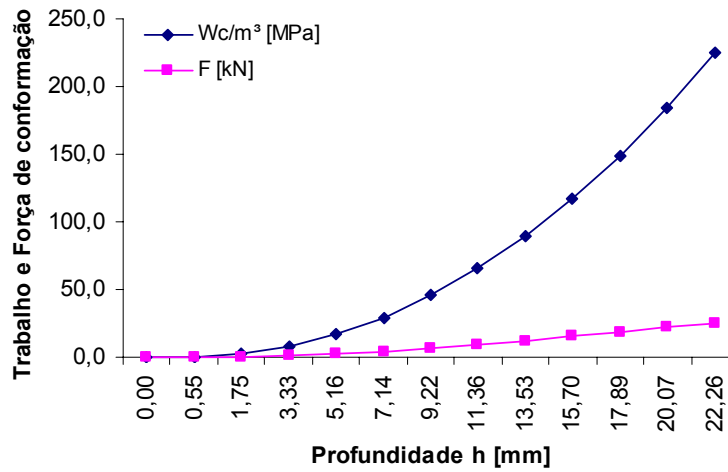


Figura 4 – Trabalho e Força de Conformação para o Aço SAE 1008.

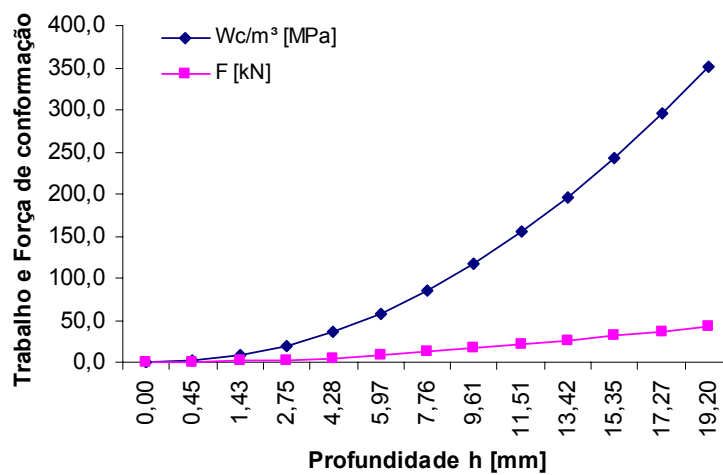
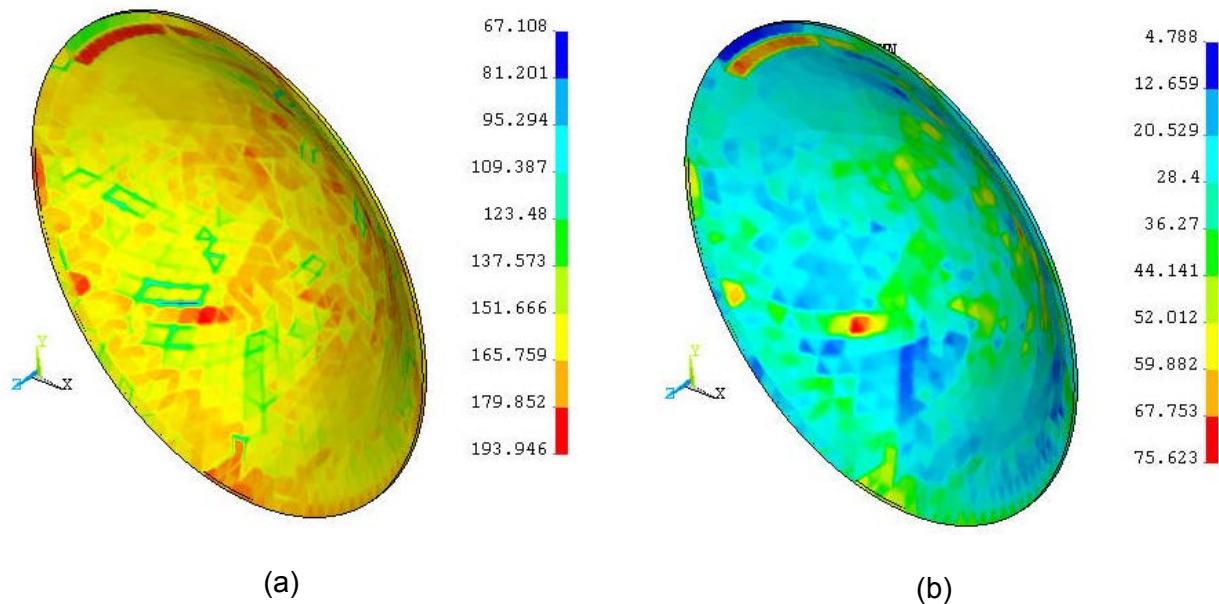


Figura 5 – Trabalho e Força de Conformação para o Aço AISI 410ss.

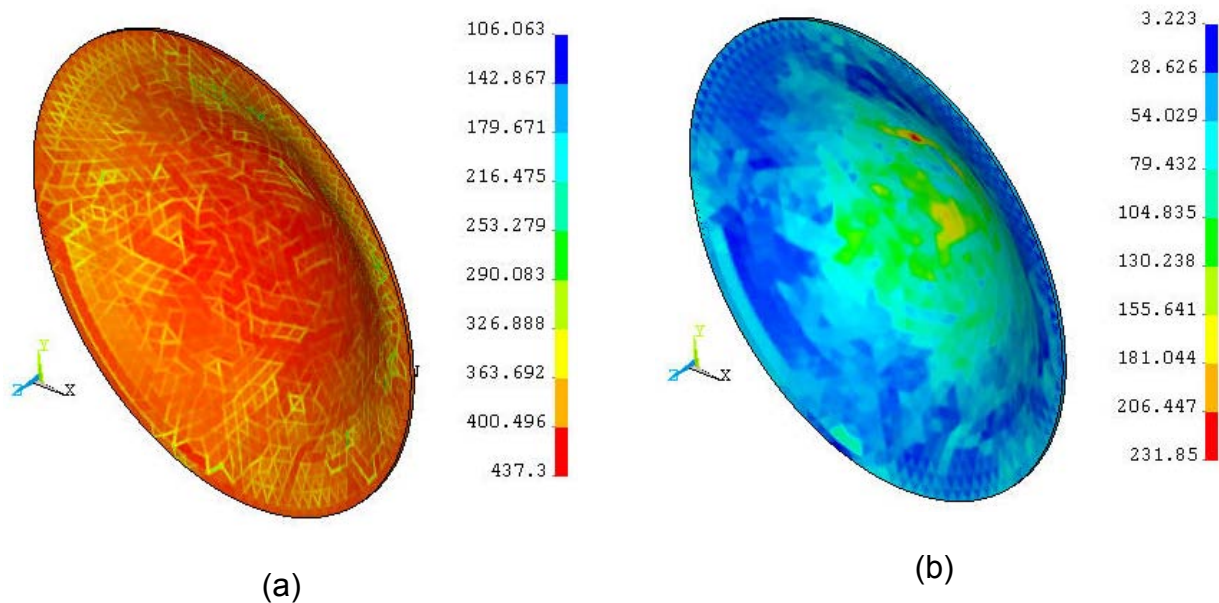


### 3.2 Simulação Numérica

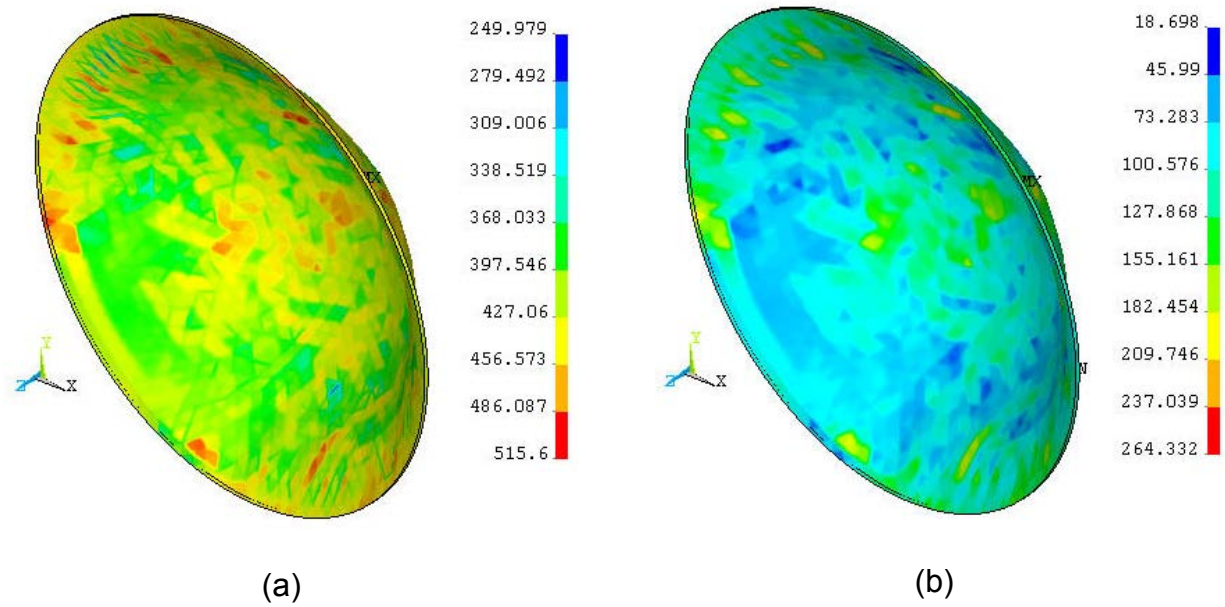
Os resultados da simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos foram obtidos utilizando o programa comercial Ansys® versão 5.7<sup>(6)</sup> no módulo não-linear. Para a modelagem da ferramenta de conformação utilizou-se o elemento sólido SOLID45<sup>(6)</sup> e para a modelagem da chapa utilizou-se o elemento sólido VISCOSOLID107.<sup>(6)</sup> Na região de contato entre a chapa e a ferramenta, foram adotados os seguintes elementos CONTA174<sup>(6)</sup> e TARGE170,<sup>(6)</sup> respectivamente. As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos da simulação numérica para a tensão efetiva e para o trabalho de conformação por unidade de volume.



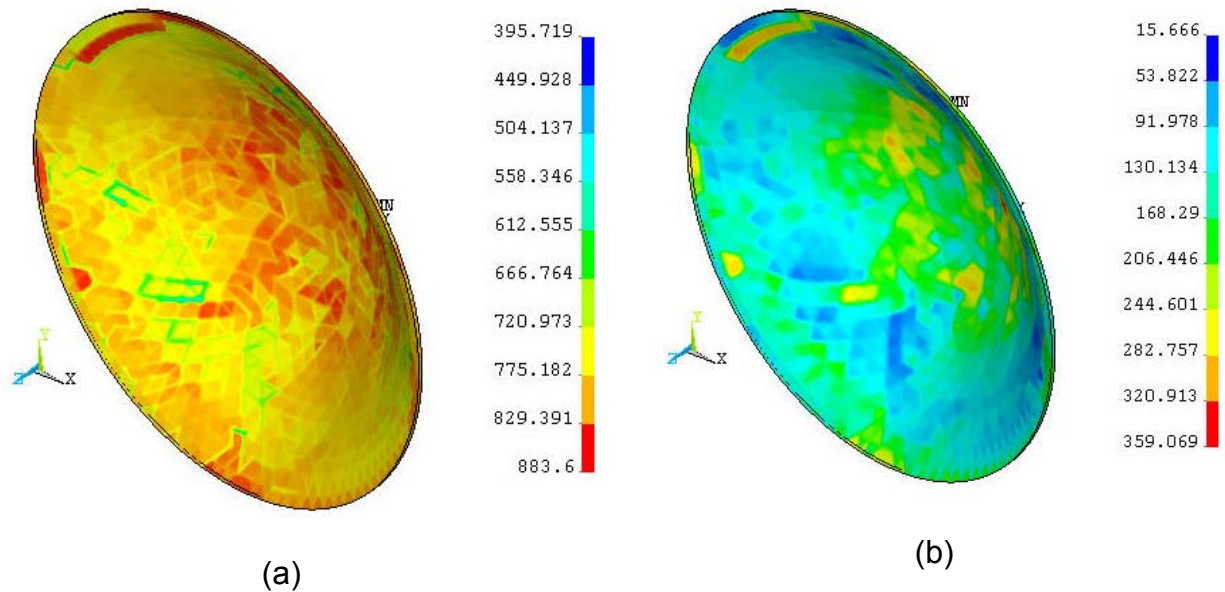
**Figura 6** – Liga de alumínio 6061-0: a) Tensão efetiva em [MPa] e b) Trabalho por unidade de volume em [MPa].



**Figura 7** – Liga de alumínio 6061-T6: a) Tensão efetiva em [MPa] e b) Trabalho por unidade de volume em [MPa].



**Figura 8** – Aço SAE 1008: a) Tensão efetiva em [MPa] e b) Trabalho por unidade de volume em [MPa].



**Figura 9** – Aço AISI 410ss: a) Tensão efetiva em [MPa] e b) Trabalho por unidade de volume em [MPa].

**4 DISCUSSÃO**

Comparando-se os resultados teóricos e da simulação numérica, conclui-se que o modelo proposto apresenta-se uma boa conformidade, considerando-se os limites para a instabilidade plástica da chapa metálica. As diferenças encontradas para o trabalho de conformação por unidade de volume localizam-se em pontos localizados não comprometendo os resultados finais da análise.

## 5 CONCLUSÃO

O modelo de simulação numérica serviu para verificar os parâmetros e as hipóteses adotadas no modelo teórico.

Acreditando-se que o desenvolvimento teórico, para o modelo proposto, pode ser usado como base de verificação e na pré-análise do processo de conformação, tem-se então mais uma ferramenta que poderá auxiliar os projetistas na definição e verificação do processo.

## Agradecimentos

Agradecemos à Universidade de Taubaté através do departamento de Pesquisa e Pós-Graduação pelo apoio financeiro para a apresentação deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Dr. Hazim Ali Al-Qureshi pelo conhecimento transferido e pela amizade.

## REFERÊNCIAS

- 1 Chakrabarty, J. Theory of Plasticity. McGraw-Hill, Singapore, 1988.
- 2 Mellor, P.B.; Johnson, W. Engineering Plasticity. Van Nostrand, 1973.
- 3 Al-Qureshi, H.A. Elastic-plastic analysis of tube bending. International Journal of Machine Tools & Manufacture, n.39, p.87-104, 1999.
- 4 Al-Qureshi, H.A. Processos e Mecanismos da Conformação dos Metais, ITA – Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, 1991.
- 5 Wagoner, R.H.; Chenot J-L. Fundamentals of Metal Forming, Wiley, 1997.
- 6 Ansys, 2000, ANSYS User's Manuals, Vols. 1(Procedures), 2 (Commands), 3 (Elements) and 4 (Theory), Swanson Analysis Systems Inc.
- 7 Timoshenko, S.P.; Woinowsky-Krieger, S. Theory of Plates and Shells, McGRAW-HILL, New York, 1959.
- 8 Lu, Yuung-Hwa. Study of tube flaring ratio and strain rate in the tube flaring process. Finite Elements in Analysis and Design, n.40, p.305-318, 2004.
- 9 Button, S.T.; Bortolussi, R. Estudo do Processo de Embutimento Profundo de Copo Pelo Método dos Elementos Finitos. RBCM – Journal of Braz. Soc. Mechanical Engineers, v.XXI, n.2, p.355-363, 1999.
- 10 Rowe, G.W.; Sturgess C.E.N.; Hartley, P.; Pillinger, I. Finite-Element Plasticity and Metalforming Analysis, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.