

ESTATÍSTICA APLICADA À FADIGA¹

Márcio Silva Rabbi²
Charles de Abreu Martins³
Leonardo Barbosa Godefroid⁴

Resumo

Geralmente, os cientistas e especialistas ligados à integridade estrutural tratam com frequência, em seus trabalhos, do fenômeno / processo de degradação por fadiga que ocorre em uma estrutura e/ou em corpos de provas quando submetidos a esforços cíclicos. Quase sempre fica omitida ou desconsiderada uma abordagem estatística que corrobore com os resultados obtidos. O presente trabalho apresenta, de modo bem prático e direto, a utilização das análises estatísticas em fadiga como as curvas P-S-N e as de Weibull, destacando-se essa última pela praticidade e existência de uma grande quantidade de softwares associados à mesma.

Palavras-chave: Fadiga; Estatística; Curvas P-S-N; Curvas de Weibull.

FATIGUE STATISTICS

Abstract

In general, the scientists and other researchers related with fatigue deals very much in their papers with the phenomenon and/or process that to occur in one structure or samples, when they are cyclic loaded. On the other hand, the statistic analysis that could help to support the obtained results are, many times, forgotten or omitted. This paper shows, in a very simple and clear way, the use of these statistics fatigue analysis as P-S-N and Weibull curves, emphasizing the last one, due to its praticity and numbers of supporting softwares associated with it.

Key-words: Fatigue; Statistics; P-S-N curves; Weibull curves.

¹ *Contribuição técnica ao 62º Congresso Anual da ABM – Internacional, 23 a 27 de julho de 2007, Vitória – ES, Brasil.*

² *Eng, Met., M.Sc., Especialista Engenharia de Produto, CST Arcelor Brasil. e-mail: marcio.rabbi@arcelor.com.br*

³ *Eng, Met., M.Sc., Gerente Controle Integrado, CST Arcelor Brasil, UVV. e-mail: charles.martins@arcelor.com.br*

⁴ *Eng, Met., M.Sc., D.Sc., REDEMAT/UFOP. e-mail: leonardo@demet.em.ufop.br*

1 INTRODUÇÃO

De um modo geral, os cientistas e especialistas ligados à área de integridade estrutural e afins abordam com freqüência, em seus trabalhos, o fenômeno / processo de degradação por fadiga que ocorre em uma estrutura e ou em corpos de provas quando submetidos a esforços cíclicos. Quase sempre fica omitida ou desconsiderada uma abordagem estatística que corrobore com os resultados obtidos.

O presente estudo tenta mostrar de forma prática, clara e direta o emprego da estatística em fadiga, utilizando-se, para isso, do auxílio de softwares⁽¹⁾ específicos. Não se visou, com o atual trabalho, apresentar qualquer demonstração matemática da obtenção dessas análises estatísticas, uma vez que as mesmas encontram-se bastante detalhadas em literaturas afins,^(2,3) podendo ser objeto de pesquisa para os profissionais dessa área de conhecimento.

Em fadiga, as análises estatísticas normalmente empregadas são a distribuição Normal ou Log Normal, que geram as curvas Probabilidade de Falha (P) - Tensão Empregada (S) - Vida em Fadiga (N)⁽⁴⁻¹¹⁾ e a distribuição de Weibull.^(7,8,10,12-15) Algumas pesquisas^(8,16-18) também utilizam a distribuição de Weibull para outras aplicações, além da fadiga.

Apesar da metodologia dessas duas análises estatísticas serem diferentes, os resultados gerados são similares, uma vez que as curvas P-S-N ou as curvas de Weibull descrevem valores que expressam, conforme o nível de confiança adotado (por exemplo, 90 ou 99%), maior ou menor garantia da provável ocorrência da fratura ou falha do material. Deve-se ressaltar que o tipo de solicitação cíclica (axial, torsional ou por flexão), as condições de ensaio, o tipo de material, dentre outros fatores também influenciam nos resultados a serem analisados estatisticamente, de tal modo que recomendável que os mesmos sejam expressos.

1.1. Curvas P-S-N

Basicamente, os cálculos estatísticos^(4-7,19) para plotar as curvas P-S-N consistem em obter o valor médio da vida em fadiga (\bar{x}) e o desvio padrão (s) para uma dada população de CP's ensaiados em cada nível de tensão, conforme ilustra a Figura 1 (8) que esquematiza a vida em fadiga (N) em um mesmo nível de tensão.

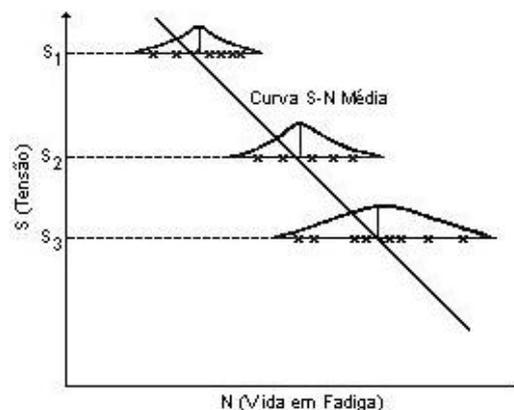


Figura 1 – Dispersão da vida em fadiga para um mesmo nível de tensão.⁽⁸⁾

Por meio do cálculo do valor médio da vida em fadiga (\bar{x}), do desvio padrão (s) para uma dada população de CP's e de tabelas estatísticas,⁽⁶⁾ obtém-se os pares ordenados tensão e vida segura, sendo que o total desses coincide com o número de níveis de tensão empregados na determinação da curva S-N. Geram assim, conforme mostrado na Figura 2,⁽⁴⁾ as curvas P-S-N, cuja quantidade variará conforme seja necessário exprimir um ou mais níveis de probabilidade.

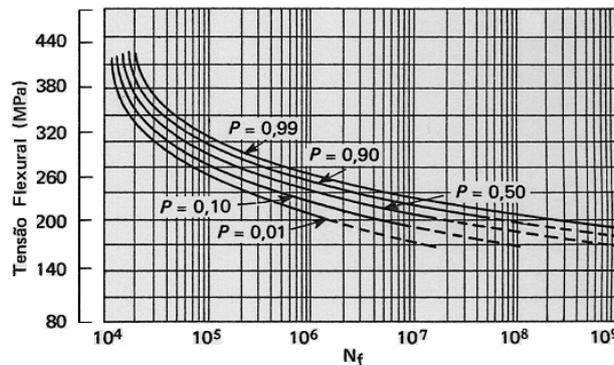


Figura 2 – Esquema das curvas P-S-N.⁽⁴⁾

A grande vantagem das curvas P-S-N em relação às de Weibull deve-se a simplicidade de cálculo e por correlacionarem, num mesmo gráfico: a probabilidade de falha (P), a tensão empregada (S) e a vida em fadiga (N). Permitem, dessa forma, imediata análise dos valores apresentados.

Segundo Meyers e Chawla,⁽⁴⁾ a curva S e N se aplica apenas para indicar a tendência de uma relação estatística. Entretanto, Weibull⁽¹⁰⁾ enfatiza que a função exata não é reconhecida e que, provavelmente, nunca será. Apesar dessas considerações, Zheng⁽¹¹⁾ apresenta expressões matemáticas das curvas P-S-N, as quais geralmente necessitam de um número de amostras ensaiadas bem maior^(4,6,10) que a quantidade necessária para a distribuição de Weibull.⁽⁸⁾

1.2. Curvas ou Distribuição de Weibull

Nesse contexto, a Norma ASTM E 739 - 86: Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ϵ -N) Fatigue Data, fez a ressalva de que a forma das curvas S-N e ϵ -N depende do material e das condições de teste. Enquanto as relações propostas por essa norma linearizam as curvas S-N e ϵ -N, as apresentadas por Zheng⁽¹¹⁾ descrevem uma forma não linear e idêntica as curvas P-S-N descritas em alguns trabalhos.^(4,6,13) De qualquer forma, algumas pesquisas^(10,13) que concordam que a função de distribuição de vida que apresenta a melhor correlação com os dados experimentais é a de Weibull, a qual é apresentada, graficamente, na Figura 3.⁽⁸⁾

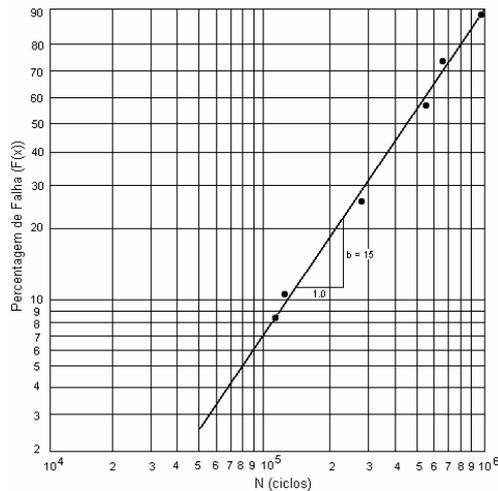


Figura 3 – Gráfico de Weibull para seis mancais que falharam em fadiga.⁽⁸⁾

É interessante mostrar que a probabilidade de falha ($F(x)$) é a probabilidade que uma parte, sistema ou estrutura possui, quando em uso, de não realizar a função para a qual foi projetada. É expresso em porcentagem e é análoga a probabilidade de falha da curva P-S-N. A Figura 4, a seguir, mostra a influência da inclinação de Weibull (b) sobre a dispersão dos resultados. Inclinação maior (por exemplo, $b = 8$) implica em dispersão menor.

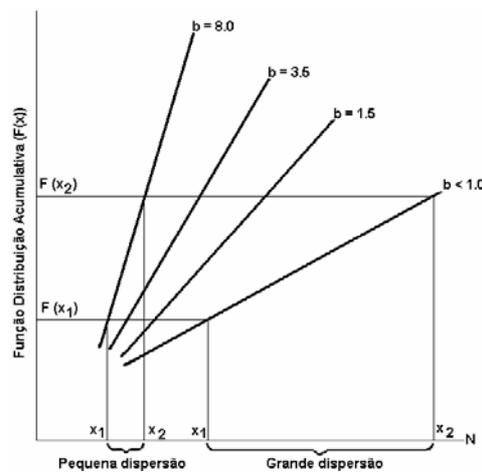


Figura 4 – Influência da inclinação Weibull (b) sobre dispersão de resultados.⁽⁸⁾

Essa análise é toda feita por meio de tabelas,⁽⁸⁾ expressões específicas⁽²⁻⁴⁾ ou através de softwares como o WinSmith.⁽¹⁾

A distribuição de Weibull, conforme ilustra a Figura 5,⁽⁸⁾ também possibilita a comparação da vida média de dois produtos, bastando para isso plotar no papel de Weibull os dados dos testes desses materiais referentes a classe 50%. Para materiais com a mesma inclinação, o melhor será aquele que estiver mais deslocado para a direita, desde que ambos tenham sido submetidos aos mesmos níveis de solitação cíclica.

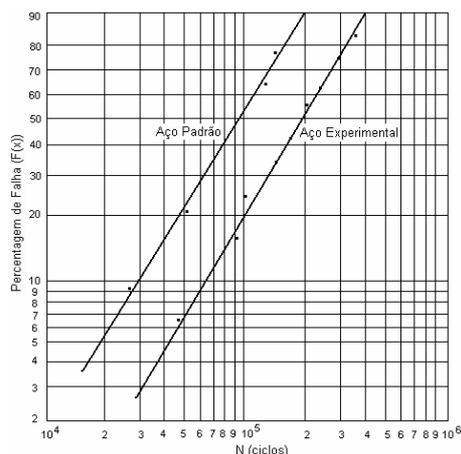


Figura 5 - Distribuição de Weibull para dois aços ensaiados em fadiga.⁽⁸⁾

2 MATERIAIS E MÉTODOS

Estudou-se, na condição de como recebido (sem conformação mecânica), dois aços microligados ao Nb (Aço A) e Ti-Nb (Aço B), cujas composições químicas e propriedades mecânicas^(20,21) estão apresentadas na Tabela 1, a seguir.

Tabela 1 – Composição química e propriedades mecânicas dos aços estudados.

| Aço | Composição Química | | | | | | | | | Propriedades Mecânicas | | |
|-----|--------------------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|------------------------|----------|--------|
| | C (%) | Mn (%) | P (%) | S (%) | Si (%) | Al (%) | Nb (%) | Ti (%) | N (%) | LE (MPa) | LR (MPa) | AI (%) |
| | | | | | | | | | | | | |
| A | 0,08 | 0,50 | 0,015 | 0,008 | 0,005 | 0,07 | 0,025 | - | 0,003 | 430 | 490 | 38 |
| B | 0,08 | 1,20 | 0,030 | 0,001 | 0,010 | 0,03 | 0,025 | < 0,06 | 0,010 | 500 | 560 | 33 |

Esses dois aços foram submetidos a ensaios de fadiga S-N, com uma razão de tensão $R = 0,6$, de modo a obter a vida em fadiga dos mesmos. Contudo, para plotar as curvas de Weibull necessita-se apenas dos resultados dos testes que fraturaram durante o ensaio. Optou-se por utilizar-se a distribuição estatística de Weibull para análise dos dados referentes aos CP's fraturados em fadiga devido aos seguintes fatores:

- exigir menor número de amostras por condição (nível de tensão);⁽⁸⁾
- por apresentar, segundo algumas pesquisas,^(10,13) melhor correlação com os dados experimentais;
- por ser empregada na indústria automobilística,⁽²²⁾ a qual demanda muitos desenvolvimentos de novos projetos de aços.

Utilizou-se para plotar as curvas de Weibull desses dois aços o software WinSmith.⁽¹⁾

3 RESULTADOS

Através dos dados de vida em fadiga de corpos de provas fraturados (Tabela 2) plotou-se as curvas de Weibull para os dois aços estudados e observou-se que o aço A está mais deslocado para a direita que o aço B (Figura 6), apesar do aço B ser ligeiramente menos resistente que o aço A.

Tabela 2 – Dados de vida em fadiga de corpos de prova fraturados. Aços A e B.

| Aço A | | Aço B | |
|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| Tensão Aplicada (MPa) | Vida em Fadiga (Ciclos) | Tensão Aplicada (MPa) | Vida em Fadiga (Ciclos) |
| 112 | 630 | 145 | 260 |
| 107 | 43700 | 134 | 270 |
| 107 | 9120 | 127 | 276 |
| 106 | 190100 | 125 | 540 |
| 105 | 105040 | 115 | 45000 |
| 104 | 616560 | | |

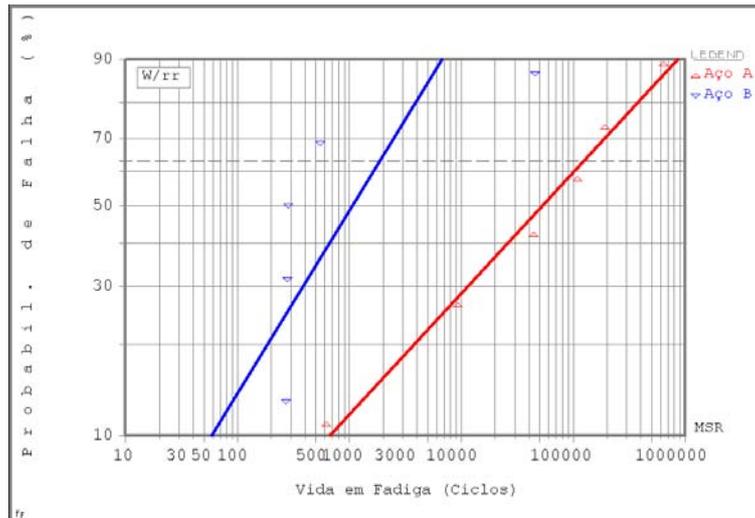


Figura 6 – Curvas de Weibull, referentes a vida em fadiga dos aços A e B, de corpos de prova fraturados.

4 DISCUSSÃO

Uma vez que os aços desse estudo estiveram submetidos a tensões cíclicas elevadas poderia-se supor que em fadiga de baixo ciclo o comportamento entre os materiais fosse semelhante. Ou seja, numa aproximação, essas tensões cíclicas elevadas seriam tidas como iguais, de modo que uma comparação entre os materiais poderia ser realizada. O objetivo de comparar materiais diferentes através das curvas de Weibull visa identificar qual o material que apresente o melhor comportamento em fadiga.

Entretanto, o fato da curva de Weibull para o Aço A estar mais deslocada para a direita que a curva de Weibull do Aço B confirma a impossibilidade de fazer a comparação dos dados referentes a materiais diferentes, também sujeitos a tensões cíclicas diferentes. Ressalta-se que o gráfico apresentado na Figura 6 é similar aos resultados obtidos por Mann,⁽⁷⁾ de modo que quanto mais para a esquerda estiver deslocada a curva de Weibull mais elevados são os níveis de tensão a que o material foi submetido ciclicamente.

Dessa forma, a distribuição de Weibull, aplicada à fadiga (curvas S-N), só pode ser empregada para análise comparativa entre os aços do presente trabalho se todas as tensões cíclicas aplicadas forem rigorosamente iguais para os dois materiais.

O exemplo a seguir, cujos dados estão na Tabela 3 (devidamente em ordem crescente de vida em fadiga) enfatizam que para se utilizar a análise de Weibull é preciso que os materiais analisados tenham sido submetidos a mesmas condições

de processo de fabricação e de ensaio de fadiga. Mesmo que se queira verificar qual linha operacional apresenta menor probabilidade de falha, a carga de teste deve ser a mesma para qualquer material que se queira realizar uma análise comparativa. É bom enfatizar que essa análise comparativa de resultados de probabilidade de falha pode ser feita para um único material, ou seja, uma comparação com dados históricos e ou de lotes anteriores. Se a repetibilidade de resultados for comprovada, a empresa pode optar pela não realização de testes desse produto, implicando diretamente em redução de custos e ganho em tempo.

Tabela 3 – Exemplo hipotético de dois aços submetidos a um mesmo nível de sollicitação cíclica.

| Aço 1 | | Aço 2 | |
|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| Tensão Aplicada (MPa) | Vida em Fadiga (Ciclos) | Tensão Aplicada (MPa) | Vida em Fadiga (Ciclos) |
| 100 | 30.000 | 100 | 78.000 |
| 100 | 38.000 | 100 | 80.000 |
| 100 | 45.000 | 100 | 82.000 |

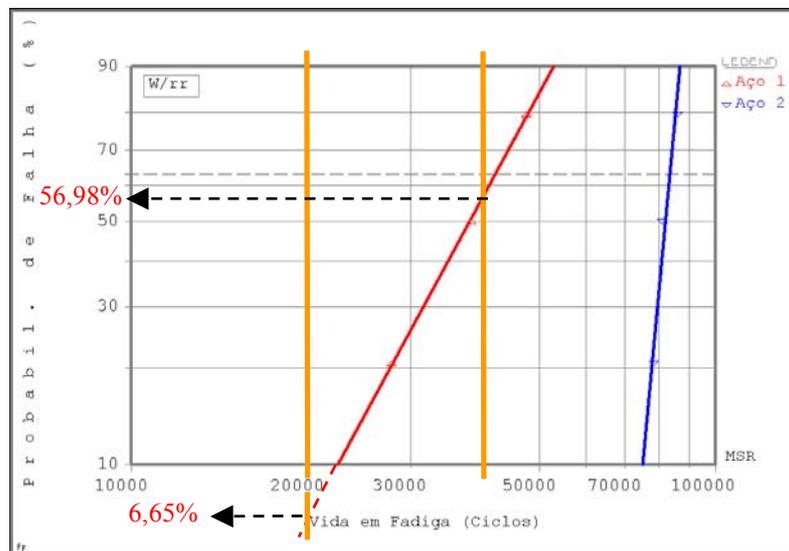


Figura 7 – Curvas de Weibull para dois aços hipotéticos e a probabilidade de falha, em função de um valor de Vida Mínima estabelecido por requisitos de clientes.

A Figura 7 mostra que se os Aços 1 e 2 tiverem Vida Mínima para aprovação de resultados cíclicos, conforme a sollicitação de clientes, pode ser que esses dois materiais sejam aprovados ou apenas um deles. Na opção 1, a Vida Mínima especificada por um cliente “X” é 20.000 ciclos e, aparentemente, os dois aços seriam aprovados. Contudo, note que se fizermos um prolongamento da curva do Aço 1 até interceptar a ortogonal 20.000 ciclos, temos que haverá para esse produto uma probabilidade de falha = 6,65%. Agora, se um cliente “Y” estabelece que a Vida Mínima é 40.000 ciclos, observa-se que o Aço 1 terá sua probabilidade de falha aumentada significativamente para 56,98%. Dessa forma, para esses valores de Vida Mínima, apenas o Aço 2 é que atende aos requisitos de vida em fadiga dos dois clientes (“X” e “Y”).

Em princípio, pode-se pensar que o Aço 2 seja melhor que o Aço 1. Contudo, a curva de Weibull pode nos mostrar outras análises, como:

- se as curvas 1 e 2 são próximas, pode-se, sem mudar nenhum parâmetro de processo repetir os ensaios para comprovar se há repetibilidade;

- comprovando-se uma repetibilidade de resultados, pode-se realizar algum ajuste no aço 1, caso o custo de implantação apresente alguma vantagem competitiva;
- se as curvas 1 e 2 são muito distantes (como o mostrado no gráfico da Figura 7), pode-se optar por atender a produtos distintos com cada um desses aços;
- análises de custo-benefício, que competem a cada empresa avaliar.

5 CONCLUSÃO

A distribuição de Weibull, aplicada à fadiga (curvas S-N), só pode ser empregada para análise comparativa entre os aços do presente trabalho se todas as tensões cíclicas aplicadas forem rigorosamente iguais para os dois materiais.

As curvas de Weibull são também uma forte ferramenta para avaliar-se o comportamento histórico de um produto ou para comparar-se materiais, desde que submetidos a mesmos níveis de solicitações cíclicas.

A repetibilidade de resultados de um produto, comprovada pelas curvas de Weibull pode levar uma empresa a optar pela não realização de testes de desempenho / liberação, reduzindo-se assim custos e ganhando-se em lead time.

Agradecimentos

À CST Arcelor Brasil pela oportunidade de apresentar esse trabalho.

Referências

- 1 WinSmith Demo Software. Disponível em: http://www.weibullnews.com/demo_ws.htm Acesso em: Jan 2007.
- 2 Norma NBR 6742 – *Utilização da Distribuição de Weibull para Interpretação dos Ensaios de Durabilidade por Fadiga*, ABNT, Jan/1987
- 3 SILVA JUNIOR, Waldir Veríssimo. Probabilidade de Cobertura dos Intervalos de Confiança Assintótico, P-Bootstrap, para Alguns Parâmetros da Distribuição de Weibull, Gest. Prod. vol.12 no.1 Jan./Apr. 2005 Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-530X2005000100009 Acesso em: 20 dez 2006.
- 4 MEYERS, M. A., CHAWLA, K. K., *Princípios de Metalurgia Mecânica*, 1ª Edição, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1982.
- 5 MEYERS, M. A. *Fatigue: Mechanical Behaviour of Materials*, New Jersey, 592-636, 1999.
- 6 HERTZBERG, R. W., *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, Second Edition, New York, John Wiley & Sons, 1983.
- 7 MANN, J. Y., *Fatigue of Materials- An Introduction Text*, Melbourne University Press, 1967.
- 8 LIPSON, C., SHETH, N. J., *Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments*, McGraw-Hill, Inc., 1973.
- 9 RANSON, J. T., "A Guide to Statistical Methods for Use in Fatigue Testing", In: WEIBULL, W. e ODQVIST, F. K. G., *Colloquium on Fatigue, International Union of Theoretical and Applied Mechanics (1UTAM), Proceedings*, Springer-Verlag, pp. 229 - 234, 1956.
- 10 WEIBULL, W, "Basic Aspects of Fatigue", In: WEIBULL, W. e ODQVIST, F. K. G., *Colloquium on Fatigue, International Union of Theoretical and Applied Mechanics (IUTAM), Proceedings*, Springer-Verlag, pp. 289 - 298, 1956.

- 11 ZHENG, X. -L., LO, B., JIANG, H., "Determination of Probability Distribution of Fatigue Strength and Expressions of P-S-N Curves", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 50, n° 4, pp. 483 - 491, 1995.
- 12 TANAKA, T., FUNABASHI, N., "Fatigue Strength of 18% Ni Maraging Steel and the Effect of Distributed Inclusions", *Bulletin of the JSME*, Vol. 20, n° 148, pp. 116 - 1227, 1977.
- 13 FROST, W. E., MARSH, K. J., POOK, L. P., *Metal Fatigue*, Oxford, Clarendon Press, 1974.
- 14 BRUNETTI, C., LEITE, M. C., PINTAUDE, G., "Mecanismos de Desgaste por Fadiga de Contato no Ferro Fundido Nodular Austemperado em Condições Moderadas e Severas de Desgaste", 61º Congresso Anual da ABM, Rio de Janeiro, pp. 3926 -3934, 24 – 27 de Julho de 2006.
- 15 SANTOS, C. E. R., NEVES, J. C. K., SILVA, F. C., SINATORA, A., "Ensaio de Fadiga de Contato em Materiais de Cilindros de Encosto", 43º Seminário de Laminação, Curitiba, pp. 51 - 59, 17 – 20 de Outubro de 2006.
- 16 TARIYAL, B. K., KALISH, D., "Application of Weibull - Type Analysis to Strength of Optical Fibers", *Materials Science and Engineering*, Vol. 27, pp. 69 -71, 1977.
- 17 MATSUO, Y., "Statistical Fracture Theory for Multiaxial Stress States Using Weibull's Three - Parameter Function (Part 2: Fracture Under Biaxial Stress State)", *Bulletin of the JSME*, Vol. 26, n° 219, pp. 1461 - 1467, 1983.
- 18 ICHIKAWA, M. "Relationship Between Weibull Moduli for Tensile and Bending Fracture Strength of Brittle Solids (The Case of a Three - Parameter Weibull Distribution)", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 46, n° 5, pp. 843 - 848, 1993.
- 19 BROEK, D., *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, Fifth Printing, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- 20 MARTINS, C. A., *Efeitos de Microadições de Nb e Ti na Estrutura e Propriedades Mecânicas de um Aço Conformável Submetido a Tratamentos Termomecânicos*, Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1995.
- 21 RABBI, M. S., *Comportamento em Fadiga de Dois Aços Microligados Utilizados na Fabricação de Discos de Rodas Automobilísticas*, Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.
- 22 GRITTI, J. A., COSTA, J. A., TOLEDO, J. R. A., "Tendências do Mercado de Rodas de Aço para a Indústria Automobilística", *Metalurgia & Materiais*, Vol. 51, n° 220, pp. 346 - 351, 1995.